

nonlinearity / N. A. Dragieva // *Godishnik Vish. Uchebn. Zaved. Prilozhna Mat.* – 1987. – 23, № 4. – P. 95–106. 15. Carpio A. Existence of global solutions to some nonlinear dissipative wave equations / A. Carpio // *Journ. Math. Pures Appl.* (9).– 1994.– 73, № 5.– P. 471–488. 16. Vittilaro E. Global nonexistence theorems for a class of evolution equation with dissipation / E. Vittilaro // *Arch. Ration. Mech. Anal.*– 149.– 1999, № 2.– P. 155–182. 17. Pecher H. Sharp existence results for self-similar solutions of semilinear wave equations / H. Pecher // *Nonlin. Diff. Equat. And Appl.*– 7.– 2000.– P. 323–341. 18. Лавренюк С. П. Метод Гальоркіна для гіперболічних систем першого порядку з двома незалежними змінними / С. П. Лавренюк, М. О. Оліскевич // *Укр. мат. журн.*– 54.– 2002, № 10. – С. 1356–1370. 19. Lavrenyuk S. P. Mixed problem for a nonlinear hyperbolic equation in a domain unbounded with respect to space variables / S. P. Lavrenyuk, P. Ya. Pukach // *Ukrainian Math. Journ.* – 59, № 11.– 2007.– P. 1708–1718. 20. Пукач П.Я. Змішана задача в необмеженій області для слабо нелінійного гіперболічного рівняння зі зростаючими коефіцієнтами / Пукач П. Я. // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.*– 47.– 2004, № 4.– С.149–154. 21. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.-Л. Лионс. [пер. с англ. под ред. О.А. Олейник].– Москва: Эдиториал УРСС, 2002.– 587 с. 22. Гаевский Х. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / Х. Гаевский, К. Греггер, К. Захариас [пер. с нем. В.Г. Задорожного и А.И. Перова под ред. В.И. Соболева].– Москва: Мир, 1978.– 336 с.

УДК 621.873.01

Ю.В. Човнюк<sup>1</sup>, М.Г. Діктерук<sup>2</sup>, К.І. Почка<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ

<sup>2</sup> Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

## ВПЛИВ ВЕРТИКАЛЬНИХ (ПАРАМЕТРИЧНИХ) КОЛИВАНЬ ВАНТАЖНОГО ВІЗКА МОСТОВОГО КРАНА НА ЙОГО ДИНАМІКУ ПРИ РОЗГОЙДУВАННЯХ ВАНТАЖУ У ПРОЦЕСАХ ПУСКУ/ГАЛЬМУВАННЯ

© Човнюк Ю.В., Діктерук М.Г., Почка К.І., 2013

*Розглянуто маятникові коливання вантажу на гнучкому підвісі (канаті) мостового крана у процесах його пуску/гальмування. Враховано вплив вертикальних (параметричних) коливань вантажного візка на динаміку системи “вантажний візок – канат – вантаж”.*

*The article deals with the pendular oscillations of the load on the flexible drop (rope) of the bridge crane during its start up/braking. The influence of the vertical (parametric) oscillations of the load wagon on the dynamics of the “loading wagon – rope - load” system is taken into consideration.*

**Постановка проблеми.** Під час роботи кранів (зокрема мостових) спостерігаються маятникові коливання вантажу, котрі викликають нерівномірний рух кранів чи вантажних візків, додаткові навантаження на силові елементи кранів, створюють незручності під час їх експлуатації, що необхідно враховувати при уточнених розрахунках кранів.

У мостових кранах стандартних параметрів, які переміщуються вповодж рейкового шляху, виникають не тільки маятникові коливання вантажу, але й вертикальні (параметричні) коливання вантажного візка. Одна з фізичних причин останніх така.

