

# Adaptive decoupled transient analysis of electronic circuits models

Bohdan Kvyatkovskyy

Center of Information Support, Lviv Polytechnic National University, UKRAINE, Lviv, S. Bandery street 12,  
E-mail: MyBohdan@ukr.net

Partitioning methods speed up procedures of electronic circuits transient analysis. Although, computational cost of numerical step decreases, the method stability region is narrowed. Thus, simulation efficiency depends on the circuit model partitioning topology.

The article presents the dependence regularities of computational cost of modeling on partitioning. The dependence type is defined by the integration step size. This is why step size change often leads to the substitution of the most efficient partitioning topology.

The new iterative method of partitioning topology selection is analyzed in the article. For each iteration the current partitioning topology computational cost is compared with the computational cost of a new topology. The procedure of border step size evaluation if the computational cost of integration with a new partitioning topology is equal to the computational cost with the current topology partitioning and step size. The computational cost comparison is performed by examining numerical stability of integration with a border step size for a new partitioning topology. Stability is analyzed by spectral radius of companion matrix.

Evaluation of influence of decoupling between model's unknown variables on method stability is necessary for a new partitioning topology selection. The present paper suggests the possible means of receiving such an evaluation. The technique presupposes study of every pair of unknown variables of the two dimensional task. The required computational cost of the evaluation is several times less than that of model Jacobian evaluation.

Selection of the most efficient partitioning topology is not cheap. Speed of simulation depends on invoking strategy of the given procedure. It is shown that the necessity of partitioning change is the result of step size or stability properties alteration. The condition of invoking strategy of partitioning topology selection procedure is suggested.

Power of the method is demonstrated by real world example. The model is integrated using the decoupled implicit Euler method.

The results obtained enable us to state that the circuit model partitioning topology selected by the presented method results in the highest speed of simulation. High computational cost of partitioning topology selection procedure testifies to topicality of the further method development and evaluation ways of the parameters used.

# Моделювання перехідних процесів в електронних схемах при адаптивній декомпозиції моделі

Богдан Квятковський

Центр інформаційного забезпечення, Національний університет "Львівська політехніка", УКРАЇНА, м.Львів, вул.С.Бандери, 12,  
E-mail: MyBohdan@ukr.net

*Розглянуто новий метод вибору топології просторової декомпозиції моделей електронних схем при адаптивному моделюванні динаміки перехідних процесів. Визначено основні закономірності у залежності між трудомісткістю моделювання та декомпозицією моделі. Запропоновано умову зміни поточної топології декомпозиції.*

**Ключові слова** – декомпозиційні методи, адаптивний алгоритм, моделювання перехідних процесів, незв'язаний неявний метод Ейлера, чисельна нестійкість.

## I. Вступ

Просторова декомпозиція моделей електронних схем є перспективним засобом підвищення швидкості моделювання. Чисельна нестійкість та підвищення похибки це відомі недоліки декомпозиційних методів. Адаптивна зміна топології декомпозиції моделі на проміжку моделювання є ефективним засобом боротьби з названими недоліками. На теперішній час відомі такі підходи до декомпозиції: декомпозиція дослідником, декомпозиція за структурою топологічних зв'язків, декомпозиція на різношвидкісні підмоделі, декомпозиція за оцінкою похибки, декомпозицію за критерієм чисельної стійкості.

## III. Метод вибору топології декомпозиції

Нехай електронній схемі відповідає математична модель у вигляді задачі Коші:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (1)$$

де  $\mathbf{x}$  – вектор змінних стану,  $\mathbf{x}_0$  – вектор початкових умов. Застосуємо незв'язаний неявний метод Ейлера (ННМЕ) [2] до аналізу перехідного процесу у схемі. Обрану топологію декомпозиції моделі (1) будемо описувати матрицею суміжності між невідомими  $\mathbf{R}$ . Оцінку рівня декомпозиції зручно проводити по кількості ненульових елементів у  $\mathbf{R}$ . Для цього введемо змінну  $w$ . Внаслідок звуження області чисельної стійкості ННМЕ, підвищення рівня декомпозиції зменшує розмір максимально допустимого розміру кроку  $h_s$ , при якому результати аналізу є достовірні. Тому, оцінку обчислювальних затрат проводимо по

$$W = gw, \quad (2)$$

де

$$g = \begin{cases} 1, & h_w \leq h_s \\ \frac{h_w}{h_s}, & h_w > h_s \end{cases}, \quad (3)$$

де  $h_w$  – розмір кроку числового інтегрування цілісної моделі (1), його оцінимо по

$$h_w = \sqrt{\frac{e_{\max} h^2}{e}}, \quad (4)$$

де  $h$  – поточне значення розміру кроку ННМЕ;  $e$  – локальна похибка інтегрування;  $e_{\max}$  – задане максимально допустиме значення локальної похибки. З-поміж топологій декомпозиції перевагу варто віддати тій, у якої менше значення  $W$ .

