Table algebras of infinite (finite) tables, corresponding relational calculi and theirs equivalence

Dmitry Buy [1], Iryna Glushko [2]

Department of Theory and Technology of Programming,
Taras Shevchenko National University of Kyiv, UKRAINE,
Kyiv, Academician Glushkov Avenue 4d,
[1]E-mail: buy@unicyb.kiev.ua
[2]E-mail: glushkoim@gmail.com

Most of query languages are based on the relation calculus. Unlike relational (table) algebra, calculus expresses only what must be the result, and does not determine how to get it. So the question of equivalence of table algebra and corresponding calculi is important.

Relational calculus is based on first-order predicate calculus. There are two forms of relational calculus: tuple calculus and domain calculus. These forms have been proposed by E. Codd and M. Lacroix and A. Pirotte respectively.

Specifying of table in terms of nominal sets is carried out by V. Redko, J. Brona, D. Buy, S. Poliakov. Traditionally the finite set of tuple is understood under the table and the authors take it into account. However, as a rule, mathematical statements about standard properties of specification of relation operations remain true for infinite relations. Further under relation we will understand any set of tuples (with common scheme), in particular infinite.

The classical relational calculi are filled up by functional and predicate signatures on the universal domain (while usually consider only binary predicates and functional signature is generally empty). Syntax of terms, atoms and formulas of generalized tuple calculus and generalized domain calculus is defined, the sets of legal formulas are introduced.

In paper two main results are presented. The first concerns equivalence of table algebra for infinite tables and corresponding relational calculi, and the second – equivalence of subalgebra of finite tables of the given algebra and corresponding relational calculi in which consideration is limited to only so-called "safe" expressions. These results generalize the classical result about the equivalence of Codd's relational algebra and tuple (domain) calculus.

Табличні алгебри для нескінченних (скінченних) таблиць, відповідні реляційні числення та їх еквівалентність

Дмитро Буй [1], Ірина Глушко [2]

Кафедра теорії та технології програмування, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, УКРАЇНА, м. Київ, пр. Академіка Глушкова, 4д,
[1]E-mail: buy@unicyb.kiev.ua
[2]E-mail: glushkoim@gmail.com

У статті представлено два результати: перший стосується еквівалентності табличної алгебри для нескінченних таблиць і відповідних реляційних числень, а другий – еквівалентності підалгебри даної алгебри для скінченних таблиць і відповідних реляційних числень, в яких розгляд обмежується лише так званими "безпечними" виразами.

Ключові слова – реляційні (табличні) бази даних, числення рядків, числення на домені, таблична алгебра, безпечні вирази.

I. Вступ

Уточнення реляції в термінах іменних множин здійснено у монографії [1]. Традиційно під реляцією розуміється скінченна множина рядків, і автори враховують це обмеження, проте, як правило, математичні твердження про стандартні властивості уточнень реляційних операцій залишаються вірними і для нескінченних реляцій. Надалі під реляцією будемо розуміти довільну множину односхемних рядків, зокрема, нескінченну.

II. Табличні алгебри нескінченних (скінченних) таблиць

Всі невизначені тут поняття та позначення розуміємо в смислі монографії [1]. Розглядаємо дві множини: $\boldsymbol{A}$ – множину атрибутів і $\boldsymbol{D}$ – універсальний домен.

Під таблицею схеми R ($R \subseteq \boldsymbol{A}$) розуміємо пару $\langle t, R \rangle$, де t – множина (зокрема, нескінченна) рядків фіксованої схеми R. Як і у роботі [2] кожній таблиці приписується певна схема.

Множину усіх рядків (таблиць) схеми R позначимо $S(R)$ (відповідно $\boldsymbol{T}(R)$), а множину всіх рядків (таблиць) – S (відповідно $\boldsymbol{T}$). Таким чином, $S = \bigcup_{R \subseteq A} S(R)$, $\boldsymbol{T}(R) = P(S(R))$, $\boldsymbol{T} = \bigcup_{R \subseteq A} \boldsymbol{T}(R)$, де $P(A)$ – булеан множини A. Під табличною алгеброю нескінченних таблиць розуміємо алгебру $\langle \boldsymbol{T}, \Omega_{P,\Xi} \rangle$, де $\boldsymbol{T}$ – множина усіх таблиць, $\Omega_{P,\Xi} = \{\mathbf{U}_R, \mathbf{I}_R, \setminus_R, s_{p,R}, p_{X,R}, \underset{R_1,R_2}{\otimes}, \div^{R_1}_{R_2}, Rt_{x,R}, \sim_R\}$ –

сигнатура, $p \in P, x \in \Xi$, $X, R, R_1, R_2 \subseteq \boldsymbol{A}$, P, Ξ – множини параметрів. Операції сигнатури $\Omega_{P,\Xi}$ задано в [2].

