The optimal topologies of networks on chip

Oleksandr Romanov

The department of electronic computer design, NTUU”KPI”, UKRAINE, Kyiv, Peremogy Avenue 37,
e-mail: RomanovAlexanderUr@Rambler.ru

The increase of the available resources in the FPGA-devices causes the greater spread and complexity of networks on chip (NoC). When constructing such networks, the topology is an important factor, which largely determines the resource consumption and performance.

Among the existing NoC topologies, thanks to the simplicity of their structure and routing algorithms, mesh, torus, spidergon and butterfly fat tree are most widely used. However, they have some backwards too, such as a small flexibility and a number of constraints while building. In addition, they does not allow the highest performance and minimal average delivery distance of packages. It is proved, that there are other specialized NoC topologies, which are the best on these parameters. The problem of flow control in such networks is solved by using adaptive algorithms and routing tables.

An algorithm of finding an optimal topology for a given number of NoC computing nodes and ports of routers for optimizing of the number of connections and the average distance is proposed. This algorithm is implemented in the software, written in C++. The calculation of topologies for networks with number of the nodes from 6 to 12 with 4-port routers is made. It is shown, that for a network with 9 nodes the optimal topology will require 22% fewer connections, and the average distance between any two nodes will be 3% less than in torus topology (21% and 7.5% respectively in comparison with 12 nodes hypercube topology).

Due to the sharp increase of the requirements to the procession time while operating the increasing number of nodes, a calculation of network topologies for the number of nodes greater than 12 is possible on a computer cluster or with the help of NoC with hardware accelerators.

Оптимальні топології мереж на кристалі

Олександр Романов

Кафедра конструювання електронно-обчислювальної апаратури, Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”,
УКРАЇНА, м. Київ, просп. Перемоги, 37,
e-mail: RomanovAlexanderUr@Rambler.ru

Розглянуто класичні топології побудови МнК і їхні основні переваги та недоліки. Запропоновано і реалізовано програмно алгоритм пошуку оптимальних топологій відповідно до обмежень по діаметру і максимальному ступеню вершин з оптимізацією за кількістю з'єднань і середньою відстанню. Синтезовано оптимальні топології для кількості вершин від 6 до 12. Показано, що отримані топології дають значний виграш у порівнянні із класичними топологіями.

Ключові слова – мережа на кристалі, оптимальна топологія, граф, mesh, torus, hypercube, spidergon, BFT.

I. Вступ

Завдяки стрімкому розвитку електроніки мережі на кристалі (МнК) отримали широке розповсюдження [1]. МнК – це множина обчислювальних модулів, об'єднаних загальною підсистемою зв'язку, яка складається з роутерів і з'єднань між ними. Підсистема зв'язку МнК займає значні ресурси кристала і є енергоємною, що обумовлює необхідність пошуку оптимальних рішень при її побудові [1-3]. Важливою характеристикою МнК є її топологія, котра визначає структуру роутерів, алгоритм маршрутизації і витрати ресурсів. Звідси випливає **мета статті** – пошук оптимальних за ресурсовитратами і швидкодією топологій МнК.

II. Аналіз існуючих топологій МнК

У загальному випадку топологією МнК є неорієнтований зв'язний граф, що складається з вершин – роутерів і ребер – фізичних ліній зв'язку між ними. Основними характеристиками топології є: кількість вершин роутерів (N); кількість ребер – фізичних з'єднань між роутерами (Ed); степінь вершини – кількість ребер, що виходять з неї (St); діаметр графа – максимум серед мінімальних відстаней між будь-якими двома вершинами (D); середня відстань серед найбільш коротких шляхів між усіма вузлами графа (L_{av}). Чим нижче Ed, тим менше ресурсні витрати, а чим менше L_{av} і D, тим швидше пакети досягають місця призначення [1, 3].

Найбільш поширеною є mesh топологія, що являє собою мережу з $N=m\cdot n$ (зазвичай $N=n\cdot n$) вузлів, кожен з яких з'єднаний з чотирма сусідніми (рис. 1а). Крайні вузли мають незадіяні порти. Характеристики мережі: $D=2\cdot(\sqrt{N}-1)$, $Ed=2\cdot(N-\sqrt{N})$, а St=2÷4 [3, 4]. Головним недоліком mesh топології є занадто великий діаметр. Спробою усунути його за рахунок великих ресурсних витрат є топологія torus, отримана шляхом з'єднання крайніх вузлів mesh з протилежними (рис. 1б). В цьому випадку $D = 2 \cdot \lfloor \sqrt{N}/2 \rfloor$, але $Ed = 2 \cdot N$, а St=4 [3, 5]. Деякою модифікацією є вкладений torus (рис. 1в), що має зменшувати довжину з'єднувальних ліній між крайніми вузлами [3, 6].

