

В.М. Шатохін, В.М. Соболев, Н.В. Шатохіна\*

Харківський національний університет будівництва і архітектури,

\*Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"

## ПРО ПОРІВНЯННЯ ПРЯМОЛІНІЙНОЇ ТА КРИВОЛІНІЙНОЇ ЛОПАТОК РОТОРНОГО ГРУНТОМЕТАЛЬНИКА

© Шатохін В.М., Соболев В.М., Шатохіна Н.В., 2013

*Наведено результати досліджень із зіставлення прямолінійної та криволінійної (оптимальної) лопаток роторного ґрунтометальника, що визначають його технологічні показники.*

*Research results of the comparison between the linear and curvilinear (optimal) rotary ground-thruster's trowels, that define its technical indices, are given in the article.*

**Постановка проблеми.** Під час створення ряду технічних (технологічних) пристроїв виникає завдання вибору оптимальної форми напрямних, в яких рухаються частки (наприклад, ґрунту) під дією відцентрових сил. Зокрема, актуальною є проблема створення ґрунтометальних механізмів, використовуваних для гасіння пожеж у місцевостях, де немає джерел води [1–7]. Аналогічні механізми використовують у дорожніх, сільськогосподарських машинах тощо. Низкою переваг володіють роторні ґрунтометальники [1–6], які викидають ґрунт у зону загоряння за допомогою лопаток, розташованих на обертовому роторі. Методи вибору форми, розташування лопаток, аналізу руху частинок ґрунту по них у цей час розроблені недостатньо. Дослідження з розв'язання цих задач спрямовані на підвищення технологічних характеристики пристроїв і є актуальними.

**Аналіз основних досліджень і публікацій.** У роботах [3, 8] проведено комплексні дослідження з вибору раціональних параметрів ґрунтометальника з прямими лопатками. Перспективним видається використання в ґрунтометальниках криволінійних лопаток. Методи вибору їхньої форми й аналізу руху частинок ґрунту по них розглянуто в роботах [1, 2, 5, 6]. У зазначених статтях показано, що задачу вибору оптимальної форми лопатки можна схематизувати, як задачу визначення форми кривої в полі відцентрових сил інерції, що забезпечує мінімальний час руху (задача про брахістохрону в полі відцентрових сил).

**Постановка задачі.** Провести дослідження із зіставлення параметрів сходу часток ґрунту з прямолінійної і криволінійної лопаток, що визначають технологічні показники ґрунтометальника. Здійснити якісне порівняння лопаток за ефективністю заповнення їх ґрунтом, зусиллям із упровадження в ґрунт, динамічним навантаженням на ротор і лопатки, енерговитратами.

**Основна частина.** На рис. 1 показана схема ґрунтометальника: 1 – ступиця; 2 – кільце; 3 – спиця; 4 – прямолінійна лопатка. Передбачається, що

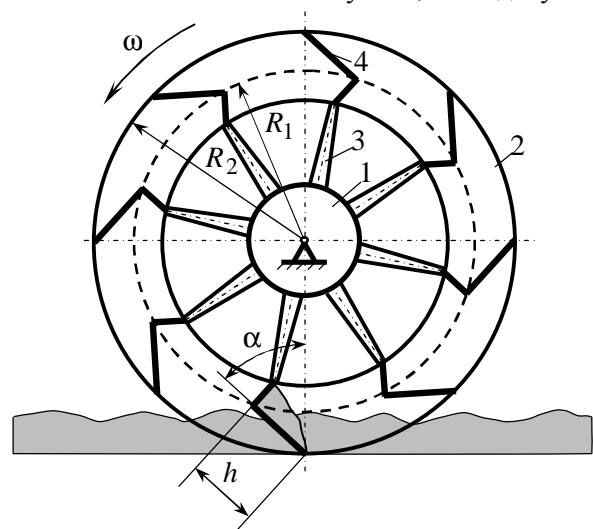


Рис. 1. Схема ґрунтометального механізму

метальник обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  проти ходу годинникової стрілки. Площина робочої лопатки відхилена від радіуса на кут  $\alpha$ , що відраховується в тому самому напрямку. Радіуси  $R_1$  і  $R_2$  являють собою радіуси кіл, що проходять через задню й передню крайки лопатки;  $h$  – довжина лопатки. Зазначені параметри зв'язані очевидним співвідношенням

$$R_1^2 = h^2 + R_2^2 - 2hR_2 \cos \alpha. \quad (1)$$

Варіюючи  $\alpha$ , за формулою (1) для фіксованих значень  $h$  і  $R_2$ , можна, наприклад, визначити  $R_1$ .