На практиці, зазвичай, мають справу зі скінченними таблицями. Таблична алгебра, розглянута у монографії [1], та узагальнена таблична алгебра, представлена у статті [2], в яких під реляцією розуміється скінченна множина рядків, є підалгебрами табличної алгебри нескінченних таблиць. Справді, якщо $\langle \boldsymbol{T'}, \Omega_{P,\Xi} \rangle$ – узагальнена таблична алгебра, то множина $\boldsymbol{T'}$ є підмножиною множини $\boldsymbol{T}$ та $\boldsymbol{T'}$ замкнена відносно кожної операції сигнатури $\Omega_{P,\Xi}$. Таким чином, під табличною алгеброю скінченних таблиць розуміємо алгебру $\langle \boldsymbol{T'}, \Omega_{P,\Xi} \rangle$, де $\boldsymbol{T'}$ – множина усіх скінченних таблиць. Під таблицею схеми R алгебри скінченних таблиць розуміємо пару $\langle t, R \rangle$, де $t \in T(R)$ – скінченна таблиця схеми R. Тоді $\boldsymbol{T'}(R) = \{\langle t, R \rangle \mid t \in T(R)\}$ – множина усіх скінченних таблиць схеми R, а $\boldsymbol{T'} = \bigcup_{R \subseteq \boldsymbol{A}} \boldsymbol{T'}(R)$ – множина всіх скінченних таблиць.

Лема 1. Мають місце наступні твердження:

1) будь-який вираз табличної алгебри нескінченних таблиць можна замінити еквівалентним йому виразом, який використовує лише операції селекції, з’єднання, проекції, об’єднання, різниці та перейменування;

2) будь-який вираз табличної алгебри скінченних таблиць можна замінити еквівалентним йому виразом, який використовує лише сталі таблиці з єдиним атрибутом і єдиним рядком, операції селекції, з’єднання, проекції, об’єднання, різниці та перейменування.

Доведення. Для доведення першого твердження покажемо, що операції перетину, ділення, активного доповнення можна виразити через операції, зазначені у формулюванні леми. Дійсно, маємо рівності:
$\langle t_1, R \rangle \cap_R \langle t_2, R \rangle = \langle t_1, R \rangle \setminus_R \left(\langle t_1, R \rangle \setminus_R \langle t_2, R \rangle \right)$,
$\langle t_1, R_1 \rangle \div^{R_1}_{R_2} \langle t_2, R_2 \rangle = p_{R',R_1}\left(\langle t_1, R_1 \rangle \right) \setminus_{R'} p_{R',R_1}(p_{R',R_1}\left(\langle t_1, R_1 \rangle \right) \underset{R',R_2}{\otimes} \langle t_2, R_2 \rangle \setminus_{R_1} \langle t_1, R_1 \rangle)$, де $R_2 \subseteq R_1$, $R' = R_1 \setminus R_2$;
$\sim_R \langle t, R \rangle = C\left(\langle t, R \rangle \right) \setminus_R \langle t, R \rangle$,
$C(\langle t, R \rangle) = p_{A_1,R}(\langle t, R \rangle) \underset{\{A_1\},\{A_2\}}{\otimes} \ldots \underset{\{A_1,\ldots,A_{n-1}\},\{A_n\}}{\otimes} p_{A_n,R}(\langle t, R \rangle)$,
де $R = \{A_1, \ldots, A_n\}$ – схема таблиці $\langle t, R \rangle$ (див., наприклад, [1], [3]).

Для доведення другого твердження замінимо сталу таблицю $\langle t, R \rangle$ виразом $\bigcup_{i=1}^{n}(\{\{\langle A_1, d_{i_1} \rangle\}\} \underset{\{A_1\},\{A_2\}}{\otimes} \ldots \underset{\{A_1,\ldots,A_{m-1}\},\{A_m\}}{\otimes} \{\{\langle A_m, d_{i_m} \rangle\}\})$, де $t = \{s_1, \ldots, s_n\}$, $R = \{A_1, \ldots, A_m\}$, причому $s_i = \{\langle A_1, d_{i_1} \rangle, \ldots, \langle A_m, d_{i_m} \rangle\}$, $i = 1, \ldots, n$.