Альтернативою torus є топологія плоский hypercube (рис. 1г) [3, 5]. Її характеристики: $Ed = 2 \cdot N$, St=4, а $D = \log_2 N$, але при цьому N може бути не степенем натуральних чисел (4, 9, 16,..), як у torus і mesh, а кратною 4 (12, 16,..), тобто можливо більше варіантів.

Ще одна перспективна топологія spidergon являє собою розміщення вузлів у вигляді кільця з додатковими з'єднаннями між протилежними вузлами (рис. 1д, 1е) [3]. Характеристики топології: $D = N/4$, $Ed = 1{,}5 \cdot N$, St=3. Тут Ed і St менші, і це забезпечує зменшені ресурсних витрат, але D більший в порівнянні з torus.

Слід згадати і повнозв'язну архітектуру, де всі вузли пов'язані безпосередньо один з одним. Мінімальний діаметр D=1 досягається за рахунок перевитрати ресурсів: Ed=N·(N-1)/2, St=N-1 [1, 5].

Інші топології, такі як WK-recursive, chordal ring, diametrical mesh, зірка, граф Бруі і т.п. поширені менше [1-6].

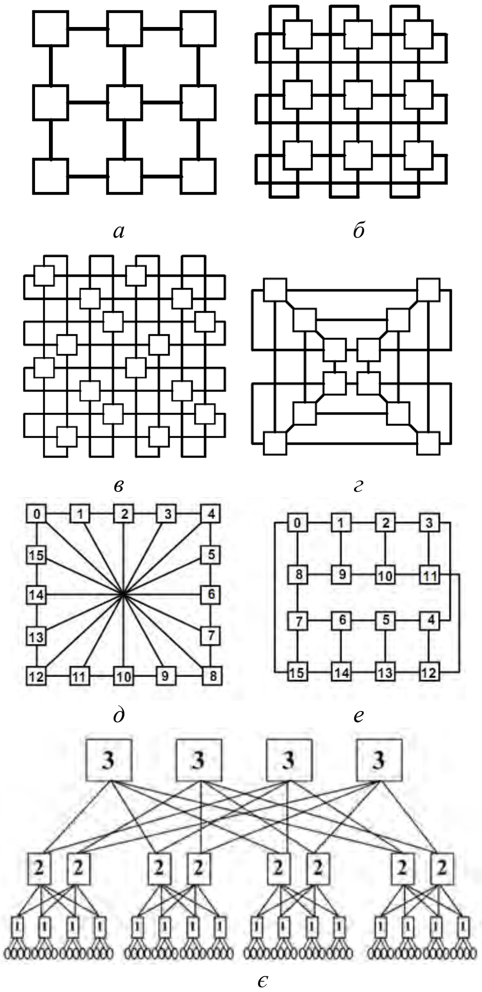

Рис. 1 Типові топології МнК

Окремий клас являють собою багатостадійні топології. До них відносять: omega мережі, перестановочні мережі, мережі Клоса та ін. Найбільш відомою серед них є топологія butterfly fat tree (BFT), де роутери однакової розмірності (k) об'єднані в дерево, а обчислювальні блоки підключені до роутера нижнього рівня (рис. 1є). Для N обчислювачів необхідно L=$\log_k N$ рівнів та $N/2^{i+1}$ роутерів на кожному і-му рівні. Дана топологія характеризується малим діаметром $D = 2 \cdot L$, але при цьому $Ed = k \cdot \sum_{i=1}^{L} (N/2^{i+1})$ [3, 6].

Виходячи з аналізу існуючих реалізацій, найбільшого поширення, завдяки простоті своєї структури і алгоритмів маршрутизації, набули деревовидні і тороїдальні топології. Тим не менш, вони не позбавлені і недоліків. Так в BFT існує тільки один шлях між двома вузлами, а з'єднання мають велику довжину. Головний недолік тороїдальної топології – у відносно великому діаметрі. Крім того, розробники стикаються з різного роду обмеженнями, пов'язаними з особливостями самих топологій [1, 3-6]. Це обумовлює необхідність пошуку нових оптимальних за ресурсовитратами і швидкодією топологій МнК.

