

циклічних згорток // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка". Комп'ютерні системи та мережі. – 2010. – № 688. – С. 190–196. 12. Hu N.C., Chang H.I, and Ersoy O.K., "Generalized discrete Hartley transforms," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 40, no. 12, pp. 2931–2940, 1992. 13. R. N. Bracewell, *The Hartley Transform*, Oxford Univ. Press, Oxford, 1986. 14. Ihor Prots'ko, *The Efficient Computation DHT using Cyclic Convolutions*. // *Proceeding of the XI International Conference CADSM'2011, Poljana, 24–28 february, 2011.* – P. 85–86. 15. Патент 96540 Україна, G06F 17/16 (2006.01), H03M 7/30 (2006.01). Спосіб приведення дискретних гармонічних складових цифрових сигналів до циклічних згорток. /Процько І.О. / Бюл. № 21.

УДК 004.032.26

Є. Бодяньський, О. Тищенко, Д. Копаліані  
Харківський національний університет радіоелектроніки,  
Проблемна науково-дослідна лабораторія АСУ

## ПРОГНОЗУВАННЯ БАГАТОВИМІРНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ НА ОСНОВІ АДАПТИВНОЇ НЕО-ФАЗЗИ-МОДЕЛІ

© Бодяньський Є., Тищенко О., Копаліані Д., 2012

Введено структуру адаптивного нео-фаззи-предиктора та багатовимірного нео-фаззи-нейрона, а також метод навчання останнього. Запропонований алгоритм навчання має підвищену швидкість збіжності та забезпечує фільтруючі властивості. Завдяки введеній нейромережевій архітектурі, вузлами якої є нео-фаззи-нейрони, можна розв'язувати задачі короткострокового прогнозування у реальному часі за умов короткої навчальної вибірки.

**Ключові слова:** адаптивне прогнозування, нео-фаззи-нейрон, метод навчання, прогнозування, часовий ряд.

The architectures of the adaptive neo-fuzzy predictor and a multidimensional neo-fuzzy neuron are introduced. The proposed learning algorithm increases convergence rate and provides improved filter properties. The short-term prediction tasks may be fulfilled in an online mode with the help of proposed neuro-fuzzy architectures when a data set is short.

**Key words:** adaptive prediction, neo-fuzzy-neuron, learning algorithm, prediction, time series.

### Вступ

Сьогодні штучні нейронні мережі набули широкого розповсюдження для розв'язання великого класу задач опрацювання інформації і, насамперед, для ідентифікації, емуляції, інтелектуального керування, прогнозування часових рядів довільної природи за умов структурної та параметричної невизначеності.

Задача прогнозування багатовимірних часових рядів доволі часто виникає у багатьох технічних, медико-біологічних та інших дослідженнях, де якість прийнятих рішень істотно залежить від точності синтезованих прогнозів. У багатьох реальних задачах часові ряди характеризуються високим рівнем нелінійності та нестационарності своїх параметрів, наявністю аномальних викидів. Зрозуміло, що традиційні методи аналізу часових рядів, засновані на регресійному, кореляційному та інших подібних підходах, що мають на меті апіорну наявність доволі великої вибірки спостережень, є неефективними. Альтернативою традиційним статистичним

методам може слугувати математичний апарат обчислювального інтелекту, а також штучні нейронні мережі [1, 2] та нейро-фаззі-системи [3], завдяки своїм універсальним апроксимувальним властивостям. Водночас з апроксимувальних властивостей зовсім не витікають екстраполуючі, оскільки врахування давньої передісторії для побудови прогнозувальної моделі може погіршити якість прогнозу. У зв'язку з цим під час оброблення нестационарних процесів треба відмовитися від процедур навчання, що базуються на зворотному поширенні помилок (багатосарові перцептрони, рекурентні нейронні мережі, адаптивні нейромережеві системи нечіткого виведення – ANFIS) або методі найменших квадратів (радіально-базисні та функціонально пов'язані нейронні мережі) та скористатися процедурами на основі локальних критеріїв та «короткої» пам'яті типу алгоритма Качмажа-Уїдроу-Хоффа. При цьому використані алгоритми навчання мусять забезпечувати не лише високу швидкість, але й фільтруючі якості для придушення стохастичної «шумової» компоненти в оброблюваному сигналі. У зв'язку з цим синтез спеціалізованих гібридних систем обчислювального інтелекту для розв'язання задач прогнозування істотно нестационарних часових рядів за умов невизначеності, що забезпечують разом з високою швидкістю навчання і фільтрацію завад, є досить цікавою та перспективною задачею.