Пружне ковзання колеса, яке котиться, за природою аналогічне до добре відомого пружного ковзання гнучкого елемента (пасу, каната) при передачі на нього тягового зусилля за допомогою шківів. Відмінність полягає у тому, що пружне ковзання, наприклад, каната вповдовж шківів відбувається за рахунок зміни загальної пружної деформації на околі шківів, тоді як пружне ковзання сталевих колес вповдовж рейки відбувається в основному за рахунок зміни дотичних деформацій в області контакту колеса з рейкою. Якщо колесо є ведучим і створює тягове зусилля, відзначається поздовжнє пружне ковзання, у результаті чого колесо проходить шлях на 0,1...0,2 % менший, ніж під час "чистого" кочення. Якщо ж до колеса, яке котиться, прикладена зовнішня сила у поперечному напрямку, тоді відбувається його пружне ковзання у напрямку дії цієї сили і напрям руху колеса відхиляється від напрямку "чистого" кочення на деякий кут.

На явище пружного ковзання котка, що котиться, вперше звернув увагу О. Рейнольдс (1876 р.), досліджуючи природу сил тертя кочення. Він показав, що ведучий коток на тому самому шляху здійснює більше обертів, ніж ведений, і пояснив удаване проковзування, враховуючи відносну деформацію котка й основи вповдовж напрямку руху. Теорію пружного ковзання сталевих колес, які котяться вповдовж рейкового шляху, вперше розробив Ф. Картер (1926 р.). Вона широко використовується в аналізі вихляння залізничного рухомого складу. Подальші теоретичні дослідження підтвердили основні положення теорії Картера [1].

Згідно з теорією пружного ковзання у зоні контакту колеса з рейкою є дві частини поверхні: на одній відбувається відносно ковзання тіл, що контактують, а на іншій – воно відсутнє. У результаті ковзання частини контактної поверхні шлях, пройдений центром колеса, відрізняється від шляху, котрий повинне пройти колесо при чистому коченні. Різниця шляхів, віднесена до шляху чистого кочення, називається відносним пружним ковзанням (за англійською термінологією – кріпом, за французькою – псевдоковзанням).

Положення теорії пружного ковзання підтверджуються експериментальними даними, отриманими для кранових колес [2] і для колес залізничного рухомого складу. Деякі кількісні розбіжності пояснюються надзвичайною складністю явища, важкістю постановки точного експерименту і відхиленнями реального профілю колес та рейок від теоретичного.

Згідно з теорією пружного ковзання дотична сила у точці контакту колеса з рейкою визначається залежністю [3]:

$$F = K \cdot h, \quad (1)$$

де  $h = \frac{v_k}{v}$  – відносна швидкість пружного ковзання (де  $v_k$  – швидкість пружного ковзання колеса;  $v$  – швидкість кочення колеса).

Залежність (1) справедлива у разі дії сили  $F$  як вповдовж рейкового шляху, так і у поперечному напрямку. Нерівності профілю рейок та колес (мостового) крана теж призводять до виникнення схожих сил, які, своєю чергою, розгойдують точку підвісу вантажу на канаті (вказана точка пов'язана з центром маси вантажного візка крана) у горизонтальному (поздовжньому) та вертикальному напрямках, а також і у поперечному (горизонтальному). Подібні сили та ефекти призводять до виникнення у системі "вантажний візок – канат – вантаж" (мостового) крана небажаних параметричних коливань. Для надійного управління механізмами підйому вантажу кранів треба визначити основні закономірності існування та умови виникнення подібних коливань, а також встановити можливі засоби, які б дали змогу реалізувати інтенсивне їх гасіння.

(Зазначимо, що ще однією з фізичних причин (механізмів), які призводять до появи вертикальних сил/коливань центра маси вантажного візка, може бути взаємодія горизонтальної (поздовжньої) ( $F_{\parallel}$ ) та поперечної (горизонтальної) ( $F_{\perp}$ ) відносно напрямку руху візка сил типу (1); у результаті цієї взаємодії виникає вказана вертикальна сила ( $F_{\perp}$ ), що пропорційна до векторного добутку вищезгаданих сил:

$$\mathbf{F}_{\perp} \sim \frac{1}{M \cdot g} \cdot [\mathbf{F}_{\parallel} \times \mathbf{F}_{\perp}], \text{ де } M - \text{маса системи, } g - \text{прискорення вільного падіння.}$$