III. Оптимізація типових топологій

Розглянемо тороїдальну мережу із 9 вузлів (рис. 2а). Її характеристики: Ed:D:St_{max} – 18:2:4. Нескладно побачити, що якщо прибрати 2 ребра (рис. 2б), то параметри не зміняться: 16:2:4. При подальшому аналізі можна синтезувати ще більш оптимальний граф (рис. 2в): 14:2:4. Тобто, завдяки нескладним діям отримуємо топологію із на 22% меншою витратою ресурсів на з'єднання, при якому D мережі залишився незмінним.

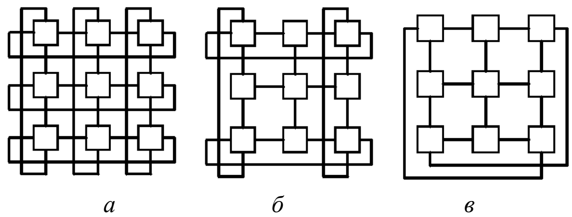

Рис. 2 Удосконалення топології torus 3x3

Діаметр є непрямою характеристикою пропускної здатності мережі. Для більш точної оцінки використовується середня відстань $L_{av} = \frac{1}{N \cdot (N-1)} \sum_{x,y=1}^{N, x \neq y} H_{x,y}$, де $H_{x,y}$ – мінімальна відстань між двома вузлами [3]. L_{av} для всіх трьох аналізованих топологій становить величину 1,6667. Тобто, зменшення кількості з'єднань не спричинило втрати продуктивності мережі в цілому. Більш того, існує топологія з параметрами 14:2:4 (рис. 3г), де L_{av} = 1.6111, що забезпечує на 3% кращу пропускну здатність.

Таким чином, показано, що для будь-якої кількості вершин можна знайти оптимальну топологію відповідно до обмежень по діаметру, кількості з'єднань, максимальному степеню вершини і т. ін., яка буде мати вищі характеристики порівняно з тими, що зазвичай мають класичні топології. Єдиним недоліком такої топології буде більш складний алгоритми маршрутизації, але ця проблема вирішується за допомогою адаптивних алгоритмів і таблиць маршрутизації [7, 8].

IV. Пошук оптимальних топологій МнК із заданими параметрами

Задача пошуку оптимальної топології мережі є багатопараметричною, і тривіального лінійного рішення не існує. Для представлення топологічного графа в цифровому вигляді нами запропоновано описувати граф топології у вигляді бінарної матриці суміжності. Матриця суміжності має розмір nxn, і на перетині x стовпця і y рядка розміщується 1, якщо x і y вершини мають спільне ребро, і 0 – в іншому випадку. Матриця симетрична і містить 0-лі на головній діагоналі. За таким поданням сума всіх одиниць рядка є ступенем вершини з номером y. Тому реалізація процедури перевірки максимального ступеня вершини не є складною.

Для обчислення $H_{x,y}$ запропонована рекурсивна процедура пошуку, що накопичує 1-ці в вектор-рядку вершини x, відповідні суміжним вершинам до досягнення обмеження по D, або появи 1-ці на позиції, яка відповідає вершині y. Повертається довжина мінімального шляху або 0, якщо досягнуто обмеження за діаметром. Дана процедура є основою для процедур пошуку діаметра графа і середньої відстані між вершинами.

Пошук оптимальної топології мережі з заданими параметрами запропоновано виконувати методом перебору: формується пробна топологія і перевіряється на відповідність обмеженням. Якщо досягнуто більш оптимального значення якогось параметра, дана топологія запам'ятовується і пошук триває до тих пір, доки не скінчаться всі можливі варіанти. Загальна кількість варіантів дорівнює:

$$Z = 2^{N-1} \cdot 2^{N-2} \cdot \ldots \cdot 2^{1} = \prod_{i=1}^{N-1} 2^{i} .$$