### Архітектура адаптивного нео-фаззі-предиктора

Архітектуру адаптивного нео-фаззі-предиктора багатовимірного нелінійного істотно нестационарного часового ряду  $x(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k))^T$ , де  $k = 1, 2, \dots, K$  – поточний дискретний час, наведено на рис. 1.

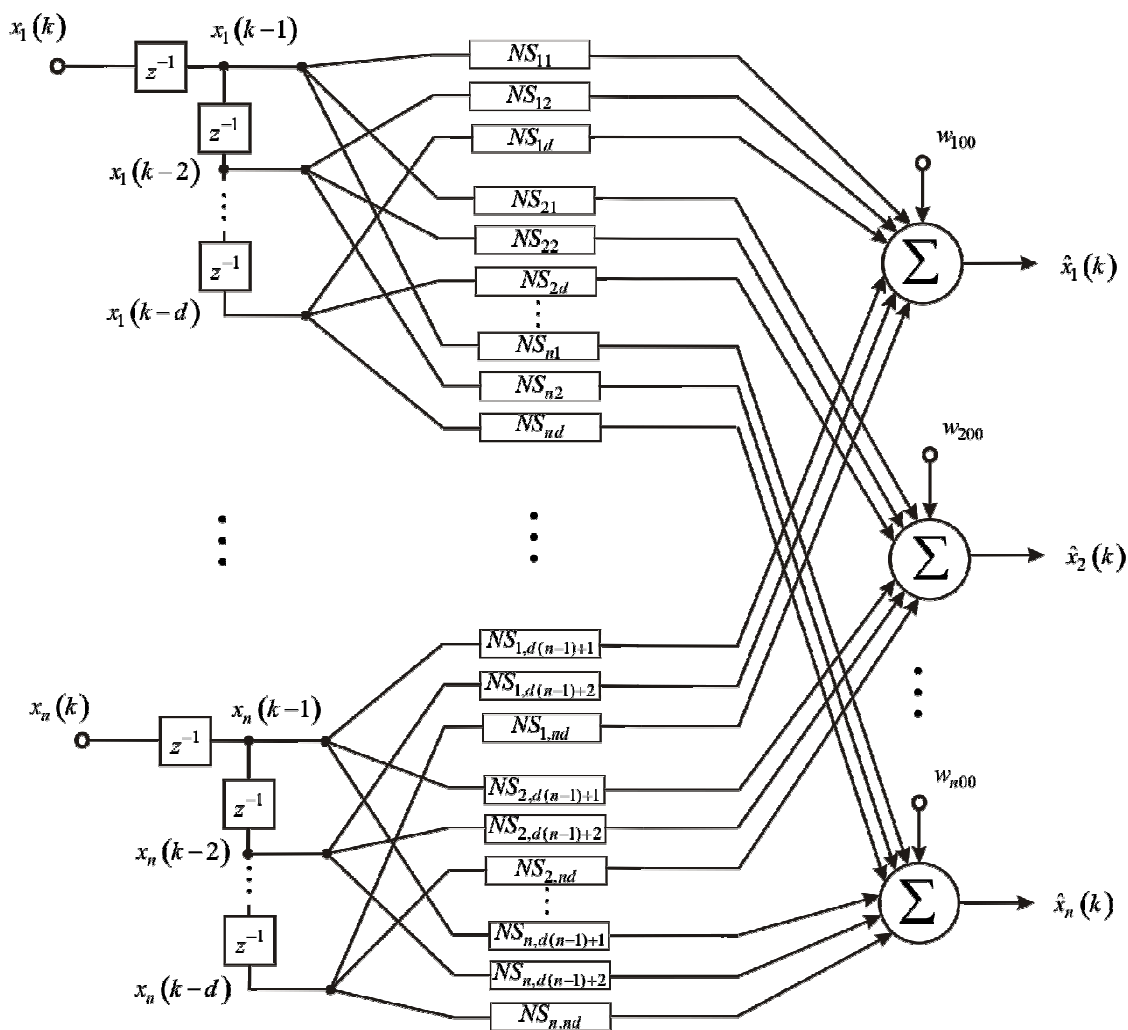


Рис. 1. Архітектура адаптивного нео-фаззі-предиктора

Ця архітектура в принципі збігається з конструкцією введеного раніше адаптивного фільтра-предиктора [4], однак на відміну від останнього в якості вузлів замість адаптивних лінійних асоціаторів містить  $n$  паралельно поєднаних нео-фаззі-нейронів [5] з  $nd+1$  входами кожний (тут  $d \geq 1$  – глибина використовуваної для прогнозування передісторії часового ряду), що є істотно нелінійними елементами. Кожний з нео-фаззі-нейронів замість звичайних синаптичних ваг містить  $nd$  нелінійних синапсів  $NS_{ji}$  з  $h$  синаптичними вагами  $w_{ijl}$  кожний, де  $j=1,2,\mathbf{K},n;i=1,2,\mathbf{K},nd;l=1,2,\mathbf{K},h$ , при цьому архітектура в цілому містить  $n(ndh+1)$  налаштованих ваг. З кожним з нео-фаззі-нейронів пов'язаний ланцюжок з  $d$  елементів чистого запізнювання  $z^{-1}$ , що формує передісторію  $x_1(k-1), x_1(k-2), \mathbf{K}, x_1(k-d), x_2(k-1), \mathbf{K}, x_i(k-p), \mathbf{K}, x_n(k-d)$ , при цьому синаптичні ваги  $w_{j00}$  визначають рівень зміщення на виходах кожного нео-фаззі-нейрона.

Отже, перетворення, що його реалізує ця архітектура, на відміну від лінійного відображення

$$\hat{x}(k) = WX(k), \quad (1)$$

що забезпечується адаптивним фільтром-предиктором [4], може бути записано у вигляді