**Аналіз публікацій з теми дослідження.** Динаміку вантажопідійомних кранів досліджено у роботах [2, 3]. Математична модель руху вантажопідійомного крана у координатах “кут відхилення від вертикалі ( $j$ )” – “лінійне переміщення вантажного візка ( $x$ )” запропонована у [4] (введено функцію Лагранжа ( $L$ ) для такої системи). Автори [5] запропонували методику, яка дає змогу врахувати у диференціальному рівнянні, що описує коливання маятника, вплив параметричних збуджень системи (вертикальних коливань точки підвісу). Результати робіт [2–5] будуть використані у цьому дослідженні.

**Мета роботи** полягає у встановленні основних закономірностей вертикальних (параметричних) коливань вантажного візка мостового крана та їх впливу на динаміку останнього при розгойдуваннях вантажу в процесах пуску/гальмування.

#### **Виклад основного матеріалу дослідження.**

##### **5. Уточнений аналіз коефіцієнта пружного ковзання (модель Ф. Картера–М.О. Лобова).**

Коефіцієнт  $K$  пружного ковзання залежить від дотичної сили і визначається, за даними Ф. Картера, формулою:

$$K = \sqrt{\frac{p \cdot E}{8 \cdot (1 - m^2)}} \cdot r \cdot e \cdot G \cdot (1 + \sqrt{1 - q}), \quad (2)$$

де  $E$  – модуль пружності матеріалу колеса;  $r$  – радіус колеса;  $e$  – ширина контактної майданчика у поперечному перерізі рейки;  $G$  – вертикальне навантаження на колесо;  $q = F/F_{\max}$  (тут  $F_{\max} = f \cdot G$ ;  $f$  – коефіцієнт тертя ковзання).

Для сталевго колеса та рейки [3]:

$$K = 9,43 \cdot (1 + \sqrt{1 - q}) \cdot \sqrt{r \cdot e \cdot G}, \quad (3)$$

де  $[K] = \kappa H$ ;  $[r]$  та  $[e]$  – мм;  $[G] = \kappa H$ .

Дотична сила  $F$ , збільшуючись зі зростанням швидкості пружного ковзання, досягає граничного значення  $F_{\max}$ , після чого починається буксування чи юз колеса. З формул (1) та (3) маємо:

$$F_{\max} = 9,43 \cdot \sqrt{r \cdot e \cdot G} \cdot \frac{v_{\kappa \max}}{v}, \quad (4)$$

де  $v_{\kappa \max}$  – максимальна швидкість пружного ковзання.

Силу  $F$  назвемо силою пружного ковзання, а її максимальне значення  $F_{\max}$ , зрозуміло, – силою тертя.

З виразів (1)–(3) знаходимо:

$$q = (1 + \sqrt{1 - q}) \cdot e, \quad e = \frac{v_{\kappa \max}}{v}. \quad (5)$$

Перетворюючи вираз (5), на відміну від [3], можна отримати точну аналітичну залежність  $q$  від  $e$ :

$$q = 2 \cdot e - e^2. \quad (6)$$

Максимального значення згідно (6)  $q$  набуває при  $e = 1$ :

$$q_{\max} = 1. \quad (7)$$

На ділянці  $0 \leq e \leq \frac{2}{3}$  [3] спостерігається пружне ковзання, при цьому  $0 \leq q \leq \frac{8}{9}$ . Якщо  $e > \frac{2}{3}$  виникає, згідно із [3], звичайне ковзання, тоді  $\frac{8}{9} \leq q \leq 1$ . Справжнє ковзання з'являється при  $e \geq 1$ , коли  $q = 1$ .