Таким чином, для N=9 вузлів кількість альтернатив Z=68.719.476.736 – порівняно велике значення, що вимагає занадто багато обчислювальних ресурсів. Для 10 вузлів цифра зросте у 2^9 разів і т.д. Тому передбачено різні умови, що дають змогу відкидати явно неоптимальні комбінації. Так, в топології, вочевидь, має бути принаймні одна вершина, що має максимально допустимий ступень. На початку процесу генерації пробної топології такою вершиною можна встановити 0-ву і задати їй фіксовані значення зв'язків з іншими вершинами. Це дає можливість відкинути $\prod_{i=1}^{N-1} 2^{i} - \prod_{i=1}^{N-2} 2^{i}$ комбінацій. Також можна відкидати ті комбінації, де ступень вершини або кількість з'єднань перевищує допустимі значення. Крім того, маємо змогу задавати обмеження в діапазоні пошуку. Так, повертаючись до задачі з 9-ма вузлами, на підставі наявної топології torus (рис. 2a), можна сформулювати такі обмеження: існує топологія torus з Ed=18 – верхнє обмеження, нижнє можливо вибрати, знаючи Ed=10 для топології з 8 вершинами; також згідно з torus: St_{max}=4, а St_{min}=2; $L_{av,\ \max}$ =1,6667.

Багатопроцесорні системи зараз набули значного поширення, і навіть персональні комп'ютери мають 2-х або 4-х ядерні процесори. Оскільки обчислювальна складність задачі занадто висока для однопроцесорної системи, задля організації паралельних розрахунків, нами використана технологія MPI (Message Passing Interface). Завдання розподіляється на рівні частини між процесорами, що беруть участь в обчисленнях, і періодично, за допомогою функцій MPI_Allreduce, відбувається множинний обмін проміжних значень Ed і L_{av}. Найбільш оптимальні значення використовуються усіма процесорами для подальших обчислень.

Введення обмежень, механізму відкидання явно неоптимальних варіантів і розпаралелювання задачі дало змогу отримати оптимальні топології для кількості вершин від 6 до 12 з оптимізацією за кількістю з'єднань, середній відстані та обмеженнями за діаметром і максимальним ступенем вершин. Розрахунок виконувався на персональному комп'ютері Asus K40AB (AMD Athlon(tm) X2 QL-65, 2099 МГц, SDRAM 2Gb) (табл. 1, рис. 3).

Порівняння отриманих оптимальних топологій з існуючими аналогами класичних топологій з тією ж кількістю вузлів показало значний виграш в економії ресурсів і в пропускній здатності мереж (табл. 1). Так, для 9-ти вузлів отримана топологія при діаметрі D=2 вимагає Ed=14 з'єднань і має L_{av}=1.6111, тоді як за класичною топологія torus: Ed=18 та L_{av}=1,6667. Тобто буде потрібно на 22% менше з'єднань, а середня відстань між довільними вузлами буде менше на 3%. Якщо ж D встановити у 3, то отримаємо Ed=9 та L_{av}=2.0833, тобто виграш у 50% на з'єднання, але програш на 25% у середній відстані між вузлами у порівнянні із топологією torus. У випадку із 12 вузлами отримана топологія характеризується Ed=19 и L_{av}=1.6818, в той час як за класичною топологією hypercube: Ed=24 и L_{av}=1,6667. Тобто буде потрібно на 21% менше з'єднань, а середня відстань між довільними вузлами буде менше на 7,5%.

Отримані топології приведені на рис. 3 за їх появою у таблиці.

Пошук оптимальної топології для мережі з 12 вершинами зайняв час, приблизно еквівалентний 24 годинам. Цілком очевидно, що пошук топологій з великою кількістю вузлів на персональному комп'ютері є проблематичним. Перспективним можна вважати розрахунок таких завдань на обчислювальному кластері або за допомогою МнК, де виконання ресурсомістких процедур забезпечено апаратними прискорювачами до процесорних вузлів.

Результати пошуку оптимальних топології МнК для кількості вузлів 9-12

N	6	7	8	9	9	10	10	11	11	12
D	2	2	2	2	3	2	3	2	3	2
St	2-4	2-4	2-4	3-4	1-4	3-4	1-4	3-4	2-4	3-4
Ed	7	9	11	14	9	17	11	19	13	21
L_{av}	1.5333	1.5714	1.6071	1.6111	2.0833	1.6222	2.08889	1.6545	2.1455	1.6818