$$\hat{x}(k) = F(X(k)), \quad (2)$$

де  $\hat{x}(k) = (\hat{x}_1(k), \hat{x}_2(k), \mathbf{K}, \hat{x}_n(k))^T$  –  $(n \times 1)$ -вектор прогнозів, отриманих за передісторією наявної до моменту часу  $k$ ,  $X(k) = (1, x_1(k-1), \mathbf{K}, x_1(k-d), \mathbf{K}, x_n(k-d))^T = (1, \%_1(k), \mathbf{K}, \%_n(k), \%_{n+1}(k), \%_{nd}(k))^T$  –  $((nd+1) \times 1)$ -вектор цієї передісторії,  $W$  –  $(n \times (nd+1))$  – матриця налаштованих синаптичних ваг лінійної конструкції (1),  $F(\bullet)$  – нелінійний оператор спеціального вигляду, що забезпечує оптимальне в сенсі прийнятого критерію прогнозування багатовимірної послідовності  $x(k)$ .

### Нео-фаззі-нейрон

Нео-фаззі-нейрон (NFN), що його ввели Т. Ямакава з колегами [5], є нелінійною системою, яка навчається, схема її стосовно задачі, що розглядається тут, наведена на рис. 2.

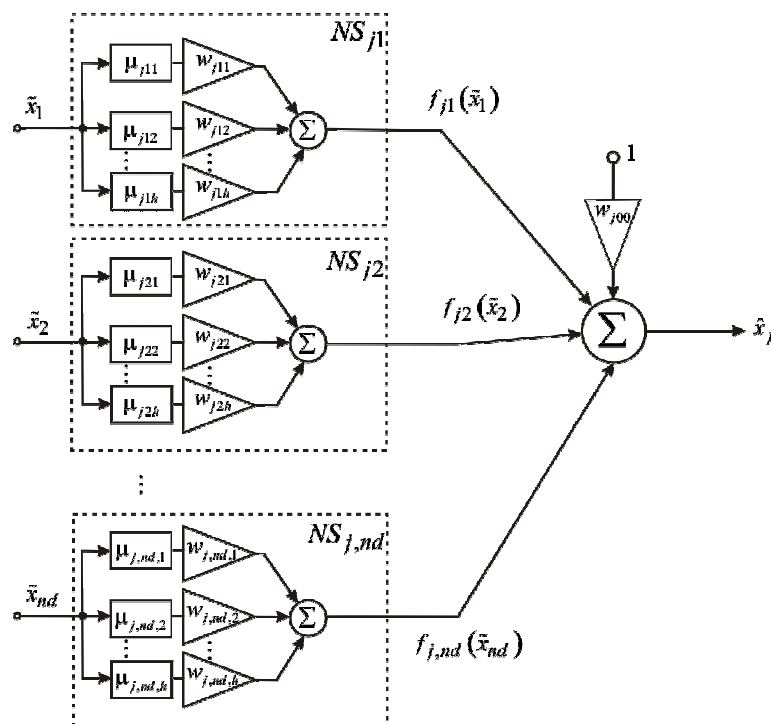


Рис. 2. Нео-фаззі-нейрон

Як можна побачити, NFN за архітектурою є достатньо близьким до стандартного  $nd$ -входового формального нейрона, однак на відміну від нього містить нелінійні синапси  $NS_{ji}$ , в яких реалізуються елементарні правила нечіткого виведення вигляду

$$IF \mathcal{X}_i IS X_{il} THEN f_{ji}(\mathcal{X}_i) = \sum_{l=1}^h m_{jil}(\mathcal{X}_i) w_{jil}, \quad (3)$$

де  $X_{il}$  – лінгвістичне значення (нечітка множина) на  $i$ -му вході в антецеденті  $l$ -го правила),  $m_{jil}(\mathcal{X}_i)$  – функція належності,  $w_{jil}$  – синглетон у консеквенті  $l$ -го правила,  $h$  – кількість функцій належності у кожному нелінійному синапсі.

