ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
"ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"
"Фізико-математичні науки"
Вип.768 № 768, (2013) с. 40–45

JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY
"LVIVSKA POLITECHNIKA"
"Physical & mathematical sciences"
Vol.768 No 768, (2013) 40–45

КОНСТРУКЦІЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНИХ ІМПУЛЬСНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З КУСКОВО-ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Тацій Р. М.[a], Стасюк М. Ф.[a], Власій О. О.[b]

[a] *Львівський державний університет безпеки життєдіяльності*
вул. Клепарівська, 35, 79058, м. Львів, Україна
[b] *Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника*
вул. Шевченка, 57, 76025, Івано-Франківськ, Україна

(Отримано 18 жовтня 2013 р.)

Досліджена структура розв'язків лінійних систем диференціальних рівнянь з імпульсною дією з кусково-неперервними коефіцієнтами. Отримано конструктивне зображення розв'язку задачі Коші і вказано способи його продовження праворуч та ліворуч від точки задання початкової умови. Розглянуто приклад застосування отриманих результатів в теорії теплопровідності.

Ключові слова: диференціальне рівняння з імпульсною дією, матриця Коші, температурне поле.

2000 MSC: 34B05; 34B27;34A37

УДК: 517.912

Вступ

Узагальнені системи диференціальних рівнянь природно виникають під час створення сучасних математичних моделей реальних фізичних явищ, що поєднують в собі поняття дискретного та неперервного (дискретно-неперервні математичні моделі) [1–4]. Особливе місце серед цих систем займають диференціальні рівняння з імпульсною дією. Зокрема лінійні системи таких рівнянь достатньо докладно описані в [2].

У статті досліджена структура розв'язків лінійних систем диференціальних рівнянь з імпульсною дією з кусково-неперервними коефіцієнтами на скінченному інтервалі I дійсної осі. За умов, що відома матриця Коші відповідної однорідної системи на кожному з підінтервалів інтервалу I, розв'язок початкової задачі зображається в замкнутій формі. Стаття завершується прикладом застосування отриманих результатів у теорії теплопровідності.

I. Постановка задачі

На відкритому інтервалі $I \in R$ розглядається система диференціальних рівнянь з імпульсною дією

$$Y' = \left(\sum_{i=0}^{n-1} C_i \Theta_i\right) Y + \sum_{i=0}^{n-1} R_i \Theta_i, \tag{1}$$

$$\Delta Y(x_i) = A_i Y(x_i - 0) + S_i, i = \overline{1,n}, \tag{2}$$

де $Y(x)$ – невідома p-вимірна вектор-функція; $a = x_0 < x_1 < ... < x_{n-1} < x_n = b$ – довільне розбиття відрізка $[a,b] \subset I$; $C_i(x), R_i(x) \subset C_p(I)$, $A_i \in R^{p\times p}$, $R_i \in R^p$, $i = \overline{1,n}$; Θ_i – характеристична функція напіввідкритого інтервалу $[x_i, x_{i+1})$:

$$\Theta_i = \begin{cases} 1, x \in [x_i; x_{i+1}); \\ 0, x \notin [x_i; x_{i+1}). \end{cases}$$

Імпульсна система (1),(2) розглядається разом з початковою умовою

$$Y(x_m) = Y^m, m = \overline{0,n}. \tag{3}$$

Під **розв'язком** системи (1), (2) розуміємо кусково абсолютно неперервну праворуч вектор-функцію $Y(x)$, що справджує (1) майже скрізь на інтервалі I, а в точках $x_i, i = \overline{0,n}$, для $Y(x)$ виконуються умови стрибка (2), де

$$\Delta Y(x_i) = Y(x_i) - Y(x_i - 0).$$

II. Структура розв'язку задачі (1), (2), (3)

На проміжку $[x_i, x_{i+1}), m \le i \le n-1$, розглянемо систему

$$Y_i' = C_i Y_i, i = \overline{0, n-1}, \tag{4}$$

яку називатимемо *визначальною.*

Для цієї системи вважатимемо відомою матрицю-функцію Коші $B_i(x,s)$, що має такі властивості [4]:

1. $B_i(x,s)$ за змінною x є розв'язком матричного рівняння
$$\frac{\partial B_i(x,s)}{\partial x} = C_i B_i(x,s);$$
2. $B_i(x,x) = E$, де E – одинична матриця ;

3. $\forall x_1, x_2, x_3 \in [x_i, x_{i+1})$ виконується рівність

$$B\left(x_3, x_2\right) B\left(x_2, x_1\right) = B\left(x_3, x_1\right);$$

4. $B_i^{-1}\left(x, s\right) = B_i\left(s, x\right).$

Розв'язок $Y_i\left(x\right)$ відповідної неоднорідної системи на проміжку $[x_i, x_{i+1})$

$$Y_i' = C_i Y_i + R_i, i = \overline{0, n-1}, \tag{5}$$

шукатимемо у вигляді

$$Y_i\left(x\right) = B_i\left(x, x_i\right) P_i + \int\limits_{x_i}^{x} B_i\left(x, s\right) R_i\left(s\right) ds, \tag{6}$$

де P_i – поки що невідомий вектор.

Прийнявши у (6) $x = x_i$, отримаємо

$$P_i = Y_i\left(x_i\right) = Y^i. \tag{7}$$

Зокрема $P^m = Y^m$, де Y^m визначений початковою умовою (3).

Аналогічно, на проміжку $[x_{i+1}, x_{i+2})$ маємо

$$Y_{i+1}\left(x\right) = B_{i+1}\left(x, x_{i+1}\right) P_{i+1} + \\ + \int\limits_{x_{i+1}}^{x} B_{i+1}\left(x, s\right) R_{i+1}\left(s\right) ds. \tag{8}$$

У точці $x = x_{i+1}$ повинна виконуватись умова спряження (2), тобто

$$Y_{i+1}\left(x_{i+1}\right) - Y_i\left(x_{i+1}\right) = A_{i+1} Y_i\left(x_{i+1}\right) + S_{i+1}. \tag{9}$$

Застосування умови (9) до рівностей (6) та (8) приводить до рекурентного співвідношення

$$P_{i+1} = \left(E + A_{i+1}\right) B_i\left(x_{i+1}, x_i\right) P_i + \\ + \left(E + A_{i+1}\right) \int\limits_{x_i}^{x_{i+1}} B_i\left(x_{i+1}, s\right) R_i\left(s\right) ds + S_{i+1}. \tag{10}$$

Введемо такі позначення:

$$\tilde{A}_k = E + A_k, k = \overline{1, n-1};$$

$$B(x_p, x_q) = \prod_{i=0}^{p-q} \tilde{A}_{p-i} B_{p-i-1}\left(x_{p-i}, x_{p-i-1}\right);$$

$$B\left(x_p, x_p\right) = E;$$

$$Z_j = \tilde{A}_j \int\limits_{x_{j-1}}^{x_j} B_{j-1}\left(x_j, s\right) R_{j-1}\left(s\right) ds + S_j, j = \overline{1, n};$$

$$S_n = 0, Z_0 = 0.$$

На основі співвідношення (10) та введених позначень для довільного $k > 0$ методом математичної індукції за індексом k отримуємо співвідношення

$$P_{m+k} = B\left(x_{m+k}, x_m\right) P^m + \\ + \sum_{i=0}^{k-1} B\left(x_{m+i}, x_{m+i+1}\right) Z_{m+i}, \tag{11}$$

яке дає змогу знаходити початкові вектори праворуч точки $x = x_m$.