У роботі [3] отримане диференціальне рівняння руху частки ґрунту по **прямолінійній лопатці** (початок відліку координати  $x$  міститься на задній крайці лопатки)

$$\ddot{x} + 2\omega f \dot{x} - \omega^2 x = H_0 + H \sin(\omega t + \psi), \quad (2)$$

де  $H_0 = -\omega^2 R_1 (\cos \beta + f \sin \beta)$ ;  $H = g\sqrt{1+f^2}$ ;  $\sin \beta = \frac{R_2}{R_1} \sin \alpha$ ;  $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}$ ;  $\psi = \alpha + \delta$ ;

$\sin \delta = \frac{1}{\sqrt{1+f^2}}$ ;  $\cos \delta = -\frac{f}{\sqrt{1+f^2}}$ ;  $f$  – коефіцієнт тертя ковзання;  $g$  – прискорення вільного падіння.

Його загальне розв'язання має вигляд

$$x = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} - \frac{H_0}{\omega^2} + A \sin(\omega t + \varepsilon), \quad (3)$$

де  $\lambda_1 = \omega(\sqrt{1+f^2} - f)$ ;  $\lambda_2 = -\omega(\sqrt{1+f^2} + f)$ ;  $A = \frac{H}{2\omega^2 \sqrt{1+f^2}}$ ;  $\varepsilon = \psi - \pi + \arcsin \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}$ .

Для сталих інтегрування справедливі вирази

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left( x_0 + \frac{H_0}{\omega^2} - \frac{x_0}{\lambda_2} \right) - \frac{A \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ \sin \varepsilon - \frac{\omega}{\lambda_2} \cos \varepsilon \right], \\ C_2 &= \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left( x_0 + \frac{H_0}{\omega^2} - \frac{x_0}{\lambda_1} \right) - \frac{A \lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[ \sin \varepsilon - \frac{\omega}{\lambda_1} \cos \varepsilon \right], \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

які отримані за припущення, що при  $t = 0$   $x = x_0$ ,  $\dot{x} = \dot{x}_0$ .

Час сходу  $\tau$  частки з лопатки на підставі (3) повинен визначатися з рівняння

$$C_1 e^{\lambda_1 \tau} + C_2 e^{\lambda_2 \tau} - \frac{H_0}{\omega^2} + A \sin(\omega \tau + \varepsilon) = h. \quad (5)$$

Після визначення  $\tau$  просто виписують початкові умови руху частки ґрунту в повітрі. Положення лопатки зручно визначати кутом  $\psi$ , відлічуваним від щонайнижчого положення передньої крайки лопатки (вертикальна лінія на рис. 1 відповідає  $\psi = 0$ ). Тепер, вважаючи, що кут  $\psi$  у момент сходу частки з лопатки дорівнює  $\psi_0$ , маємо у разі рівномірного обертання:

$$\psi_0 = \omega \tau, \quad (6)$$

тоді горизонтальна і вертикальна координати сходу частки

$$s_0 = R_2 \sin \psi_0, \quad (7) \quad h_0 = R_2 (1 - \cos \psi_0). \quad (8)$$

Модуль відносної швидкості в момент сходу частки з лопатки на підставі формули (3)

$$v_{0r} = C_1 \lambda_1 e^{\lambda_1 \tau} + C_2 \lambda_2 e^{\lambda_2 \tau} + A \omega \cos(\omega \tau + \varepsilon). \quad (9)$$

Проекції швидкості на горизонтальну й вертикальну осі:

$$v_{0r_x} = v_{0r} \sin(\psi_0 + \alpha); \quad v_{0r_y} = -v_{0r} \cos(\psi_0 + \alpha). \quad (10)$$