Використовуючи (6), з (3) можна отримати:

$$K = 9,43 \cdot \sqrt{r \cdot e \cdot G} \cdot (2 - e). \quad (8)$$

Для мостових кранів вантажопідйомністю 15...20 т вертикальне навантаження на ходове колесо в разі зміни положення вантажного візка у прольоті і маси вантажу, що піднімається, коливається у межах  $(1,0...2,2) \cdot 10^5 \text{ кН}$ . При цьому для ходових коліс діаметром 700 мм і підкранової рейки КР-70 ширина контактної зони змінюється від 13 до 17 мм. Приймаючи  $e = 15 \text{ мм}$  ( $15 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ), маємо точну формулу для коефіцієнта пружного ковзання (у кН), яку необхідно використовувати у числових розрахунках:

$$K = 54,6 \cdot \sqrt{r \cdot G} \cdot (2 - e). \quad (9)$$

### **6. Уточнений аналіз параметричних коливань системи в межах лінійної моделі М.О. Лобова [3].**

Розгойдування вантажу у процесах пуску/гальмування (мостових) кранів автор [3] досліджує за допомогою математичної моделі, яка зводиться до такого диференціального рівняння:

$$m_1 \cdot \ddot{x} + \Omega^2 \cdot x = \frac{(P - W)}{m_1}, \quad (10)$$

де  $x$  – горизонтальне переміщення вантажу відносно рухомої точки підвісу;  $\Omega$  – частота власних маятникових коливань вантажу відносно крана у період розгону,

$\Omega = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2) \cdot g}{m_1 \cdot H}}$ ;  $m_1$  – маса крана/вантажного візка, зведена до поступального переміщення

крана/візка;  $m_2$  – маса вантажу;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $H$  – довжина виска канатів;  $P$  – сумарне тягове чи гальмівне зусилля привідних коліс крана чи візка;  $W$  – сила опору пересуванню крана чи візка.

З урахуванням вертикальних коливань центра маси візка замість (10) матимемо:

$$m_1 \cdot \left( \ddot{x} + \left( \Omega^2 - \frac{A \cdot w^2}{H} \cdot \cos w \cdot t \right) \cdot x \right) = \frac{(P - W)}{m_1}, \quad (11)$$

де  $A$  – амплітуда;  $w$  – кругова частота вертикальних (параметричних) коливань.

Рівняння (11) можна звести до стандартного виду, якщо прийняти:

$$2 \cdot t = w \cdot t; \quad q = \frac{2 \cdot A}{H}; \quad a = \frac{4 \cdot \Omega^2}{w^2}. \quad (12)$$

Тоді замість (11) матимемо [6]:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + (a - 2 \cdot q \cdot \cos 2 \cdot t) \cdot x = \frac{(P - W)}{m_1}. \quad (13)$$

Для практичних цілей найбільше значення мають межі між областями стійких та нестійких розв'язків. Це питання детально вивчене [6], причому кінцеві результати представляються у вигляді діаграми, побудованої на площині параметрів  $a$  та  $q$  (так звана діаграма Айнса–Стретта). З цієї діаграми безпосередньо випливає, що параметр  $a$  не залежить від амплітуди коливань точки підвісу ( $A$ ) і якою б не була малою величина цієї амплітуди ( $A$ ), нестійкість нижнього положення (рівноваги) системи спостерігається поблизу значень  $a = 1, 4, 9, \dots$ , тобто при:

$$w = 2 \cdot \Omega; \quad \Omega; \quad \frac{2}{3} \cdot \Omega; \quad \dots; \quad \frac{2 \cdot \Omega}{\sqrt{a}} = \frac{2 \cdot \Omega}{n}, \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (14)$$

У таблиці для різних значень  $H$  подані значення резонансних частот (перших трьох) параметричних (вертикальних) коливань вантажу на канаті,  $m_1 = 10^4 \text{ кг}$ ;  $m_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ кг}$ .