Натомість, вважаючи вектор P_{m+k} відомим, знаходимо з (11)

$$P^m = B^{-1}\left(x_{m+k}, x_m\right) P_{m+k} - \\ - B^{-1}(x_{m+k}, x_m) \sum_{i=0}^{n-m-1} B\left(x_{m+i}, x_{m+i+1}\right) Z_{m+i+1}. \tag{12}$$

Формула (12) використовується для знаходження початкових векторів ліворуч від точки $x = x_{m+k}$, при цьому вимагається існування $B^{-1}\left(x_{m+k}, x_m\right).$

Зауваження 1. У формулах (11),(12) приймаємо $k > 0$. Випадок $k = 0$ є тривіальним, оскільки розв'язок задачі (1),(2),(3) на проміжку $[x_m, x_{m+1})$ із заданим початковим вектором P_m зображається у вигляді (6) при $i = m$.

Зауваження 2. «Екзотичний» випадок $m = n$ вимагає побудови розв'язку лише ліворуч від точки x_n та застосування формули (12). Цей випадок нерідко зустрічається в прикладних задачах, що буде нижче проілюстровано на прикладі.

Отже, отримано наступний результат, який сформулюємо у вигляді

Твердження. За умови існування матриці $B^{-1}\left(x_p, x_q\right), \forall x_p > x_q, x_p, x_q \in [x_0, x_n]$, на кожному з проміжків $[x_i, x_{i+1}), i = \overline{0, n-1}$, існує єдиний розв'язок задачі (1), (2), (3), що зображається у вигляді (6), де для векторів P_i справедлива рекурентна формула (10) та її наслідок (11). На усьому проміжку $[x_0, x_n]$ розв'язок задачі (1), (2), (3) має зображення

$$Y\left(x\right) = \sum_{i=0}^{n-1} Y_i\left(x\right) \Theta_i.$$

III. Приклад

Розглядається задача про розподіл стаціонарного температурного поля в n-шаровій порожнистій кулі, що поділена на n шарів різної товщини концентричними сферами радіусів $x_0, x_1, ..., x_{n-1}, x_n$, причому $0 < x_0 < x_1 < ... < x_{n-1} < x_n = R$.

Припускатимемо, що температура поширюється лише в радіальному напрямку, так що задача є одновимірною. Тоді радіуси $x_i, i = \overline{0, n}$, слід інтерпретувати, як точки перетину відповідних сфер з віссю Ox. Припускається також, що кожен шар наділений своїм коефіцієнтом теплопровідності та внутрішнім розподіленим джерелом тепла. На межах шарів (окрім внутрішньої та зовнішної) передбачається наявність зосереджених джерел температури та виконання умов неідеального теплового контакту. Вважатимемо, що на зовнішній межі кулі ($x = x_n = R$) відома температура та тепловий потік, а температуру і тепловий потік в кожному шарі необхідно знайти.

Введемо позначення: $t_i\left(x\right)$ – температура на шарі $\left[x_i, x_{i+1}\right)$, $i = \overline{0, n-1}$, $t_i^{[1]}\left(x\right) = \lambda_i t_i'\left(x\right)$, де λ_i – коефіцієнт теплопровідності, $t_i^{[1]}$ – відповідний тепловий потік (квазіпохідна); r_i, s_i – дійсні числа, що виражають інтенсивності розподіленого на $\left[x_i, x_{i+1}\right)$ та зосередженого в точці $x = x_i$ джерел тепла відповідно; α_i – коефіцієнт теплопередачі від $(i-1)$-го до i-го шару відповідно, $i = \overline{1, n}$. Як випливає з робіт [5]–[11], поставлена задача зводиться до розв'язування квазідиференціального рівняння

$$\left(\sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i \theta_i\right) t' + \frac{2}{x}\left(\sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i \theta_i\right) t' = \sum_{i=0}^{n-1} r_i \theta_i, \qquad (13)$$

за умов спряження ($i = \overline{1, n-1}$),

$$\begin{cases} t_{i+1}\left(x_i\right) - t_i\left(x_i\right) = \frac{1}{\alpha_i} t_i^{[1]}\left(x_i\right), \\ t_{i+1}^{[1]}\left(x_i\right) - t_i^{[1]}\left(x_i\right) = s_i, \end{cases} \qquad (14)$$