Числова нестійкість є визначальним обмеженням застосування незв'язаних різницьових схем, тому вибір топології декомпозиції за критерієм стійкості є найбільш актуальний. Розробка відповідного методу неможлива без відомостей про залежність обчислювальних затрат процедури моделювання від рівня декомпозиції моделі (1). Узагальненням експериментальних результатів отримано набір типових залежностей (рис. 1).

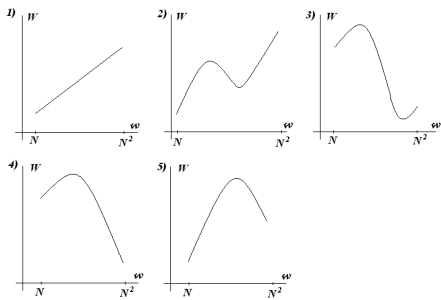


Рис. 1. Типові залежності обчислювальних затрат процедури моделювання від рівня декомпозиції

Діапазон зміни  $w$  на рис. 1 відповідає зміні топології від повністю розщепленої моделі,  $w = N$ , до цілісної моделі,  $w = N^2$ , тут  $N$  – розмірність моделі (1). Кожна з поданих залежностей відповідає певному стану процесу моделювання. Залежність 1) характерна для проміжку моделювання де  $h_w$  менший за  $h_s$ , при повністю розщепленій моделі. Локальний мінімум у залежностях 2) та 3) зумовлено топологіями для яких  $h_s > h_w$ . На інтервалі від  $N^2$  до локального мінімуму, спостерігаємо зменшення  $w$  без зменшення допустимого розміру кроку. Локальний максимум у 2), 3), 4) та 5) залежностях спричинено збільшенням  $w$ , яке не супроводжується збільшенням  $h_s$ . Це характерно для сильно розщеплених моделей. Зміни в топології декомпозиції при цьому, майже не змінюють розмір області стійкості.

Область стійкості ННМЕ визначають за спектральним радіусом ітеративної матриці  $\mathbf{M}_a$  [3]. Різницьова схема є стійка, якщо спектральний радіус

$r(\mathbf{M}_a(h))$  менший 1. Для визначення  $h_s$  необхідно розв'язати рівняння

$$r(\mathbf{M}_a(h)) - 1 = 0 \quad (5)$$

Безпосереднє порівняння значень  $W$  передбачає розв'язування (5) для кожної з досліджуваних топологій декомпозиції. Це призводить до сповільнення моделювання. Встановлено, що залежність  $r(\mathbf{M}_a(h))$  має вигляд поданий на рис. 2.

Рис. 2. Залежність спектрального радіуса ітеративної матриці від розміру числового кроку ННМЕ

Відзначимо характерну незмінність значення  $r(\mathbf{M}_a(h))$ , при великих значеннях  $h$ .

Оцінка впливу кожного з зв'язків між невідомими (1) на стійкість ННМЕ необхідна для програмного вибору топології декомпозиції. Опишемо зв'язок між  $i$ -м та  $j$ -м невідомими (1) задачею

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{x}_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j_{ii} & j_{ij} \\ j_{ji} & j_{jj} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ x_j \end{pmatrix}, \quad (6)$$