**Частоти параметричного резонансу (вертикального),  $c^{-1}$  ( $m_1 = 10^4 \text{ кг}$ ;  $m_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ кг}$ )**

$H, \text{ м}$	$w = 2 \cdot \Omega, c^{-1}$	$w = \Omega, c^{-1}$	$w = \frac{2}{3} \cdot \Omega, c^{-1}$
10	4,852	2,426	1,617
15	3,962	1,981	1,321
20	3,432	1,716	1,144

**7. Аналіз (вертикальних) параметричних коливань вантажу на канаті в межах уточненої моделі Л.Д. Ландау [4].**

Використовуючи функцію Лагранжа, наведену у [4], можна отримати систему нелінійних диференціальних рівнянь для  $x$  – лінійного переміщення вантажного візка та для  $j$  – кута відхилення від вертикалі канату з вантажем, закріплених на вказаному візку. Тоді отримуємо уточнену динамічну модель руху системи “вантажний візок – канат – вантаж” крана у вигляді:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \frac{\Omega_*^2 \cdot \sin j + \frac{m_2}{m_1} \cdot \dot{j}^2 \cdot \sin j \cdot \cos j - \frac{(P-W) \cdot \cos j}{m_1 \cdot H}}{1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \sin^2 j} = 0; \\ \ddot{j} = \frac{(P-W) + m_2 \cdot H \cdot (\dot{j}^2 \cdot \sin j - \ddot{x} \cos j)}{(m_1 + m_2)}, \end{cases} \quad (15)$$

де  $\Omega_*^2 = \Omega^2 + \frac{A \cdot w^2 \cdot \sin w \cdot t}{H}$ , де  $A$  – амплітуда,  $w$  – кругова частота вертикальних (параметричних) коливань вантажу [5].

Зазначимо, що навіть за  $j \ll 1$  система (15) не зводиться до рівняння типу (11), котре входить у модель автора [3], а має вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \left( \Omega_*^2 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \dot{j}^2 \right) \cdot j = -\frac{(P-W)}{m_1 \cdot H}; \\ \ddot{j} = \frac{(P-W) + m_2 \cdot H \cdot (\dot{j}^2 \cdot j - \ddot{x})}{(m_1 + m_2)}. \end{cases} \quad (16)$$

Наявність істотно нелінійного члена у першому рівнянні системи (16) призводить до значних розгойдувань вантажу (за ненульових початкових умов, тобто:  $j|_{t=0} \neq 0, \dot{j}|_{t=0} \neq 0$ ).

Нижче на рис. 1–6 наведено графіки залежностей від часу  $t$  величин, які характеризують рух розглядуваної системи:  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ ,  $\ddot{x}(t)$ ,  $j(t)$ ,  $\dot{j}(t)$  та  $\ddot{j}(t)$ , а також класичного фазового портрета  $(\dot{x}, x)$  та  $(\dot{j}, j)$  і фазових портретів системи вищих порядків:  $(\ddot{x}, x)$ ;  $(\dot{x}, \ddot{x})$ ;  $(\ddot{j}, j)$ ;  $(\dot{j}, \ddot{j})$ . Крім того, визначено горизонтальну ( $T$ ) і загальну силу розтягу ( $S$ ) канату в разі маятникових коливань вантажу, розміщеного на ньому. Величини  $T$  та  $S$  сил визначено зі співвідношень:

$$T = m_2 \cdot g \cdot \text{tg} j ; \quad S = m_2 \cdot g \cdot \sec j . \quad (17)$$