При подачі на вхід NFN векторного сигналу  $X(k)$  на його виході з'являється скалярне значення

$$\hat{x}_j(k) = w_{j00} + \sum_{i=1}^{nd} f_{ji}(\mathcal{X}_i(k)) = w_{j00} + \sum_{i=1}^{nd} \sum_{l=1}^h m_{jil}(\mathcal{X}_i(k)) w_{jil}(k-1), \quad (4)$$

що визначається як функціями належності  $m_{jil}$ , так і поточними значеннями налаштованих синаптичних ваг  $w_{jil}(k-1)$ . Незважаючи на простоту архітектури, можна помітити, що, з одного боку, NFN є достатньо близьким до системи нечіткого виведення (FIS) М. Сугено [6], а, з іншого, – до радіально-базисних нейронних мереж (RBFN) [1] зі скалярними аргументами активаційних функцій. Враховуючи функціональну еквівалентність FIS та RBFN [7], а також їх універсальні апроксимувальні властивості [8, 9], логічно сподіватися на успішне використання NFN у системах прогнозування.

У якості функцій належності в нео-фаззі-нейроні зазвичай використовуються трикутні конструкції, вигляд яких наведено на рис. 3, а їх значення визначаються відстанню між величиною вхідного сигналу  $\mathcal{X}_i$  та параметрами центрів  $c_{jil}$ :

$$m_{jil}(\mathcal{X}_i) = \frac{c_{ji1} - \mathcal{X}_i}{c_{ji2}}, \quad (5)$$

$$m_{jil}(\mathcal{X}_i) = \begin{cases} \frac{\mathcal{X}_i - c_{ji,l-1}}{c_{jil} - c_{ji,l-1}}, & \mathcal{X}_i \in [c_{ji,l-1}, c_{jil}], \\ \frac{c_{ji,l+1} - \mathcal{X}_i}{c_{ji,l+1} - c_{jil}}, & \mathcal{X}_i \in [c_{jil}, c_{ji,l+1}], \\ 0 & \text{в протилежному випадку,} \end{cases} \quad (6)$$

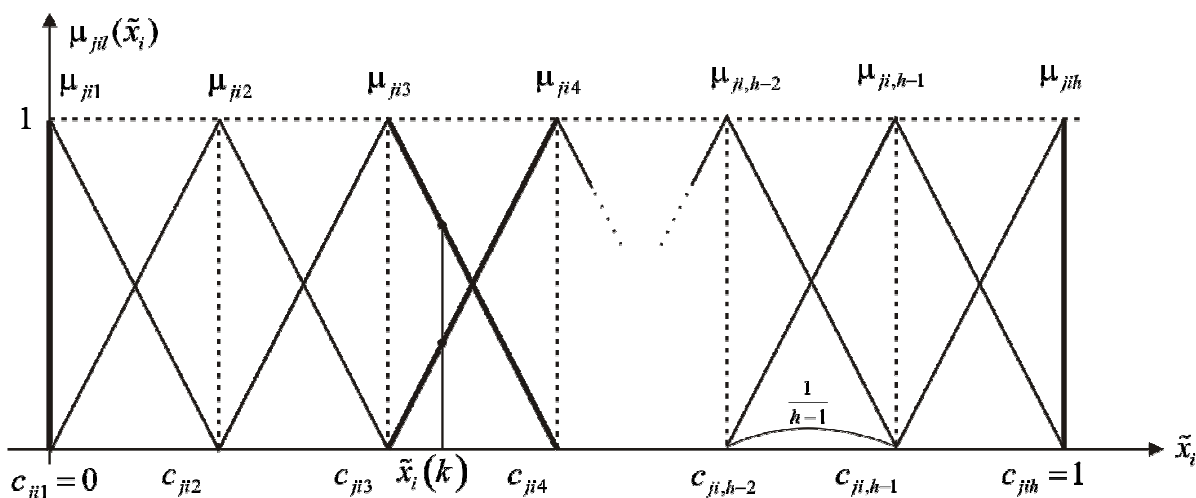


Рис. 3. Функції належності нео-фаззі-нейрона

$$m_{jih}(\mathcal{X}_p) = \frac{\mathcal{X}_p - c_{ji,h-1}}{1 - c_{ji,h-1}}, \quad (7)$$

$$c_{ji1} = 0, c_{ji2} = \frac{1}{h-1}, \mathbf{K}, c_{jil} = \frac{l-1}{h-1}, \mathbf{K}, c_{jih} = 1, \quad (8)$$

при цьому природно вважається, що всі вхідні дані завчасно закодовано в інтервал  $\mathcal{X}_p \in [0,1]$ .