Оскільки таблична алгебра скінченних таблиць є підалгеброю табличної алгебри нескінченних таблиць, то згідно першого твердження даної леми будь-який вираз табличної алгебри скінченних таблиць можна замінити еквівалентним йому виразом, який використовує операції селекції, з’єднання, проекції, об’єднання, різниці та перейменування.

III. Еквівалентність табличної алгебри нескінченних таблиць та відповідних реляційних числень

В основі більшості реляційних мов запитів лежить реляційне числення. На відміну від реляційної алгебри числення виражає лише, яким повинен бути результат і не передбачає визначення того, як його отримати. Реляційне числення ґрунтується на численні предикатів першого порядку. Є дві форми реляційного числення: числення зі змінними-рядками та числення зі змінними на доменах. Ці форми запропоновані Е. Коддом (E. Codd) [4] та М. Лакруа (M. Lacroix) з А. Піротте (A. Pirotte) [5] відповідно.

У класичному реляційному численні зазвичай розглядають лише бінарні предикати, а функціональна сигнатура взагалі порожня [3, 6]. У роботі [2] числення рядків та числення на домені поповнені довільними предикатними та функціональними сигнатурами на універсальному домені $\boldsymbol{D}$. Визначено синтаксис термів, атомів та формул числення рядків; виділено клас дозволених формул, використовуючи поняття вільних та зв’язаних змінних рядків, введено поняття схеми $scheme(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{P})$ та множини атрибутів $attr(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{P})$, з якими змінний рядок зустрічається у формулах. Визначено синтаксис термів, атомів та формул числення на домені, виділено клас дозволених формул.

Вираз числення рядків має вигляд $\{\boldsymbol{x}(R) \mid \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\}$, де

1) формула $\boldsymbol{P}$ – дозволена;
2) змінна (рядок) $\boldsymbol{x}$ – єдина змінна, яка входить у формулу $\boldsymbol{P}$ вільно;
3) якщо $scheme(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{P})$ визначена, то $scheme(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{P}) = R$, інакше $attr(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{P}) \subseteq R$.

Вираз числення зі змінними на домені має вигляд $\{\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_n)\}$, де

1) формула $\boldsymbol{P}$ – дозволена, а $\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_n$ – всі вільні змінні (змінні областю значень яких є універсальний домен $\boldsymbol{D}$), які входять у формулу $\boldsymbol{P}$;
2) $R = \{A_1, \ldots, A_n\}$, $R \subseteq \boldsymbol{A}$ – схема, порядок атрибутів фіксований;
3) $scheme(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{P}) = \boldsymbol{D}$, $i = 1, \ldots, n$.

Для довільного виразу табличної алгебри нескінченних таблиць можна побудувати еквівалентний вираз узагальненого числення рядків. Вираз узагальненого числення рядків E еквівалентний виразу табличної алгебри нескінченних таблиць F, якщо значення виразу E співпадає із значенням виразу F, за умови, коли табличні константи і табличні змінні інтерпретуються однаково в цих двох виразах.

Теорема 1. Якщо F – вираз табличної алгебри нескінченних таблиць, то можна ефективно (і рівномірно) побудувати еквівалентний йому вираз E узагальненого числення рядків (доведення див., наприклад, у [2]). □

Теорема 1 доводить, що узагальнене числення рядків не менш виразне, ніж таблична алгебра нескінченних таблиць (використовуючи термінологію [3]).

У [2] проведено редукцію узагальненого числення рядків до узагальненого числення на домені. Для цього задано відображення $E \overset{j}{\mapsto} H$, таке, що кожному виразу узагальненого числення рядків ставить у відповідність еквівалентний вираз узагальненого числення на домені. Застосуємо відображення j до атомів:

a1. Кожен атом $t(\boldsymbol{z})$ узагальненого числення рядків замінимо на $t(\boldsymbol{z}_1,...,\boldsymbol{z}_m)$, де $R=\{A_1,...,A_m\}$ схема таблиці $\langle t,R\rangle$.

a2. Кожен атом $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{v}_1,...,\boldsymbol{v}_m)$, де $\boldsymbol{v}_i$ – терми узагальненого числення рядків, $i=1,...,m$, замінимо на $\boldsymbol{p}(\boldsymbol{u}_1,...,\boldsymbol{u}_m)$, де $\boldsymbol{u}_j$ – терми узагальненого числення на домені, $j=1,...,m$, отримані в результаті попередніх замін.