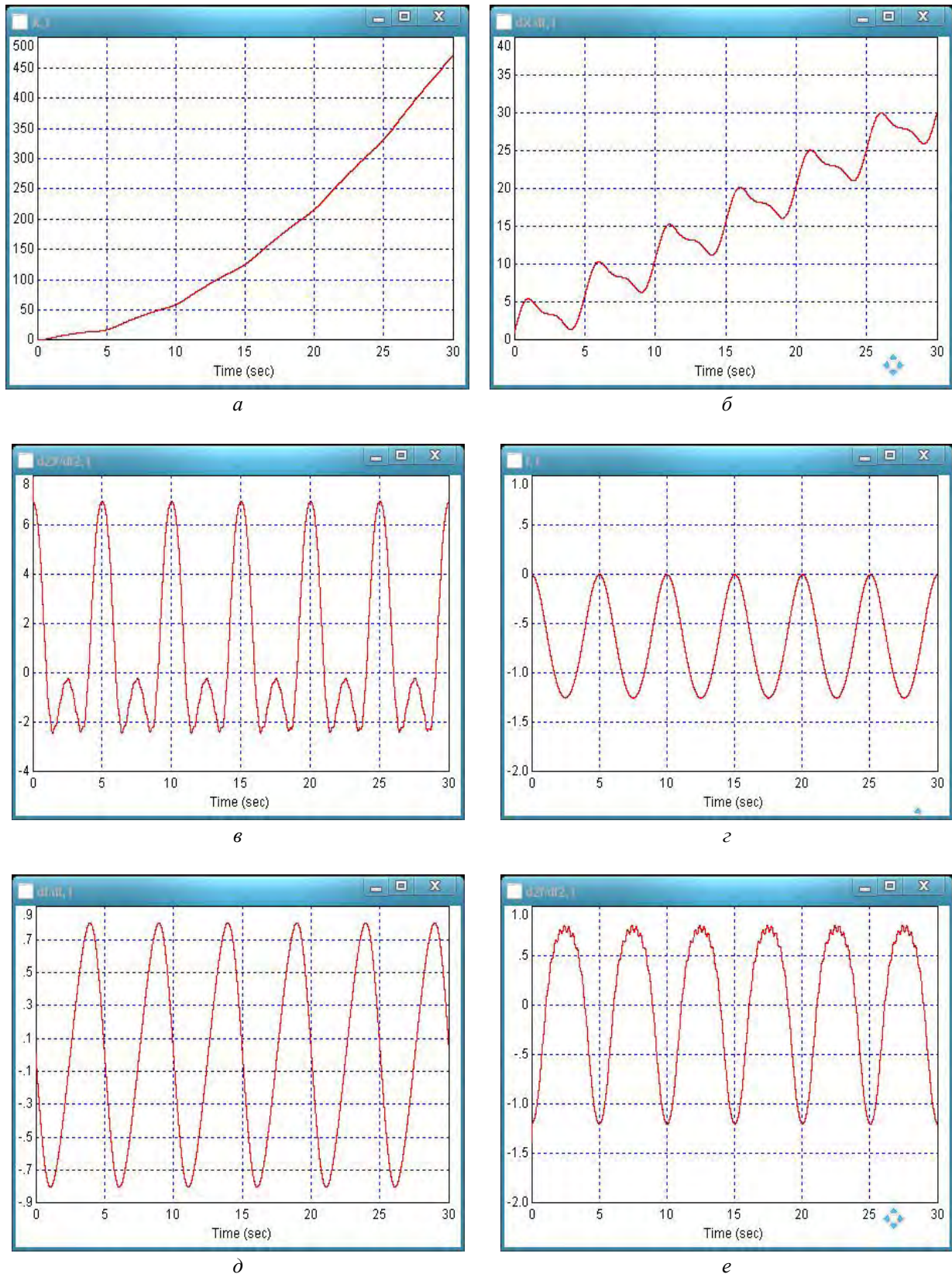
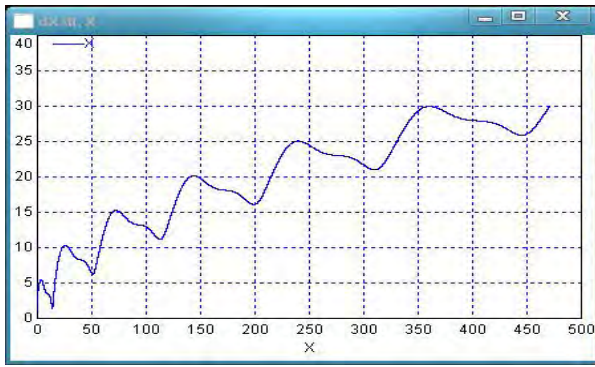
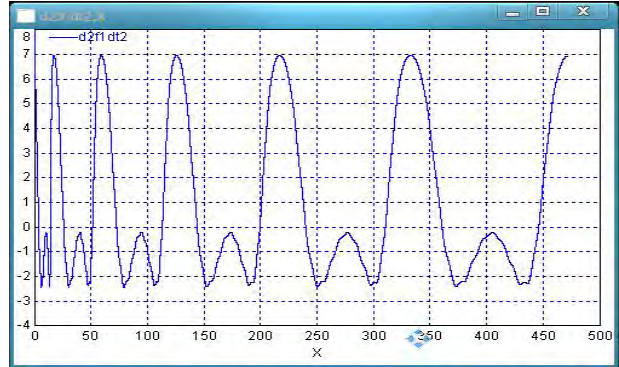