Для модуля переносної швидкості частки справедлива, вочевидь, формула

$$v_{0e} = \omega R_2, \tag{11}$$

проекції якої на зазначені вище осі:

$$v_{0e_x} = v_{0e} \cos \Psi_0; \quad v_{0e_y} = v_{0e} \sin \Psi_0. \tag{12}$$

Тоді для проекцій абсолютної швидкості та її модуля маємо:

$$v_{0_x} = v_{0r_x} + v_{0e_x}; \quad v_{0_y} = v_{0r_y} + v_{0e_y}; \quad v_0 = \sqrt{v_{0_x}^2 + v_{0_y}^2}. \tag{13}$$

Кут, який утворює вектор швидкості  $v_0$  з горизонтом

$$\alpha_0 = \arcsin \frac{v_{0_y}}{v_0}. \tag{14}$$

Під час порівняльних досліджень параметри руху частки ґрунту по прямолінійній лопатці зіставляли з аналогічними параметрами руху по **криволінійній оптимальній лопатці**. На рис. 2 штриховими лініями показано контури прямолінійних лопаток для двох значень  $\alpha$  ( $R_2$  і  $h$  фіксовані) і суцільними лініями контури відповідних криволінійних лопаток. Форму криволінійної лопатки знайдено як розв’язання задачі про брахістохрону в полі відцентрових сил інерції [1, 2, 6]. Встановлено, що розв’язання цієї задачі не є єдиним. Прийнятне за конструктивним розумінням розв’язання в полярній системі координат (зворотна форма) має вигляд

$$\varphi(\rho) = \arctg z - \frac{1}{\sqrt{1-C^2}} \arctg \frac{z}{\sqrt{1-C^2}} + C_1, \tag{15}$$

де  $\varphi$  – полярний кут;  $z = \sqrt{\frac{C^2 \rho^2}{\rho^2 - \rho_0^2} - 1}$ ;  $\rho$  – полярний радіус;  $C^2 < 1$  – константа.

Надалі виявилось доцільним увести позначення:  $\rho_1 = R_2$ ,  $\rho_0 = R_1$ .

Кути  $\varphi_1$  і  $\alpha$  пов’язані простим співвідношенням (див. рис. 2)

$$\varphi_1 = \arcsin\left(\frac{h}{R_1} \sin \alpha\right).$$

Константи  $C$  і  $C_1$  в (15) визначені за допомогою крайових умов:

$$\text{при } \varphi = \varphi_0 \quad \rho = \rho_0, \quad z = z(\rho_0) = z_0 = \sqrt{\frac{C^2 \rho_0^2}{\rho_0^2 - \rho_0^2} - 1} = \infty; \tag{16}$$

$$\text{при } \varphi = \varphi_1 \quad \rho = \rho_1, \quad z = z(\rho_1) = z_1 = \sqrt{\frac{C^2 \rho_1^2}{\rho_1^2 - \rho_0^2} - 1}. \tag{17}$$

Побудоване за їхньою допомогою трансцендентне рівняння для знаходження  $C$  має вигляд

$$\varphi_1 - \arctg \sqrt{\frac{x \rho_1^2}{\rho_1^2 - \rho_0^2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} \arctg \frac{\sqrt{\frac{x \rho_1^2}{\rho_1^2 - \rho_0^2} - 1}}{\sqrt{1-x}} - \varphi_0 + \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1-x}}\right) \frac{\pi}{2} = 0, \tag{18}$$

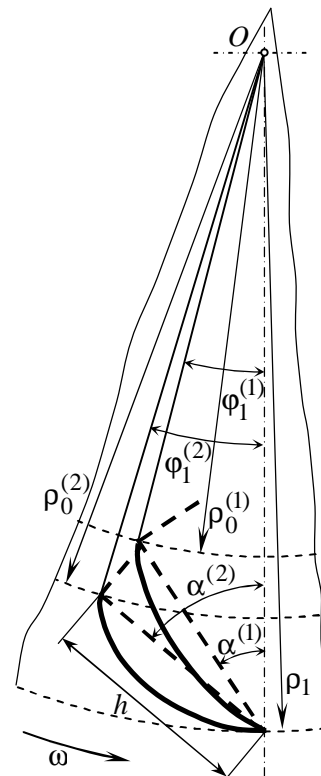


Рис. 2. Зіставлення лопаток

де  $x = C^2$ .