де  $j_{ij}$ ,  $j_{ji}$ ,  $j_{ii}$ ,  $j_{jj}$  – елементи матриці Якобі задачі (1). Розділимо (6) на два скалярні рівняння. Визначимо для такої задачі  $h_s$ . Отримане значення тим вище, чим слабша явна складова між  $x_i$  та  $x_j$  і чим сильніша неявна складова даного зв'язку. Якщо розмірність (1) рівна 2, то (1) та (6) тотожні. Узагальнимо застосований до (6) аналіз на задачі довільної розмірності. Для кожного зв'язку між невідомими в (1) сформуємо задачу (6) і визначимо відповідне значення  $h_s$ . Порівнюючи отримані значення робимо висновки про співвідношення між рівняннями впливу досліджуваних зв'язків на стійкість ННМЕ. Врахуємо, що ширина області стійкості ННМЕ є оберненопропорційна до  $r(\mathbf{M}_a(h))$ , при  $h \rightarrow \infty$  (рис. 2). Сформулюємо критерій: чим вище значення  $r(\mathbf{M}_a(h))$  для розділеної на два скалярні рівняння задачі (6) при  $h \rightarrow \infty$ , тим сильніше розрив зв'язку між відповідними невідомими (1) звужує область стійкості ННМЕ. Відповідно до отриманих значень  $r(\mathbf{M}_a(h))$  будемо говорити про силу досліджуваних зв'язків. Згідно з такою оцінкою, топологію декомпозиції (1) можливо змінити чотирма способами. А саме, шляхом об'єднання найсильніших з розірваних зв'язків, об'єднання найслабших з розірваних, розриву найсильніших об'єднаних та розриву найслабших об'єднаних. Названі стратегії зміни досліджено у [1], де встановлено, що найефективніші це об'єднання максимального та розрив мінімального.

Нехай у деякій точці на проміжку моделювання обрано декомпозицію, якій відповідає матриця суміжності  $\mathbf{R}^*$ . Надалі про це будемо говорити – топологія декомпозиції  $\mathbf{R}^*$ . Топологію декомпозиції отриману з поточної внаслідок застосування  $k$  ітерацій стратегії об'єднання максимального позначимо  $\mathbf{R}^* + k$ . Топологію декомпозиції отриману з поточної внаслідок застосування  $k$  ітерацій стратегії розриву мінімального позначимо  $\mathbf{R}^* - k$ . Нехай відомо, що у згаданий вище точці інтегрування значення  $h_s$  є менш рівне від деякого  $h_2$ . Нескладно довести, що інтегрування при декомпозиції  $\mathbf{R}^*$  та з кроком  $h_2$  має такий ж рівень обчислювальних затрат, як і інтегрування при топології  $\mathbf{R}^* + 1$  та з кроком

$$h_L^{\mathbf{R}^*+1} = W^{\mathbf{R}^*+1} \frac{h_w}{W^*}, \quad (7)$$

де  $W^*$  – оцінка по (2) рівня обчислювальних затрат при  $\mathbf{R}^*$ ;  $w^{\mathbf{R}^*+1}$  – кількість ненульових елементів у матриці суміжності при  $\mathbf{R}^* + 1$ . Очевидно, якщо  $r(\mathbf{M}_a(h_L^{\mathbf{R}^*+1}))$ , при  $\mathbf{R}^* + 1$  менше 1, то

$$W^* > W^{\mathbf{R}^*+1}, \quad (8)$$

де  $W^{\mathbf{R}^*+1}$  – оцінка по (2) рівня обчислювальних затрат при  $\mathbf{R}^* + 1$ . Аналогічну перевірку можливо провести і для  $\mathbf{R}^* - 1$ . Виявивши менш затратну топологію декомпозиції, змінюємо поточне  $\mathbf{R}^*$ .

Нехай в результаті порівняння з  $\mathbf{R}^* + 1$  та  $\mathbf{R}^* - 1$  поточну топологію декомпозиції не змінено. Тоді, оцінимо нижню межу локалізації значення  $h_s$  для  $\mathbf{R}^*$ . Переважно для цього підходить значення  $h_1 = 0.5h_2$ . Така оцінка достовірна, якщо  $r(\mathbf{M}_a(h_1)) < 1$ . В іншому випадку, доцільно прийняти  $h_1 = 0.25h_2$  та  $h_2 = 0.5h_2$ . Застосуємо метод половинного ділення до (5), поступово скорочуючи інтервал локалізації  $h_s$ . Ітерації припиняємо при виконанні умови:

$$h_2 - h_1 < 0.1h_1. \quad (9)$$

Експериментально підтверджено, що такий поріг точності є достатній. Результатом процедури вибору топології декомпозиції (1) вважаємо встановлену на момент виконання (9) топологію. Якщо внаслідок ітерації половинного ділення значення  $h_2$  змінено, то перед наступним ділення  $[h_1, h_2]$  проводимо повторне порівняння затратності інтегрування при  $\mathbf{R}^*$ ,  $\mathbf{R}^* + 1$  та  $\mathbf{R}^* - 1$ . Виявивши менш затратну топологію обираємо її новим наближенням.