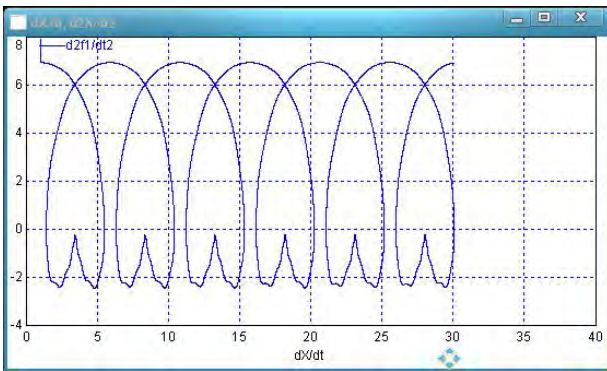
Рис. 1. Графіки залежностей  $x(t)$  – а,  $R(t)$  – б,  $S(t)$  – в,  $j(t)$  – г,  $jR(t)$  – д та  $jS(t)$  – е за вертикальних коливань:  $m_1 = 10^4 \text{ кг}$ ;  $m_2 = 10^4 \text{ кг}$ ;  $H = 10 \text{ м}$ ;  $m = 0,1$ ;  $A = 10^{-3} \text{ м}$ ;  $f = 3 \text{ Гц}$