Константа  $C_1$  визначається з виразу

$$C_1 = \varphi_0 - \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1-C^2}} \right) \frac{\pi}{2}. \quad (19)$$

Диференціальне рівняння руху частки ґрунту по криволінійній лопатці (15), отримане в роботах [4, 5], є нелінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку зі змінними коефіцієнтами відносно полярного кута  $\varphi(t)$  і має вигляд

$$\left( \frac{ds}{d\varphi} \right)^{-1} \left( \frac{d^2s}{d\varphi^2} + \left( \frac{ds}{d\varphi} \right)^2 \frac{\rho^2 + 2\rho'^2 - \rho'\rho''}{(\rho^2 + \rho'^2)^{\frac{3}{2}}} f \right) + 2\omega f \left( \frac{ds}{d\varphi} \right)^{-1} \frac{\omega^2 \rho(\rho' + \rho f)}{\sqrt{\rho^2 + \rho'^2}} = 0, \quad (20)$$

де  $s$  – дугова координата, початок відліку якої міститься на задній крайці лопатки;  $\rho' = \frac{d\rho}{d\varphi}$ ,

$$\rho'' = \frac{d^2\rho}{d\varphi^2}.$$

Рівняння (20) треба інтегрувати з початковими умовами: якщо  $t = 0$   $\varphi = \varphi_0$ ,  $\phi = \phi_0$ .

Побудова й інтегрування диференціального рівняння (20) під час розрахунків має певні особливості, зумовлені тим, що аналітичне представлення оптимальної траєкторії (15) записано в полярній системі координат, причому в зворотній формі. Аналітично розв'язати вираз (15) відносно  $\rho$  не вдається. Однак сучасні математичні пакети, зокрема MathCAD [9], дають змогу досить просто обійти зазначені труднощі, використовуючи ідею інтерполяції таблично заданих функцій. У цій роботі розрахунки виконано із застосуванням кубічної сплайн-інтерполяції. Важливою обставиною при цьому є те, що отримані у такий спосіб функції в середовищі MathCAD можна аналітично диференціювати, як і традиційні функції.

Після інтегрування диференціального рівняння (20) з відповідними початковими умовами алгебраїчна величина відносної швидкості (проекція швидкості на дотичну) частки ґрунту визначається за формулою [4, 5]

$$v_{r\tau} = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \omega. \quad (21)$$

Час сходу частки ґрунту  $\tau$  знаходять з очевидного рівняння

$$\varphi(\tau) = \varphi_1. \quad (22)$$

Після знаходження  $\tau$  початкові умови руху частки ґрунту в повітрі визначаються, як і для прямолінійної лопатки, за формулами (6) – (8), (10) – (14).

Розрахункові дослідження із зіставлення параметрів руху часток ґрунту виконано для експериментального прототипу ротора ґрунтометальника. Основні параметри прямолінійних і криволінійних лопаток:  $h = 0,2$  м;  $R_2 = \rho_1 = 0,632$  м;  $n = 222$  мин<sup>-1</sup> ( $\omega = 23,25$  рад/с);  $x_0 = 0$ ;  $\phi_0 = 0$ ;  $\varphi_0 = 0$ ;  $\phi_0 = 0$ .

Кут нахилу лопатки  $\alpha$  змінювався від 30° до 50° з кроком 5°, коефіцієнт тертя  $f$  – від 0 до 0,3 із кроком 0,1. Цим лопаткам поставлено у відповідність криволінійні лопатки, як показано на рис. 2 для  $\alpha^{(1)} = 35^\circ$  і  $\alpha^{(2)} = 50^\circ$  (зазначимо, що для елементів цього рисунка витримано всі пропорції).

Типові результати зіставлення для  $f = 0,1$  наведено в таблиці; у колонках для часу руху  $\tau$ , швидкості сходу  $v_0$  і кута сходу  $\alpha_0$  в чисельнику зазначені результати для прямолінійної лопатки, у знаменнику – для криволінійної.