Кожну формулу $\boldsymbol{P}$ узагальненого числення рядків перетворимо на формулу $\boldsymbol{P}'$ узагальненого числення на домені, де формула $\boldsymbol{P}'$ – це формула $\boldsymbol{P}$, у якій для кожного атома виконані заміни а1-а2, а кожна вільна змінна $\boldsymbol{z}$ схеми $R=\{A_1,...,A_m\}$ узагальненого числення рядків замінена m змінними $\boldsymbol{z}_1,...,\boldsymbol{z}_m$ узагальненого числення на домені.

- Формулу з квантором $\exists\boldsymbol{z}(R_2)\boldsymbol{G}$, $R_2=\{A_1,...,A_m\}$ перетворимо на $\exists\boldsymbol{z}_1(A_1)..\exists\boldsymbol{z}_m(A_m)\boldsymbol{G}'$.
- Формулу з квантором $\forall\boldsymbol{z}(R_2)\boldsymbol{G}$, $R_2=\{A_1,...,A_m\}$ перетворимо на $\forall\boldsymbol{z}_1(A_1)...\forall\boldsymbol{z}_m(A_m)\boldsymbol{G}'$.

Виконавши вказані заміни, отримаємо вираз узагальненого числення зі змінними на домені $H=\{\boldsymbol{y}_1,...,\boldsymbol{y}_m \mid \boldsymbol{P}(\boldsymbol{y}_1,...,\boldsymbol{y}_m)\}$. В результаті проведених замін, очевидно, що кожна змінна $\boldsymbol{z}_i$ узагальненого числення на домені може приймати точно ті самі значення, що і $\boldsymbol{z}(A_i)$. Отже, значення виразу H співпадає із значенням виразу E. Таким чином, має місце наступна теорема.

Теорема 2. Якщо E – вираз узагальненого числення рядків, то можна ефективно (і рівномірно) побудувати еквівалентний йому вираз H узагальненого числення на домені. □

Таким чином, узагальнене числення на домені є не менш виразним, ніж узагальнене числення рядків (використовуючи термінологію [3]).

Крім того, доведено, що при цьому узагальнена таблична алгебра нескінченних таблиць залишається не менш виразною, ніж узагальнене числення на домені.

Теорема 3. Для кожного виразу узагальненого числення на домені H можна ефективно (і рівномірно) побудувати еквівалентний йому вираз F табличної алгебри для нескінченних таблиць (доведення див., наприклад, у [2]). □

Враховуючи представлені вище теореми, отримуємо перший основний результат.

Теорема 4. Таблична алгебра нескінченних таблиць, узагальнене числення рядків і узагальнене числення на домені еквівалентні. □

IV. Еквівалентність табличної алгебри скінченних таблиць та відповідних реляційних числень

Узагальнене реляційне числення дозволяє визначати нескінченні таблиці. Для подолання даного недоліку, наслідуючи Д. Мейєра (D. Maier) [3] та Дж. Ульмана (J. D. Ullman) [6], будемо розглядати лише, так звані, "безпечні" вирази реляційного числення.

Нехай $E=\{\boldsymbol{x}(R) \mid \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\}$ – вираз узагальненого числення рядків і $A\in R$. Розширеним активним доменом атрибута A відносно формули $\boldsymbol{P}$ виразу E називається множина $D_{A,\boldsymbol{P}}=\{\boldsymbol{d} \mid \boldsymbol{d}$ - константа в $\boldsymbol{P}\} \cup \bigcup_{t-\text{таблиця з } \boldsymbol{P}} D_{A,t}$, де $D_{A,t}=\{d \mid \exists s(s\in t\ \&\ \langle A,d\rangle\in s)\}$ – активний домен атрибута A відносно таблиці t [1, 3]. Покладемо $D_{\boldsymbol{P}}=\bigcup_{A\in R} D_{A,\boldsymbol{P}}$.