Важливо відмітити, що така конструкція функцій належності автоматично забезпечує розбиття Руспіні (одиничне розбиття):

$$\sum_{l=1}^h m_{jil}(\mathcal{X}_p) = 1 \quad \forall i. \quad (9)$$

Якщо активним є нечіткий інтервал  $p$ , вихід нелінійного синапсу можна записати так:

$$\begin{aligned} f_{ji}(\mathcal{X}_p) &= \sum_{l=1}^h w_{jil} m_{jil}(\mathcal{X}_p) = w_{jip} m_{jip}(\mathcal{X}_p) + w_{ji,p+1} m_{ji,p+1}(\mathcal{X}_p) = \\ &= \frac{c_{ji,p+1} - \mathcal{X}_p}{c_{ji,p+1} - c_{jip}} w_{jip} + \frac{\mathcal{X}_p - c_{jip}}{c_{ji,p+1} - c_{jip}} w_{ji,p+1} = a_{ji} \mathcal{X}_p + b_{ji}, \end{aligned} \quad (10)$$

де

$$a_{ji} = \frac{w_{ji,p+1} - w_{jip}}{c_{ji,p+1} - c_{jip}}, \quad b_{ji} = \frac{c_{ji,p+1} w_{jip} - c_{jip} w_{ji,p+1}}{c_{ji,p+1} - c_{jip}}.$$

Перетворення, виконуване нелінійним синапсом  $NS_{ji}$  із фаззифікації поточного сигналу  $\mathcal{X}_p(k)$ , також проілюстровано на рис. 3. Товстими лініями вказано активні функції належності. Отже, кожен нелінійний синапс реалізує кусково-лінійну апроксимацію  $f_{ji}(\mathcal{X}_p)$  нелінійного сигналу  $\mathcal{X}_p$ .

#### Багатовимірний нео-фаззі-нейрон

Архітектура, наведена на рис. 1, є надлишковою, якщо містить однотипові нелінійні синапси  $NS_{ji}$ . Це пояснюється тим, що  $m_{1il}(\mathcal{X}_p) = m_{2il}(\mathcal{X}_p) = \mathbf{K} = m_{jil}(\mathcal{X}_p) = \mathbf{K} = m_{nil}(\mathcal{X}_p)$ . Уникнути цього можна, вводячи до розгляду багатовимірний нео-фаззі-нейрон, архітектура якого наведена на рис.4 і є модифікацією архітектур, розглянутих у [10, 11]. Вузлами цієї конструкції є складені нелінійні синапси  $MNS_j$ , кожний з котрих містить  $h$  функцій належності  $m_{jil}$  (індекс  $j$  тут в принципі може бути прийнято довільним  $1 \leq j \leq n$ ) та  $nh$  налаштованих синаптичних ваг  $w_{jih}$ . Отже, багатовимірний нео-фаззі-нейрон, загалом, містить  $ndgh + n = n(ndh + 1)$  синаптичних ваг, але ж тільки  $ndh$  функцій належності, що в  $n$  разів менше ніж в архітектурі, наведеній на рис. 1.

Отже, нео-фаззі-предиктор можна достатньо просто реалізувати на базі багатовимірного нео-фаззі-нейрона.

#### Метод навчання нео-фаззі-предиктора

Вводячи до розгляду  $(ndh+1) \times 1$ -вектор поточних значень функцій належності  $\mathbf{m}(k) = (1, m_{j11}(\mathcal{X}_p(k)), \mathbf{K}, m_{j,nd,h}(\mathcal{X}_{hd}(k)))^T$  та  $(n \times (ndh+1))$ -матрицю синаптичних ваг

$$W = \begin{pmatrix} w_{100} & w_{111} & \mathbf{L} & w_{11h} & \mathbf{L} & w_{1,hd,h} \\ w_{200} & w_{211} & \mathbf{L} & w_{21h} & \mathbf{L} & w_{2,hd,h} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ w_{300} & w_{n11} & \mathbf{L} & w_{n1h} & \mathbf{L} & w_{n,hd,h} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

можна записати сигнал на виході нео-фаззі-предиктора у  $k$ -й момент часу у вигляді

$$\hat{x}(k) = F(X(k)) = W(k-1) \mathbf{m}(k), \quad (12)$$

де  $W(k-1)$  – матриця налаштованих синаптичних ваг, що її отримано на основі інформації, наявної до  $k$ -го такту.