Параметри руху частки ґрунту по лопатці ( $f = 0,1$ )

$\alpha$ , град	$R_1 = \rho_0$ , м	$\phi_1$ , град	$\tau$ , с	$v_0$ , м/с	$\alpha_0$ , град
30	0,47	12,296	0,047/0,043	20,67/20,966	40,7/35,906
35	0,482	13,768	0,05/0,0437	20,787/21,04	46,616/38,047
40	0,496	15,03	0,053/0,0443	20,804/21,018	53,836/40,507
45	0,511	16,081	0,058/0,045	20,663/20,91	62,658/42,95
50	0,526	16,926	0,065/0,046	20,38/20,72	74,444/45,772

Для більшої наочності та зручності аналізу результатів розрахунків за даними таблиці й аналогічних таблиць з іншими значеннями  $f$  побудовано поверхні (рис. 3–5)  $\tau = \tau(\alpha, f)$ ,  $v_0 = v_0(\alpha, f)$ ,  $\alpha_0 = \alpha_0(\alpha, f)$  (використано засоби двовимірної сплайн-інтерполяції MathCAD).

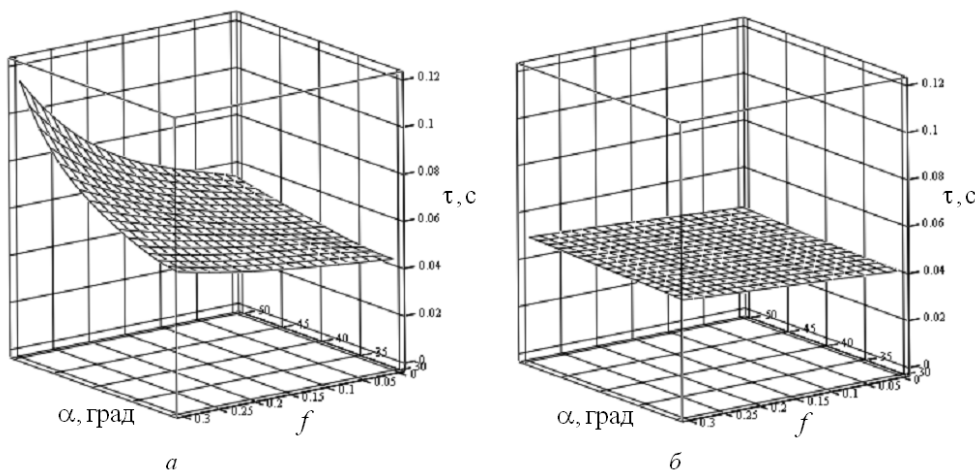


Рис. 3. Час сходу частки ґрунту залежно від  $\alpha$  і  $f$ :  
 а – прямолінійна лопатка; б – криволінійна лопатка ( $n=222$  хв<sup>-1</sup>)

Поверхня  $\tau = \tau(\alpha, f)$  для криволінійної лопатки близька до площини, причому зміна  $\tau$  при максимальному збільшенні  $\alpha$  і  $f$  невелика – 21 %; для прямолінійної лопатки характер поверхні є складнішим, а зміна  $\tau$  досягає 160 %. Зумовлено це тим, що для оптимальної лопатки на початковому етапі руху частки напрямок рушійної сили близький до напрямку руху, тобто її внесок у формування нормальної реакції, а, отже, і сили тертя мінімальний [1, 2, 6].

Аналогічні особливості, хоча і виражені слабше, характерні для поверхонь  $v_0 = v_0(\alpha, f)$  (рис. 4). Зменшення швидкості сходу частки ґрунту при максимальному збільшенні  $\alpha$  і  $f$  для прямолінійної лопатки становить 17 %, для криволінійної – тільки 6 %. Зумовлено це, зокрема, тим, що для прийнятої частоти обертання ротора модуль переносної швидкості частки майже в два рази перевершує модуль відносної.