Вираз $\{\boldsymbol{x}(R) \mid \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\}$ узагальненого числення рядків називається безпечним, коли виконуються умови:

1) якщо формула $\boldsymbol{P}(s/\boldsymbol{x})$ істинна, то $s(A)\in D_{\boldsymbol{P}}$, $A\in R$;
2) якщо $\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\mathbf{K},\boldsymbol{z}_k$ – всі змінні, які входять у формулу $\boldsymbol{G}$ вільно, а $\exists\boldsymbol{y}(X)\boldsymbol{G}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\mathbf{K},\boldsymbol{z}_k)$ – підформула формули $\boldsymbol{P}$, то з того, що формула $\boldsymbol{G}(s/\boldsymbol{y},u_1/\boldsymbol{z}_1,u_2/\boldsymbol{z}_2,\mathbf{K},u_k/\boldsymbol{z}_k)$ істинна, слідує, що $s(A)\in D_{\boldsymbol{G}}$, $A\in X$, а $X\subseteq R$,;
3) якщо $\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\mathbf{K},\boldsymbol{z}_k$ – всі змінні, які входять у формулу $\boldsymbol{G}$ вільно, а $\forall\boldsymbol{y}(X)\boldsymbol{G}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\mathbf{K},\boldsymbol{z}_k)$ – підформула формули $\boldsymbol{P}$, то з того, що $s(A)\notin D_{G}$, $A\in X$ слідує, що формула $\boldsymbol{G}(s/\boldsymbol{y},u_1/\boldsymbol{z}_1,u_2/\boldsymbol{z}_2,\mathbf{K},u_k/\boldsymbol{z}_k)$ істинна, причому $X\subseteq R$.

Умови 2) та 3) дозволяють встановлювати істинність формул з кванторами $\exists\boldsymbol{y}(X)\boldsymbol{G}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\mathbf{K},\boldsymbol{z}_k)$ і $\forall\boldsymbol{y}(X)\boldsymbol{G}(\boldsymbol{y},\boldsymbol{z}_1,\boldsymbol{z}_2,\mathbf{K},\boldsymbol{z}_k)$, розглядаючи тільки значення змінної $\boldsymbol{y}$, що є функціями вигляду $X\to D_{\boldsymbol{G}}$.

Як і у випадку узагальненого числення рядків введемо поняття розширеного активного домену атрибута A. Нехай $H=\{\boldsymbol{x}_1,...,\boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}_1,...,\boldsymbol{x}_n)\}$ – вираз узагальненого числення на домені, $A\in\boldsymbol{A}$. Розширеним активним доменом атрибуту A відносно формули $\boldsymbol{P}$ виразу H називається множина

$D_{A,\boldsymbol{P}} = \{\boldsymbol{d} \mid \boldsymbol{d}$ константа в $\boldsymbol{P}\} \cup \bigcup_{t-\text{таблиця з } \boldsymbol{P}} D_{A,t}$, де $D_{A,t}$, як і раніше, активний домен атрибута A відносно таблиці t.

Вираз $\{\boldsymbol{x}_1,\ldots,\boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}_1,\ldots,\boldsymbol{x}_n)\}$ узагальненого числення на домені називається безпечним, коли виконуються умови:

1) якщо формула $\boldsymbol{P}(d_1/\boldsymbol{x}_1,\ldots,d_n/\boldsymbol{x}_n)$ істинна, де $d_1,\ldots,d_n$ – константи, то $d_i \in D_{A_i,\boldsymbol{P}}$, $i=1,\ldots,n$, де A_i – атрибут з R, співставлений зі змінною $\boldsymbol{x}_i$, $R=\{A_1,\ldots,A_n\}$;
2) якщо $\exists \boldsymbol{y}(A)\ \boldsymbol{G}$ – підформула формули $\boldsymbol{P}$, то з того, що формула $\boldsymbol{G}(d/\boldsymbol{y})$ істинна, слідує, що $d \in D_{A,\boldsymbol{G}}$, $X \subseteq R$;
3) якщо $\forall \boldsymbol{y}(A)\ \boldsymbol{G}$ – підформула формули $\boldsymbol{P}$, то з того, що $d \notin D_{A,\boldsymbol{G}}$, слідує, що формула $\boldsymbol{G}(d/\boldsymbol{y})$ істинна.

При обмеженій інтерпретації виразу $\{\boldsymbol{x}_1,\ldots,\boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}_1,\ldots,\boldsymbol{x}_n)\}$, значення змінної $\boldsymbol{x}_i$ є значеннями з $D_{A_i,\boldsymbol{P}}$, $i=1,\ldots,n$.