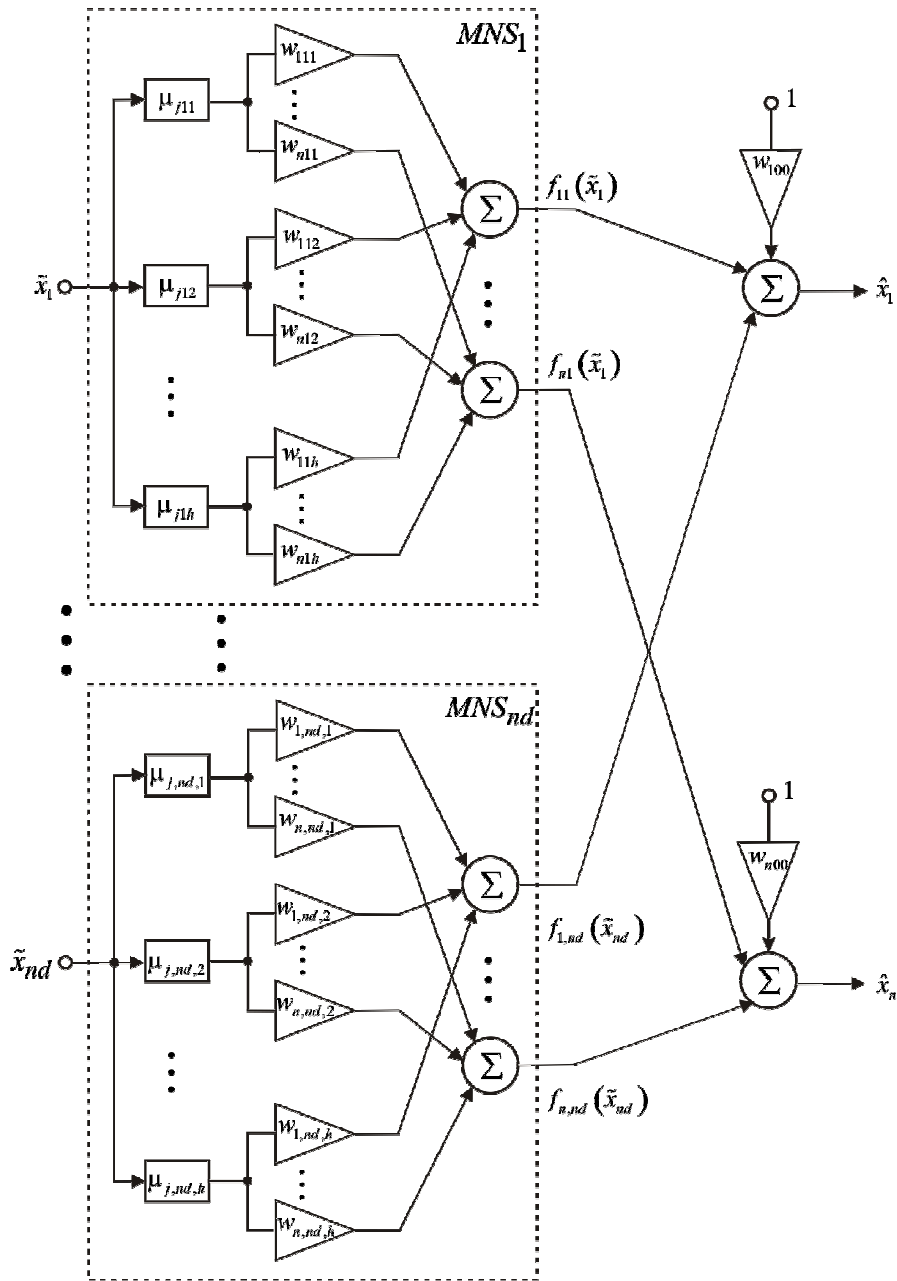


Рис. 4. Багатовимірний нео-фаззі-нейрон

Навчання багатовимірного нео-фаззі-предиктора може бути реалізовано за допомогою матричної модифікації експоненційно-зваженого рекурентного методу найменших квадратів у формі

$$\begin{cases} W(k) = W(k-1) + \frac{(X(k) - W(k-1)m(k))m^T(k)P(k-1)}{a + m^T(k)P(k-1)m(k)}, \\ P(k) = \frac{1}{a} \left( P(k-1) - \frac{P(k-1)m(k)m^T(k)P(k-1)}{a + m^T(k)P(k-1)m(k)} \right), \end{cases} \quad (13)$$

де  $0 < a \leq 1$  – параметр згладжування, що забезпечує компроміс між слідкуючими та фільтруючими властивостями алгоритму.