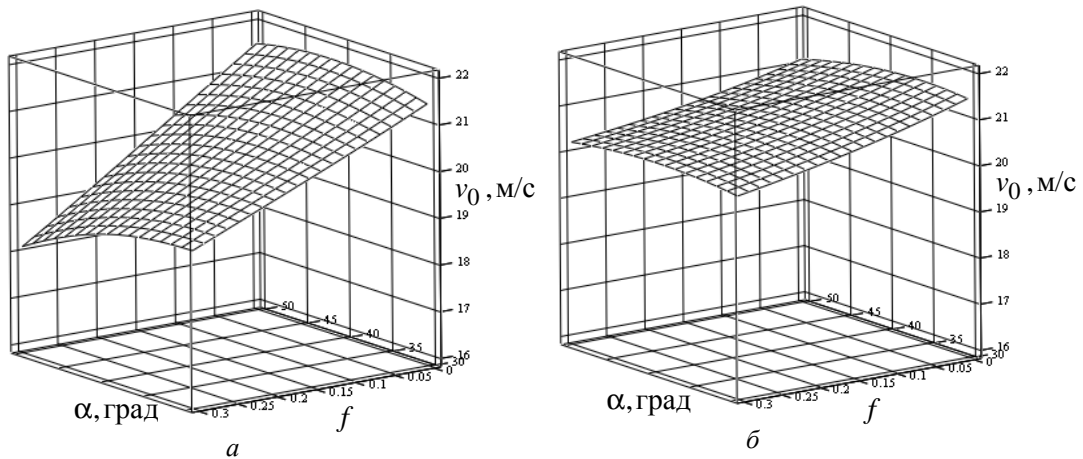


Рис. 4. Швидкість сходу частки ґрунту залежно від  $\alpha$  і  $f$  :  
 а – прямолінійна лопатка; б – криволінійна лопатка  
 ( $n=222 \text{ хв}^{-1}$ )

Істотно зростає зі збільшенням  $\alpha$  і  $f$  кут сходу частки для прямолінійної лопатки (див. рис. 5, а) – 134 %; для криволінійної лопатки це зростання становило лише 49 % (рис. 5, б).

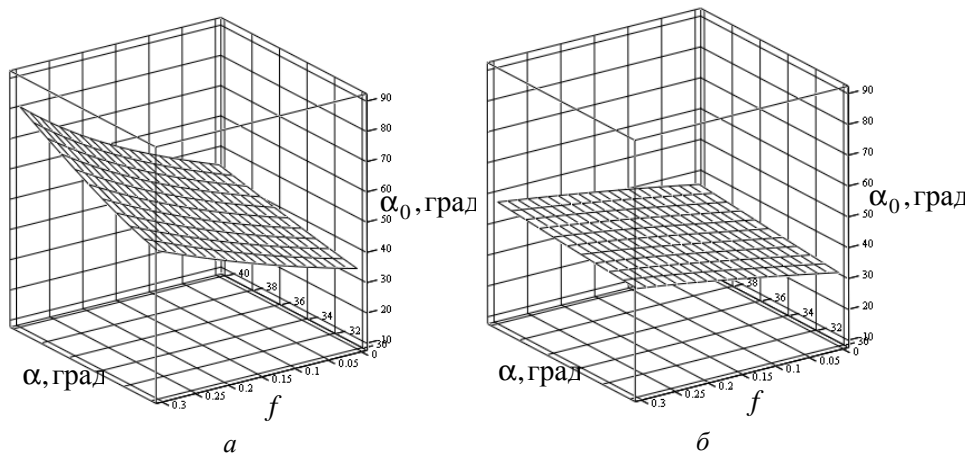


Рис. 5. Кут сходу частки ґрунту залежно від  $\alpha$  і  $f$  :  
 а – прямолінійна лопатка; б – криволінійна лопатка  
 ( $n=222 \text{ хв}^{-1}$ )

Подані результати дають підстави зробити висновок, що зі зміною коефіцієнта тертя, тобто властивостей ґрунту, параметри сходу часток ґрунту для криволінійних лопаток змінюються істотно менше, ніж для прямолінійних лопаток.

Аналогічний висновок справедливий і щодо параметрів, що характеризують нахил лопаток.

На наступному етапі розрахункових досліджень зіставлено параметри сходу частки ґрунту з прямолінійної та криволінійної лопаток при зміні частоти обертання ротора (рис. 6, 7). Аналогічно попередньому побудовано поверхні для залежностей  $\tau = \tau(n, f)$ ,  $v_0 = v_0(n, f)$ ,  $\alpha_0 = \alpha_0(n, f)$  для фіксованих оптимальних значень кутів  $\alpha$  і  $f_1$ . Частота обертання  $n$  змінювалася від  $200 \text{ хв}^{-1}$  до  $300 \text{ хв}^{-1}$  з кроком  $25 \text{ хв}^{-1}$ , коефіцієнт тертя –  $f$  від 0 до 0,5 із кроком 0,1. Для лінійної лопатки розрахунки виконано для кута  $\alpha = 33^\circ$ , близького к  $35^\circ$ . Для криволінійної ж лопатки кут  $f_1$

повинен відповідати куту  $\alpha = 50^\circ$ , тобто повинен дорівнювати  $16,926^\circ$  (див. рис. 2). Ці розрахунки також показали переваги криволінійних лопаток порівняно з прямолінійними.