Теорема 5. Якщо F – вираз табличної алгебри скінченних таблиць, то можна ефективно (і рівномірно) побудувати еквівалентний йому безпечний вираз E узагальненого числення рядків. □

При доведенні теореми згідно леми 1 розглядаємо вирази табличної алгебри скінченних таблиць, які містять тільки операції об'єднання, різниці, селекції, проекції, з'єднання та перейменування, причому допускаються тільки одноатрибутні сталі таблиці з одним рядком. Доведення проводимо індукцією за числом операцій в F.

Розглянемо відображення $E \overset{j}{\mapsto} H$, яке кожному виразу узагальненого числення рядків ставить у відповідність еквівалентний вираз узагальненого числення на домені. Нехай $E=\{\boldsymbol{y}(R) \mid \boldsymbol{P}(\boldsymbol{y})\}$ – безпечний вираз узагальненого числення рядків, змінна $\boldsymbol{y}$ – єдина змінна, яка входить у формулу $\boldsymbol{P}$ вільно, а $R=\{A_1,\ldots,A_n\}$. Виконаємо потрібні заміни (див. вище) та отримаємо вираз узагальненого числення зі змінними на домені $H=\{\boldsymbol{y}_1,\ldots,\boldsymbol{y}_n \mid \boldsymbol{P}(\boldsymbol{y}_1,\ldots,\boldsymbol{y}_n)\}$. Кожна змінна $\boldsymbol{z}_i$ узагальненого числення на домені може приймати точно ті самі значення, що і $\boldsymbol{z}\,(\mathcal{A}_i)$. Таким чином, якщо вираз E безпечний, то безпечний і результуючий вираз числення на домені та значення виразу H співпадає зі значенням виразу E. Тому має місце наступна теорема.

Теорема 6. Якщо E – безпечний вираз узагальненого числення рядків, то можна ефективно (і рівномірно) побудувати еквівалентний йому безпечний вираз H узагальненого числення на домені. □

Теорема 7. Для кожного безпечного виразу узагальненого числення на домені H можна ефективно (і рівномірно) побудувати еквівалентний йому вираз F табличної алгебри скінченних таблиць.

Доведення проводиться індукцією по числу операторів у підформулі $\boldsymbol{G}$ з формули $\boldsymbol{P}$ безпечного виразу $H=\{\boldsymbol{x}_1,\ldots,\boldsymbol{x}_n \mid \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}_1,\ldots,\boldsymbol{x}_n)\}$.

Таким чином, враховуючи теореми 5, 6, 7 встановлено другий основний результат.

Теорема 8. Таблична алгебра скінченних таблиць, обмежене узагальнене числення рядків і обмежене узагальнене числення на домені еквівалентні. □

Висновок

У статті узагальнено класичний результат щодо еквівалентності реляційних алгебр Кодда та числень на кортежах (доменах). При цьому самі числення поповнені предикатними та функціональними сигнатурами. Показана еквівалентність табличної алгебри нескінченних таблиць і відповідних реляційних числень. Узагальнене числення рядків та узагальнене числення на домені обмежені для використання лише скінченних таблиць шляхом розгляду лише так званих "безпечних" виразів. Показано еквівалентність табличної алгебри скінченних таблиць, обмеженого узагальненого числення рядків і обмеженого узагальненого числення на домені.

Література

[1] Реляційні бази даних: табличні алгебри та SQL-подібні мови. / В. Н. Редько, Ю. Й. Брона, Д. Б. Буй, С. А. Поляков. – Київ: Видавничий дім «Академперіодика», 2001. – 198 с.

[2] Буй Д. Б. Узагальнена таблична алгебра, узагальнене числення рядків, узагальнене числення на домені та їх еквівалентність. / Д. Б. Буй, І. М. Глушко // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка, − К., 2011. – Вип. 1. Сер.: фіз.-мат. науки – С. 86-95.

[3] Мейер Д. Теория реляционных баз данных: [пер. с англ.]. / Д. Мейер. – Москва: Мир, 1987. – 608 с.

[4] Codd E. F. Relational Completeness of Data Base Sublanguages / Codd E. F. // Data Base Systems. – New York: Prentice-Hall. – 1972. – P. 65-93.

[5] Lacroix M. Domain-oriented relational languages. / M. Lacroix, A. Pirotte // Proc. 3rd Int. Conf on Very Large Data Bases. – Tokyo, October, 1977. – P. 370-378.

[6] Ульман Дж. Основы систем баз данных: [пер. с англ.]. / Дж. Ульман. – Москва: Финансы и статистика, 1983. – 334 с.