де $t\left(x\right) = \sum\limits_{i=0}^{n-1} t_i\left(x\right)\theta_i, t^{[1]}\left(x\right) = \sum\limits_{i=0}^{n-1} \lambda_i t_i'\left(x\right)\theta_i,$
а також за початкових умов

$$\begin{cases} t\left(x_n\right) = t_R, \\ t^{[1]}\left(x_n\right) = t_R^{[1]}. \end{cases} \qquad (15)$$

Введемо вектори

$$T = \left(t, t^{[1]}\right)^\top, P_R = T\left(x_n\right) = \left(t_R, t_R^{[1]}\right),$$

$$T_i = \left(t_i, t_i^{[1]}\right)^\top, R_i = \left(0, r_i\right)^\top, S_i = \left(0, s_i\right)^\top, i = \overline{0, n-1},$$

та матриці

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\alpha_i} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C_i = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\lambda_i} \\ 0 & -\frac{2}{x} \end{pmatrix}, i = \overline{0, n-1}.$$

Тоді задача (13), (14), (15) зводиться до розв'язування еквівалентної системи диференціальних рівнянь з імпульсною дією

$$T' = \left(\sum_{i=0}^{n-1} C_i \theta_i\right) T + R_i, \qquad (16)$$

$$T_i\left(x_i\right) - T_{i-1}\left(x_i\right) = A_i T_{i-1}\left(x_i\right) + S_i, i = \overline{0, n-1}, \quad (17)$$

за початкової умови

$$T\left(x_n\right) = P_R. \qquad (18)$$

Оскільки на довільному проміжку $\left[x_m, x_{m+1}\right)$, $m = \overline{0, n-1}$,

$$T_m\left(x\right) = B_m\left(x, x_m\right) P_m + \int\limits_{x_m}^{x} B_m\left(x, s\right) R_m\left(s\right) ds, \quad (19)$$

то необхідно обчислити праву частину рівності (19).

Безпосередньою перевіркою переконуємось, що в цьому випадку матриця Коші однорідної системи $T' = C_i T_i$ має вигляд

$$B_i\left(x, s\right) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{s}{\lambda_i}\left(1 - \frac{s}{x}\right) \\ 0 & \frac{s^2}{x^2} \end{pmatrix}. \qquad (20)$$

Оскільки

$$\tilde{A}_i B_{i-1}\left(x_i, x_{i-1}\right) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{x_{i-1}\Delta_i}{\lambda_{i-1} x_i} + \frac{x_{i-1}^2}{\alpha_i x_i^2} \\ 0 & \frac{x_{i-1}^2}{x_i^2} \end{pmatrix},$$

де Δ_i – товщина i-го шару, то методом математичної індукції отримуємо

$$B\left(x_p, x_q\right) = \begin{pmatrix} 1 & x_q^2 \sum\limits_{j=q}^{p-1}\left(\frac{\Delta_{j+1}}{\lambda_j x_j x_{j+1}} + \frac{1}{\alpha_{j+1} x_{j+1}^2}\right) \\ 0 & \frac{x_q^2}{x_p^2} \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Приймаючи в (11) $m + k = n$, отримуємо

$$P_m = B^{-1}\left(x_n, x_m\right)\left[P_R - \sum_{i=o}^{n-m-1} B\left(x_n, x_{m+i+1}\right) Z_{m+i+1}\right]. \qquad (22)$$