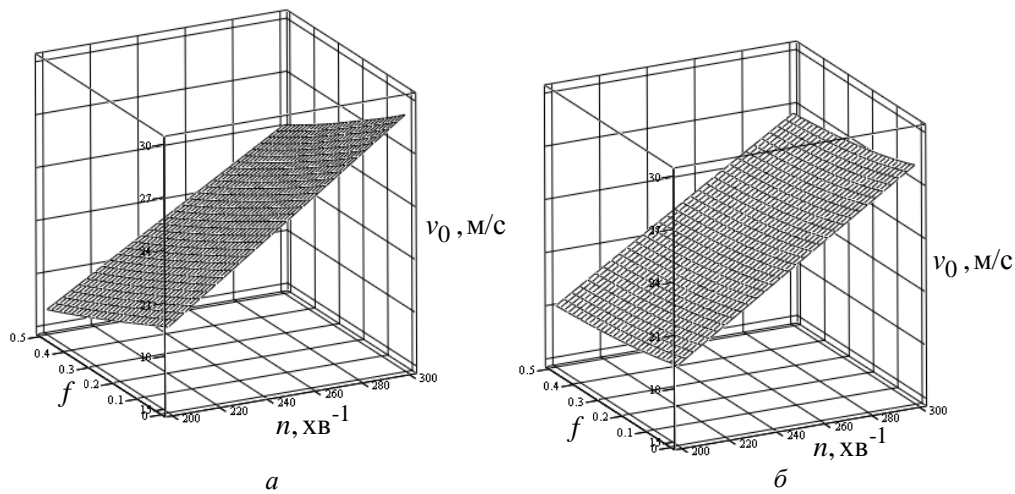


Рис. 6. Швидкість сходу частки ґрунту залежно від  $n$  і  $f$  :  
 а – прямолінійна лопатка ( $\alpha = 33^\circ$ ); б – криволінійна лопатка  
 ( $\varphi_1 = 16,926^\circ$ )

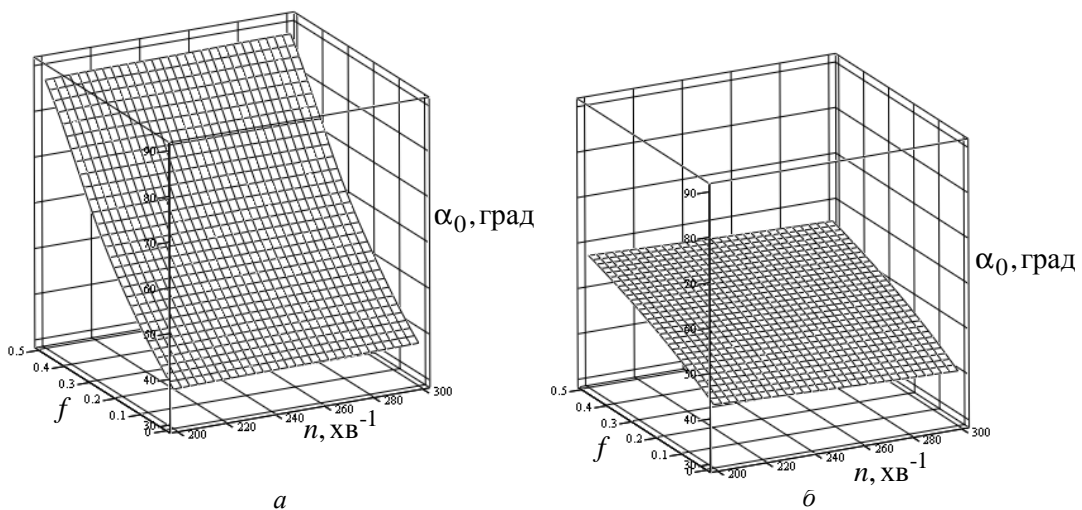


Рис. 7. Кут сходу частки ґрунту залежно від  $n$  і  $f$  :  
 а – прямолінійна лопатка ( $\alpha = 33^\circ$ ); б – криволінійна лопатка  
 ( $\varphi_1 = 16,926^\circ$ )

Поверхні  $v_0 = v_0(n, f)$  на рис. 6, а, б близькі до плоских. Зміна швидкості сходу частки ґрунту в межах зміни  $n$  і  $f$  : для прямолінійної лопатки – 45 %, для криволінійної – 35 %. Особливістю останньої є також те, що за фіксованої частоти обертання ротора, навіть у разі значного збільшення коефіцієнта тертя, швидкість сходу знижується менше, ніж за тих самих умов для прямолінійної лопатки.