Відзначимо також, що в кожний момент часу  $k$  з надходженням нового вектора спостережень часового ряду  $x(k)$  спочатку уточнюється матриця синаптичних ваг  $W(k)$ , а на її основі будується однокроковий прогноз

$$\hat{x}(k+1) = W(k)m(k+1), \quad (14)$$

де вектор  $m(k+1)$  містить фаззифіковані дані з часовими індексами, що не перевищують  $k$ .

#### Експериментальне моделювання

Аби продемонструвати ефективність запропонованої адаптивної прогнозуючої нео-фаззі-моделі та її алгоритму навчання, у якості тестової вибірки було обрано багатовимірний ряд на основі диференційних рівнянь моделі Лоренца:

$$\begin{cases} \dot{x} = s(y - x), \\ \dot{y} = x(r - z) - y, \\ \dot{z} = xy - bz. \end{cases} \quad (15)$$

Диференційне рівняння (15) можна записати у дискретному часі в рекурентній формі:

$$\begin{cases} x(i+1) = x(i) + s(y(i) - x(i))dt, \\ y(i+1) = y(i) + (rx(i) - x(i)z(i) - y(i))dt, \\ z(i+1) = z(i) + (x(i)y(i) - bz(i))dt, \end{cases} \quad (16)$$

де  $s = 10, r = 28, b = \frac{8}{3}, dt = 0.001$ .

Вибірка даних, що отримана за допомогою формули (15), містила 10000 спостережень, серед яких 7000 спостережень – навчальна вибірка, 3000 – перевірна. Процес навчання тривав 1–2 хв залежно від характеристик комп'ютера, на якому було запущено експеримент.

На рис. 5–6 наведено вихід часового ряду та прогноз (темним кольором позначено часовий ряд, світлим – прогноз).

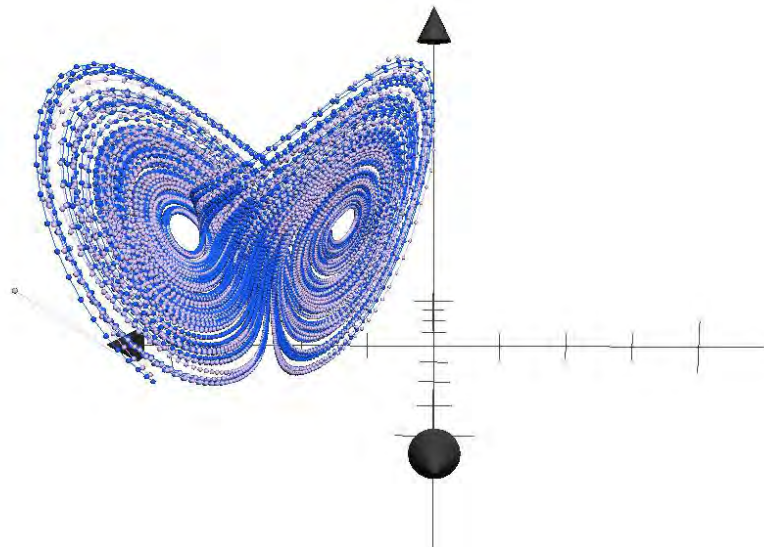


Рис. 5. Візуальна репрезентація прогнозу

Для проведення чисельного експерименту було обрано такі критерії оцінки:

– MSE (mean squared error, середньоквадратична похибка):

$$MSE = \frac{1}{N} \sum (y(k) - \hat{y}(k));$$

– SMAPE (Symmetric mean absolute percentage error, симетрична абсолютна відсоткова похибка) – характеризує похибку прогнозу у відсотках:

$$SMAPE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{|y(k) - \hat{y}(k)|}{y(k) + \hat{y}(k)}.$$

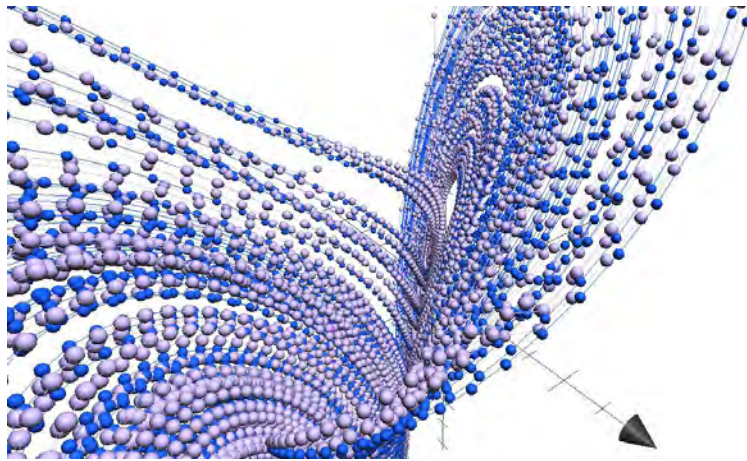


Рис. 6. Деталізована візуалізація прогнозу

На рис. 7–8 наведено змінення у часі характеристик прогнозування.