Обчислимо Z_{m+i+1}, користуючись введеними вище позначеннями,

$$Z_{m+i+1} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{\alpha_{m+i+1}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \int\limits_{x_{m+i}}^{x_{m+i+1}} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{\lambda_{m+1} x_{m+i+1}}\left(x_{m+i+1} s - s^2\right) \\ 0 & \frac{s^2}{x_{m+i+1}^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ r_{m+i} \end{pmatrix} ds + \begin{pmatrix} 0 \\ s_{m+i+1} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{r_{m+i}}{\lambda_{m+i}}\left(x_{m+i+1}^2 - \frac{x_{m+i}^2}{2} + \frac{x_{m+i}^3}{3 x_{m+i+1}}\right) + \frac{r_{m+i}}{3\alpha_{m+i+1} \cdot x_{m+i+1}^2}\left(x_{m+i+1}^3 - x_{m+i}^3\right) \\ \frac{r_{m+i}}{3 x_{m+i+1}^2}\left(x_{m+i+1}^3 - x_{m+i}^3\right) + s_{m+i+1} \end{pmatrix} \quad (23)$$

Обчислимо також $B\left(x_n, x_{m+i+1}\right)$ з (22) , використовуючи формулу (21):

$$B\left(x_n, x_{m+i+1}\right) = \begin{pmatrix} 1 & x_{m+i+1}^2 \sum\limits_{j=m+i+1}^{n-1} \left(\frac{\Delta_{j+1}}{\lambda_j x_j x_{j+1}} + \frac{1}{\alpha_{j+1} x_{j+1}^2}\right) \\ 0 & \frac{x_{m+i+1}^2}{x_n^2} \end{pmatrix}. \tag{24}$$

Враховуючи, що

$$B^{-1}(x_n, x_m)=\begin{pmatrix} 1 & -x_n^2 \sum\limits_{j=m}^{n-1}\left(\frac{\Delta_{j+1}}{\lambda_j x_j x_{j+1}}+\frac{1}{\alpha_{j+1}x_{j+1}^2}\right) \\ 0 & \frac{x_n^2}{x_m^2} \end{pmatrix}, \quad \int\limits_{x_m}^{x} B_m\left(x,s\right) R_m\left(s\right) ds = \begin{pmatrix} \frac{r_m}{\lambda_m}\left(\frac{x^2}{6}-\frac{x_m^2}{2}-\frac{x_m^3}{3x}\right) \\ \frac{r_m}{3x^2}\left(x^3-x_m^3\right) \end{pmatrix}, \tag{25}$$

обчислимо із застосуванням формул (23) та (24)

$$B\left(x_n, x_{m+i+1}\right) Z_{m+i+1} = \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix}, \tag{26}$$

де

$$\beta = \frac{r_{m+i}}{\lambda_{m+i}}\left(x_{m+i+1}^2 - \frac{x_{m+i}^2}{2} + \frac{x_{m+i}}{3x_{m+i+1}}\right) + \frac{r_{m+i+1}}{3\alpha_{m+i+1}x_{m+i+1}^2}\left(x_{m+i+1}^3 - x_{m+i}^3\right) + \\ + \left(\frac{r_{m+i+1}}{3x_{m+i+1}^2}\left(x_{m+i+1}^3 - x_{m+i}^3\right) + s_{m+i+1}\right) x_{m+i+1}^2 \sum_{j=m+i+1}^{n-1}\left(\frac{\Delta_{j+1}}{\lambda_j x_j x_{j+1}} + \frac{1}{\alpha_{j+1}x_{j+1}^2}\right), \tag{27}$$

$$\gamma = \frac{r_{m+i}}{3x_n^2}\left(x_{m+i+1}^3 - x_{m+i}^3\right) + s_{m+i+1}\frac{x_{m+i+1}^2}{x_n^2}. \tag{28}$$

Зауваживши, що при $i = m, s = x_m$ з (20) дістаємо

$$B_m\left(x, x_m\right) = \begin{pmatrix} 1 & \frac{x_m}{\lambda_m}\left(1-\frac{x_m}{x}\right) \\ 0 & \frac{x_m^2}{x^2} \end{pmatrix},$$

та підставляючи зображення (25)–(28) в (19), після обчислень та спрощень, на кожному з проміжків $\left[x_m, x_{m+1}\right), m = \overline{0, n-1}$, остаточно отримаємо значення вектора

$$T_m\left(x\right) = \begin{pmatrix} t_m\left(x\right) \\ t_m^{[1]}\left(x\right) \end{pmatrix},$$