Якісний характер залежностей  $\alpha_0 = \alpha_0(n, f)$  для розглянутих лопаток близький. Кут сходу частки ґрунту з лінійної лопатки (рис. 7, а) практично не залежить від частоти обертання ротора (збільшення незначне). Для нелінійної лопатки відзначається аналогічний ефект, тільки тепер зі зростанням частоти обертання спостерігається невелике зменшення

кута сходу (рис. 7, б). Ці розрахунки також показали переваги криволінійних лопаток над прямолінійними.

### Висновки

1. Розглянуто математичні моделі руху часток ґрунту по прямолінійній і криволінійній (оптимальних) лопатках, що враховують сили тертя.
2. Викладено особливості їх використання для визначення параметрів сходу часток ґрунту з лопатки.
3. Проведено комплексні дослідження із зіставлення параметрів сходу часток ґрунту з прямолінійної та криволінійної лопаток.
4. Виявлено такі якісні переваги криволінійних лопаток, зумовлені їх формою і характером упровадження в ґрунт: більший обсяг захоплюваного ґрунту; менші зусилля для заглиблення лопатки в ґрунт; менші динамічні навантаження на лопатки і ротор; менша необхідна потужність привідного двигуна; збереження прийнятних технологічних якостей за великих коефіцієнтів тертя.
5. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на одержання кількісних оцінок відзначених властивостей криволінійних лопаток.

1. Шатохин В.М. Оптимальные траектории движения точки, перемещающейся под действием центробежной силы инерции / В.М. Шатохин, Н.В. Шатохина // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – Харьков, 2012. – Вып. 4/7 (58). – С. 9–14.
2. Шатохин В.М. Про оптимальну форму лопатки роторного металника ґрунту / В.М. Шатохин, О.М. Семків, А.М. Попова // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету.–Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – Вип. 4. – Т. 55. – С. 260–269.
3. Попова А.М., Шатохин В.М. Дослідження руху частки ґрунту по лопатці: результати комп'ютерних експериментів / А.М. Попова, В.М. Шатохин // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету.–Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – Вип. 4. – Т. 54. – С. 135–144.
4. Семків О.М., Шатохин В.М., Попова А.М. Опис руху частки ґрунту по лопатці із профілем брахістохрони у полі відцентрових сил інерції / О.М. Семків, В.М. Шатохин, А.М. Попова // Геометричне та комп'ютерне моделювання: зб. наук. праць. – Харків: ХДУХТ. – 2012. – Вип. 30. – С. 190–200.
5. Семків О.М. Исследование движения частицы грунта по лопатке с профилем оптимальной формы в поле центробежных сил инерции / О.М. Семкив, В.М. Шатохин, А.Н. Попова // Міжвідомчий науково-технічний збірник “Технічна естетика і дизайн”.– К.: КНУБА, 2012. – Вип. 11.– С. 165–174.
6. Шатохин В.М. Об оптимальной форме лопатки роторного грунтометателя / В.М. Шатохин, О.М. Семкив, А.Н. Попова // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2013. – № 2. – С. 49–55.
7. Семків О.М. Розрахунок робочого органа ланцюгового грунтометального механізму / О.М. Семкив, В.М. Шатохин // Міжвідомчий науково-технічний збірник “Прикладна геометрія та інженерна графіка”. В. 87. – К.: КНУБА, 2011. – С. 303–312.
8. Шатохин В.М. Исследование движения частиц грунта со случайными параметрами, выбрасываемых роторным грунтометателем / В.М. Шатохин, Н.В. Шатохина, Попова А.Н. // Міжвідомчий науково-технічний збірник “Прикладна геометрія та інженерна графіка”. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 383–390.
9. Кирьянов Д.В. Mathcad 13 / Д.В. Кирьянов – СПб.: ВХВ-Петербург, 2006. – 608 с.