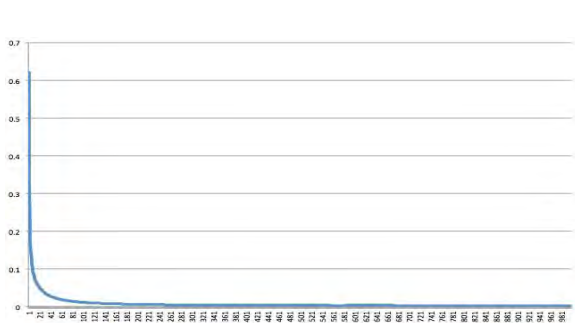


Рис. 7. Середньоквадратична похибка (MSE)

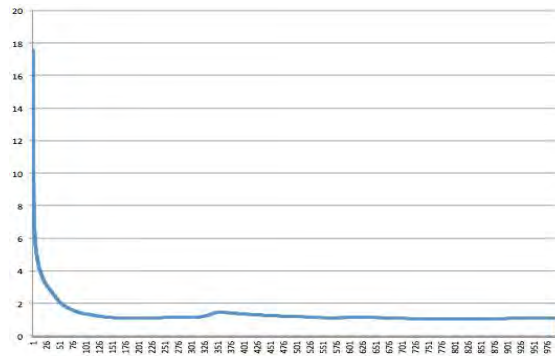


Рис. 8. Абсолютна похибка прогнозування (MAPE)

На основі експерименту можна стверджувати про високу якість розв'язання задачі прогнозування.

### Висновки

Запропоновано адаптивну систему для прогнозування багатовимірних нестационарних часових рядів у режимі реального часу. Введено неймережеву архітектуру, вузлами якої є нео-фаззі-нейрони, оскільки її узагальнення – багатовимірний нео-фаззі-нейрон, що характеризується простотою чисельної реалізації та можливістю швидкого та ефективного навчання.

1. Haykin S. *Neural Networks. A Comprehensive Foundation*. – Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, Inc., 1999. – 842 p. 2. Mandic D.P., Chambers J.A. *Recurrent Neural Networks for Prediction*. – Chichester: John Wiley & Sons, 2001. – 285p. 3. Jang J.-S. R., Sun C.-T., Mizutani E. *Neuro-Fuzzy and Soft Computing. A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*. – Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, Inc., 1997. – 614p. 4. Бодянский Е.В., Романюк О.А., Удовенко О.С. Адаптивный фильтр-предиктор многомерных существенно нестационарных временных рядов // Системи обробки інформації. – 2009. – Вип. 4 (78). – С. 23–28. 5. Yamakawa T., Uchino E., Miki T., Kusanagi H. A neo fuzzy neuron and its applications to system identification and prediction of the system behavior // Proc. 2-nd Int. Conf. on Fuzzy Logic and Neural Networks “IIZUKA-92”. – Iizuka, Japan, 1992. – P. 477–483.



6. Sugeno M. *An introductory survey of fuzzy control* // *Information Sciences*. – 1985. – 36. – P. 59–83.
7. Jang J.-S. R., Sun C.-T. *Functional equivalence between radial basis function networks and fuzzy inference systems* // *IEEE Trans. on Neural Networks*. – 1993. – 4. – P. 156-159.
8. Park J., Sandberg I.W. *Universal approximation using radial-basis-function network* // *Neural Computation*. – 1991. – 3. – P. 246–257.
9. Wang L.X. *Fuzzy systems are universal approximators* // *Proc. 1<sup>st</sup> IEEE Conf. on Fuzzy Systems*. – San Diego. – 1992. – P. 1163-1169.
10. Landim R.P., Rodrigues B., Silva S.R., Matos W. *A neo-fuzzy-neuron with real-time training applied to flux observer for an induction motor* // *Proc. Vth Brazilian Symp. on Neural Networks*. – Los Alamitos, CA: IEEE Computer Society, 1998. – P. 67–72.
11. Бодянский Е.В., Тищенко А.К. *Адаптивный нео-фаззи-предиктор многомерных нестационарных временных рядов* // *Системы обработки информации*. – 2012. – Вып. 3(101). – Т.2. – С. 8–12.