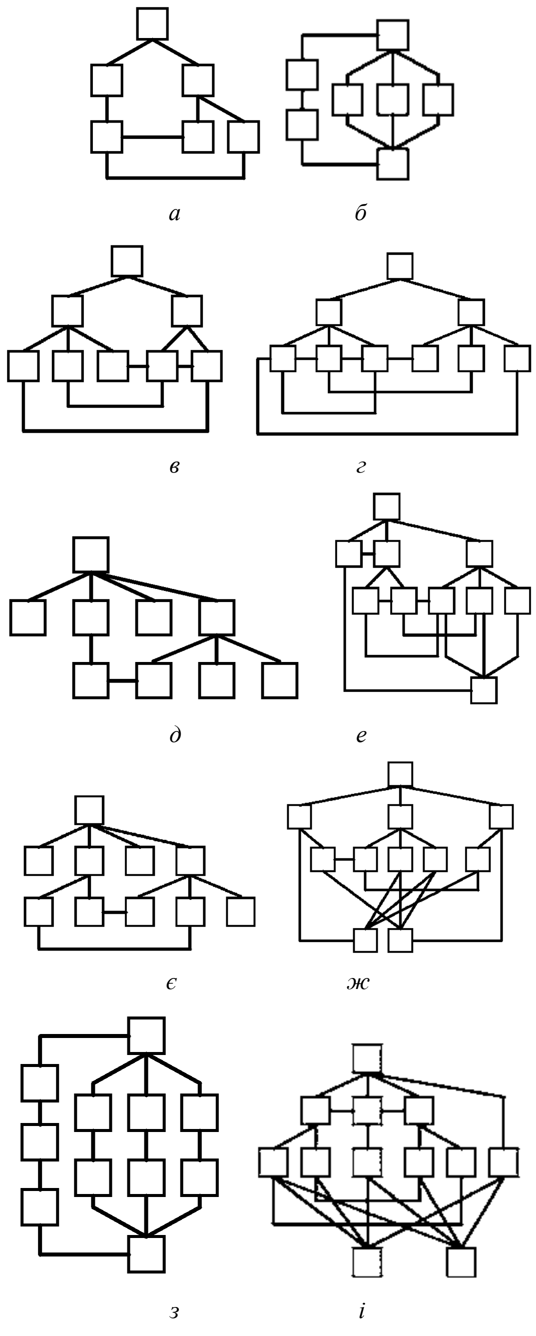

Рис. 3. Оптимальні топології МнК із 6-12 вершинами

Висновок

Розглянуто класичні топології побудови МнК і їх основні недоліки. Показано, що існує можливість побудови більш оптимальних топологій, як за витратами ресурсів, так і за середньою відстанню, необхідною для проходження пакетів. Запропоновано та реалізовано у програмному вигляді алгоритм пошуку оптимальних топологій відповідно до обмежень за діаметром і максимальним ступенем вершин і оптимізацією за кількістю з'єднань і середньою відстанню. Синтезовано оптимальні топології для кількості вершин від 6 до 12 і показано, що зі збільшенням кількості вершин складність обчислень для персонального комп'ютера стає надмірно великою. Перспективним напрямом подальших досліджень є розрахунок топологій для більшої кількості вершин за допомогою обчислювального кластера і МнК.

Література

[1] *Axel J.* Networks on Chip / *J. Axel, T. Hannu* // Kluwer Academic Publishers. – Dordrecht, 2003. – 303 p.

[2] *Benini L.* Network-on-chip architectures and design methods / *L. Benini, D. Bertozzi* // Computers and Digital Techniques. – IEEE Proc., 2005. – Vol. 152. – No. 2. – pp. 261–272.

[3] *Dally W. J.* Principles and practices of interconnection networks / *W. J. Dally, B. Towles. – Elseiver, 2004. – 550 p.*

[4] *Suboh S.* An interconnection architecture for network-on-chip systems / *S. Suboh, M. Bachouya, J. Gabe, T. El-Ghazawi* // Telecommunication Systems. – Springer, 2008. – Vol. 37. – pp. 137–144.

[5] *Saldana M.* The Routability of Multiprocessor Network Topologies in FPGAs / *M. Saldana, L. Shannon, P. Chow.* // SLIP'06. – NY: 2006. – 8 p.

[6] *Balfour J.* Design Tradeoffs for Tiled CMP On-Chip Networks / *J. Balfour, W. J. Dally.* // ICS'06. – ACM press, 2006. – 12 p.

[7] *Bjerregaard T.* A survey of research and practices of NoC / *T. Bjerregaard, S. Mahadevan* // ACM Computing Surveys. – 2006. – Vol. 38(1). – 51 p.

[8] Ладыженский *Ю.В.* Моделирование алгоритмов маршрутизации в сетях на кристалле / *Ю.В. Ладыженский, В.А. Мирецкая* // Наукові праці ДНТУ. Серія: Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка. – Донецьк: ДНТУ, 2008. – С. 79–87.