де

$$t_m\left(x\right) = t_R - \sum_{i=0}^{n-m-1}\left\{\frac{r_{m+i}}{\lambda_{m+i}}\left(x_{m+i+1}^2 - \frac{x_{m+i}^2}{2} + \frac{x_{m+i}}{3x_{m+i+1}}\right) + \frac{r_{m+i+1}}{3\alpha_{m+i+1}x_{m+i+1}^2}\left(x_{m+i+1}^3 - x_{m+i}^3\right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{r_{m+i+1}}{3x_{m+i+1}^2}\left(x_{m+i+1}^3 - x_{m+i}^3\right) + s_{m+i+1}\right) x_{m+i+1}^2 \sum_{j=m+i+1}^{n-1}\left(\frac{\Delta_{j+1}}{\lambda_j x_j x_{j+1}} + \frac{1}{\alpha_{j+1}x_{j+1}^2}\right)\right\} + \\ + \left(t_R^{[1]} - \sum_{i=0}^{n-m-1}\frac{r_{m+i}}{3x_n^2}\left(x_{m+i+1}^3 - x_{m+i}^3\right) + s_{m+i+1}\frac{x_{m+i+1}^2}{x_n^2}\right) \times \\ \times \left[\frac{x_n^2}{\lambda_m x_m}\left(1 - \frac{x_m}{x}\right) - x_n^2 \sum_{j=m}^{n-1}\left(\frac{\Delta_{j+1}}{\lambda_j x_j x_{j+1}} + \frac{1}{\alpha_{j+1}x_{j+1}^2}\right)\right] + \frac{r_m}{\lambda_m}\left(\frac{x^2}{6} - \frac{x_m^2}{2} - \frac{x_m^3}{3x}\right); \tag{29}$$

$$t_m^{[1]}\left(x\right) = \left(t_R^{[1]} - \sum_{i=0}^{n-m-1}\frac{r_{m+i}}{3x_n^2}\left(x_{m+i+1}^3 - x_{m+i}^3\right) + s_{m+i+1}\frac{x_{m+i+1}^2}{x_n^2}\right)\frac{x_n^2}{x^2} + \frac{r_m}{3x^2}\left(x^3 - x_m^3\right). \tag{30}$$

Висновки

На скінченному інтервалі дійсної осі вивчена структура розв'язку задачі Коші для лінійної системи диференціальних рівнянь з імпульсною дією з кусково-неперервними коефіцієнтами. Вказано методи продовження цього розв'язку як праворуч, так і ліворуч від точки, в якій задається початкова умова.

Як приклад у замкненій формі для довільної кількості шарів розв'язана стаціонарна задача про розподіл температурного поля в багатошаровій порожнистій кулі за умов неідеального теплового контакту між шарами. Передбачається також наявність як розподілених, так і зосереджених внутрішніх джерел тепла.

Наведена вище задача не може бути зведена до коректної диференціальної системи першого порядку [7]–[11], натомість вона зводиться до системи диференціальних рівнянь з імпульсною дією, що дає можливість застосувати основні теоретичні результати цієї роботи.

Також варто наголосити, що представлені формулами (29) і (30) температура та тепловий потік виражаються винятково через вихідні дані задачі (початкові умови, коефіцієнти теплопровідності шарів, інтенсивності розподілених та зосереджених внутрішніх джерел тепла, коефіцієнти теплопередачі).

Література

[1] Аткинсон Ф. Дискретные и непрерывные краевые задачи: пер. с англ. / Ф. Аткинсон. – М.: Мир. – 1968. – 749 с.

[2] Самойленко А. М. Дифференциальные уравнеия с импульсным воздействием / А. М. Самойленко, Н. А. Перестюк. – К.: Наукова думка, 1987. – 287 с.