Якщо  $\mathbf{R}^*$  змінено, то очевидно зміни потребує і  $[h_1, h_2]$ . Нехай за результатами першого порівняння  $\mathbf{R}^*$  та  $\mathbf{R}^* + 1$  встановлено доцільність зміни  $\mathbf{R}^* = \mathbf{R}^* + 1$ . Тоді приймемо новий інтервал локалізації  $h_s$ :

$$\begin{aligned} h_1 &= h_L^{\mathbf{R}^*+1} \\ h_2 &= 2h_1 \end{aligned} \quad (10)$$

Достовірність оцінки  $h_2$  потребує перевірки. Якщо  $r(\mathbf{M}_a(h_2)) < 1$ , то збільшуємо значення  $h_1$  та  $h_2$ .

Якщо зміну  $\mathbf{R}^*$  проводимо не на кожній ітерації половинного ділення, то інтервал локалізації  $h_s$  визначаємо по

$$\begin{aligned} h_2 &= \tilde{h}_L^{\mathbf{R}^*+1} \\ h_1 &= h_L^{\mathbf{R}^*+1} \end{aligned}, \quad (11)$$

де  $\tilde{h}_L^{\mathbf{R}^*+1}$  – значення оцінене по (7) на попередній ітерації половинного ділення, для якого спектральний радіус ітеративної матриці, при  $\mathbf{R}^* + 1$ , більший за 1. Аналогічним чином змінюємо  $[h_1, h_2]$ , при переході до  $\mathbf{R}^* - 1$ .

Таким чином, якщо зміну  $\mathbf{R}^*$  проводимо не на кожній ітерації половинного ділення, то зберігаємо довжину  $[h_1, h_2]$ , і при цьому переходити до аналізу все більш ефективних топологій, випадок (11). Якщо ж, зміну наближень проводимо після кожної ітерації половинного ділення, то по оцінці спектрального радіусу ітеративної матриці обираємо поміж двох топологій. Розглянутий метод надалі будемо називати методом вибору топології декомпозиції.

#### IV. Умова зміни декомпозиції

Ефективність моделювання із застосуванням алгоритму на базі методу вибору залежить від правильності вибору моментів часу проведення передкомпозиції моделі (1). З'ясовано, що потреба у зміні топології декомпозиції, це наслідок одного з двох чинників, а саме, зміни розміру кроку інтегрування або зміни конфігурації області стійкості ННМЕ. Тут розуміємо розмір кроку інтегрування цілісної моделі  $h_w$ . Зміною конфігурації області стійкості ННМЕ, називаємо зміну співвідношень між значеннями  $h_s$ , які отримано для всіх можливих топологій декомпозиції моделі (1).

Зміна значення  $h_w$  призведе до зміни виду залежності  $W(w)$  (рис. 1). Зменшення  $h_w$  зумовить зміщення локального мінімуму у залежностях 2) та 3) в сторону зменшення  $w$ . У 4)-й та 5)-й залежності зменшення  $h_w$  призведе до появи локального мінімуму, в результаті ми отримаємо залежності 3) та 2) відповідно. Якщо зменшення значення  $h_w$  призведе до того, що  $r(\mathbf{M}_a(h_w))$ , при топології повністю розщепленої моделі (1), стане меншим за 1, то отримаємо перехід до залежності 1). Збільшення  $h_w$  призведе до зміни  $W(w)$  у протилежному напрямку. Кінцевим результатом є перехід до 4) або 5), що залежить від умов задачі.

При незмінних стійкісних характеристиках різницевої схеми, відстежити моменти часу, у які доцільно здійснювати виклик процедури вибору

топології декомпозиції доволі просто. Зрозуміло, що в такому випадку, при незмінному значення  $h_w$ , оптимальна топологія декомпозиції моделі (1) не змінюється. Якщо ж значення  $h_w$  змінюється, то доцільно визначити верхнє  $h^+$  та нижнє  $h^-$  граничні значення розміру кроку, і проводити передекпозицію моделі лише за умови виходу поточного розміру кроку за межі границі. Хороші результати отримано, при визначенні граничних значень по

$$h^+ = \begin{cases} h_L^{R^*+1}, & h_L^{R^*+1} > h_w \\ 1.2h_w, & h_L^{R^*+1} \leq h_w \end{cases} \quad (12)$$

$$h^- = h_s(\mathbf{R}^*)$$

Ефективним критерієм зміни конфігурації області стійкості різницевої схеми є умова

$$\mathbf{R}^* \neq \mathbf{R}^* + 1 - 1. \quad (13)$$

Це легко довести застосувавши означення ітерацій за стратегіями розриву мінімального та об'єднання максимального [1]. Перевірку умов (12) та (13) проводимо через кожні 10 кроків узгодження ННМЕ.

#### IV. Експериментальні результати

Ефективність запропонованого методу вибору топології декомпозиції та умови її зміни досліджено на тестових задачах. При моделюванні перехідних процесів у схемі рис. 3 отримано результати подані в таблиці.

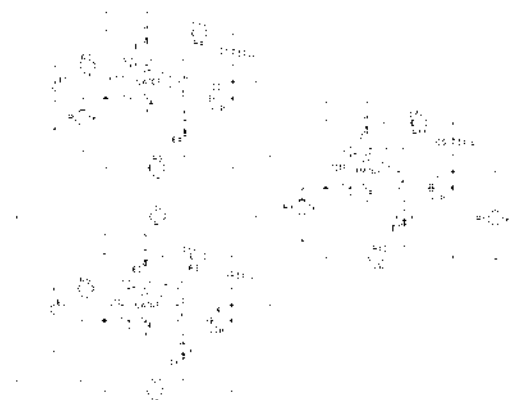


Рис. 3. Схема диференційного підсилювача навантаженого неінвертуючим підсилювачем на ОП UA709

У графі “Топологія декомпозиції” в синтаксисі Spice вказано топологію декомпозиції використану у відповідному досліді. Жирним виділено номери підмоделей моделі схеми;  $t_{dec}$  – час вибору топології декомпозиції;  $t$  – повний час моделювання;

$$K_D = \frac{t_w - t}{t_w} 100\%, \quad (14)$$

де  $t_w$  – час моделювання без декомпозиції моделі;  $K_D$  – показник отриманого пришвидшення.

#### ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

№	Топологія декомпозиції	$t_{dec}$ , (с)	$t$ , (с)	$K_D$ , (%)
1	Цілісна модель	0	668,1	-
2	Метод вибору	65	366,8	45
3	1) X1, C1, C2 2) X2, X3, C3, C4, C5, C6	0	328,2	50,8
4	1) X3, C5, C6 2) X1, X2, C1, C2, C3, C4	0	2603,9	-290
5	1) X1, C1, C2 2) X2, C3, C4 3) X3, C5, C6	0	4102,8	-514

Відзначимо, при відокремленні каскаду з ОП1 від решти схеми, швидкість моделювання підвищується (дослід № 3), а от при відокремленні каскаду з ОП3 від решти схеми, швидкість моделювання сильно знижується (дослід № 4). Це наслідок зменшення розміру кроку чисельною нестійкістю. Відзначимо, що застосування адаптивного алгоритму (дослід № 2) також дозволило виявити цю особливість, оскільки, топологія, яку було встановлено на більшій частині проміжку моделювання, передбачає саме такий поділ моделі. Хоча, якщо врахувати, що ОП1 та ОП2 це складові диференційного підсилювача, а ОП3 це навантаження, то відповідно до поширеного на практиці поділу за функціональною ознакою, такий стан справ передбачити було б складно.

#### Висновок

Згідно з отриманими експериментальними результатами запропонований метод забезпечує вибір оптимальної топології декомпозиції моделі схеми. Велика частка часових витрат на процедуру вибору топології декомпозицію показує актуальність подальшого розвитку алгоритму чи методів оцінки використаних у ньому параметрів.

#### Література

- [1] Хвищун І. Метод порівняння трудомісткості діакопичного моделювання електронних схем при різних топологіях декомпозиції моделі. / І.О. Хвищун, Квятковський Б.О. // Теоретична електротехніка. –2010. –Вип. 61. –С. 3-13.
- [2] Skelboe S. Adaptive partitioning techniques for ordinary differential equations / S. Skelboe // BIT Numerical Mathematics. –2006. –Vol. 46. – Number 3. –p. 617–629.
- [3] Skelboe S. Integration of Partitioned Stiff Systems of Ordinary Differential Equations / S. Skelboe // Proceedings of the Third International Workshop on Applied Parallel Computing in Industrial Computation and optimization. Lyngby, –1996. –p. 621-630.