[3] Халанай А. Качественная теория импувльсных систем: пер. с рум. / А. Халанай , Д. Векслер. – М.: Мир, 1971. – 312 с.

[4] Узагальнені квазідиференціальні рівняння / Р. Тацій, М. Стасюк, В. Мазуренко, О. Власій. – Дрогобич: Коло, 2011. – 301 с.

[5] Исаченко В. П. Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М.: Энергия, 1975. – 488 с.

[6] Величко Л. Д. Термодинаміка та теплопередача в пожежній справі / Л. Д. Величко, Р. Я. Лозинський, М. М. Семерак. – Львів: Сполом, 2011. – 497 с.

[7] Власій О. О. Структура розв'язків узагальнених систем з кусково-змінними коефіцієнтами / О. О. Власій, М. Ф. Стасюк, Р. М. Тацій // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка»: Фіз.-мат. науки. – 2009. – № 660. –С . 34–37.

[8] Власій О. О. Дискретно-неперервні крайові задачі для найпростіших квазідиференціальних рівнянь 2-го порядку / О. О. Власій, М. Ф. Стасюк, Р. М. Тацій // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка»: Фіз.-мат. науки. – 2011. – № 718. – С. 61–69.

[9] Тацій Р. М. Визначення теплообміну в багатошаровій нескінченній плиті з дискретно-неперервним розподілом тепла / Р. М. Тацій, М. І. Кусій, О. Ю. Пазен // Пожежна безпека : зб. наук. пр.ЛДУ БЖД. – 2012. – № 20. – С. 20–26.

[10] Власій О. О. Математичне моделювання процесу теплопровідності у багатошаровому порожнистому циліндрі / О. О. Власій, Т. В. Дячун, М. Ф. Стасюк // Вісник ЛДУ БЖД . – 2012. – № 6. – С. 121–128.

[11] Тацій Р. М. Визначення розподілу температурного поля у багатошарових сферичних огороджувальних конструкціях / Р. М. Тацій, О. Ю. Чмир // Пожежна безпека : зб. наук. пр.ЛДУ БЖД. – 2011. – № 5. – С. 13–20.

КОНСТРУКЦИЯ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С КУСОЧНО-ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Власий О. О.[a], Стасюк М. Ф.[a], Таций Р. М.[b]

[a] *Прикарпатский национальный университет имени Василия Стефаника ул. Шевченка, 57, 76025, Ивано-Франковск, Украина*

[b] *Львовский государственный университет безопасности жизнедеятельности ул. Клепаровская , 35, 79058, Львов, Украина*

Исследована структура решений линейных систем дифференциальных уравнений с импульсным воздействием с кусочно-непрерывными коэффициентами. Получено конструктивное изображение решения задачи Коши и указано способы его продолжения справа и слева от точки задания начального условия. Рассмотрен пример применения полученных результатов в теории теплопроводности.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение с импульсным воздействием, матрица Коши, температурное поле.

2000 MSC: 34B05; 34B27;34A37

УДК: 517.912

THE CONSTRUCTION OF THE SOLUTIONS OF LINEAR IMPULSIVE DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH PIECEWISE CONTINUOUS COEFFICIENTS

Tatsij R. M.[a], Stasjuk M. F.[a], Vlasij O. O.[b]

[a] *Lviv State University of vital activity safety, 35 Kleparivska Str., 79058, Lviv, Ukraine*

[b] *Vasyl Stefanyk Precarpathian National University 57 Shevchenko Str., 76025, Ivano-Frankivsk, Ukraine*

There has been researched the structure of solutions of linear systems of differential equations with impulse action with piecewise continuous coefficients. There has been obtained the constructive image of Cauchy problem solution and specified the methods of its continuation to the right and to the left from the point of starting condition. There has been examined the example of implementation of the results obtained in the theory of heat conduction.

Key words: differential equation with impulse action, Cauchy matrix, temperature field.

2000 MSC: 34B05; 34B27;34A37

УДК: 517.912