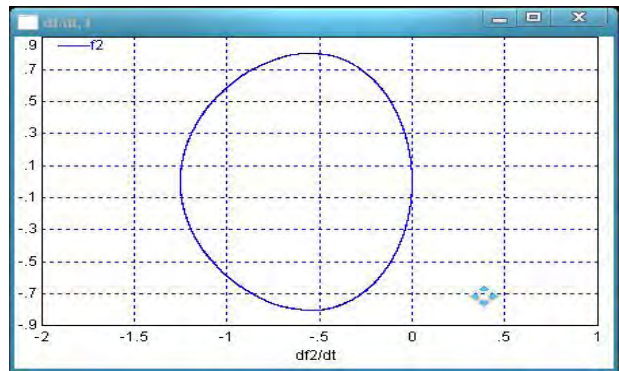
а



б



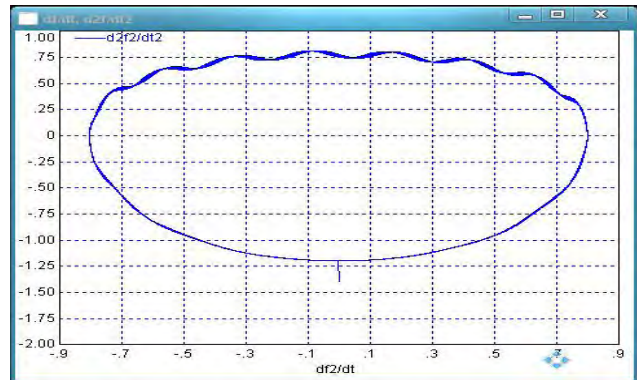
в



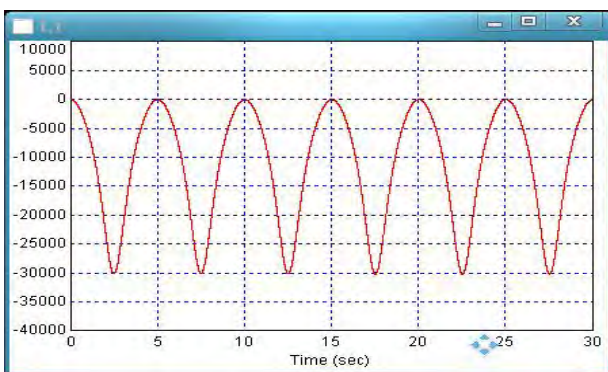
г



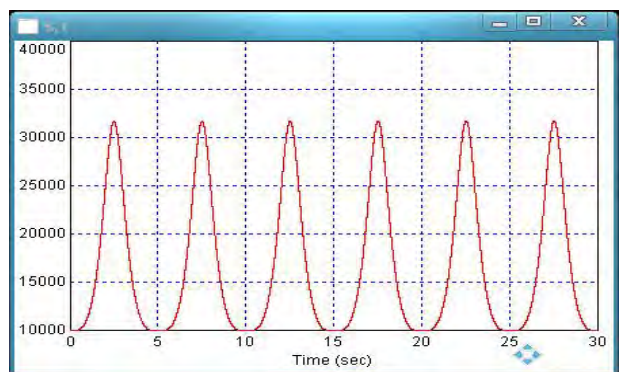
д



е

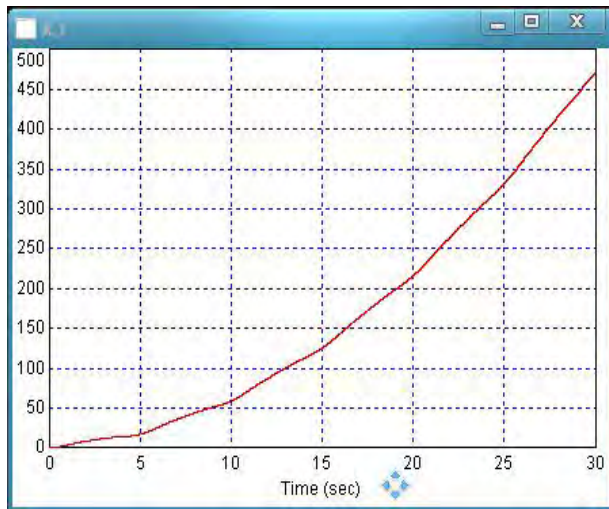


ж



з

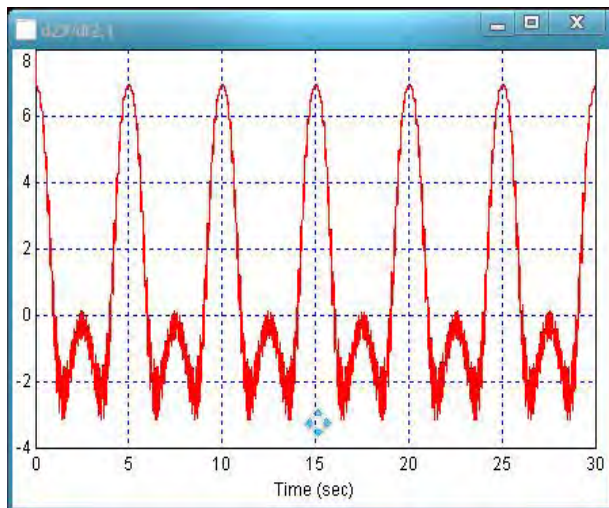
Рис. 2. Фазові портрети (а) – а, (б) – б, (в) – в, (г) – г, (д) – д, (е) – е та графіки зміни горизонтальної  $T$  – ж і загальної  $S$  – з сили розтягу каната за вертикальних коливань:  $m_1 = 10^4$  кг;  $m_2 = 10^4$  кг;  $H = 10$  м;  $m = 0,1$ ;  $A = 10^{-3}$  м;  $f = 3$  Гц



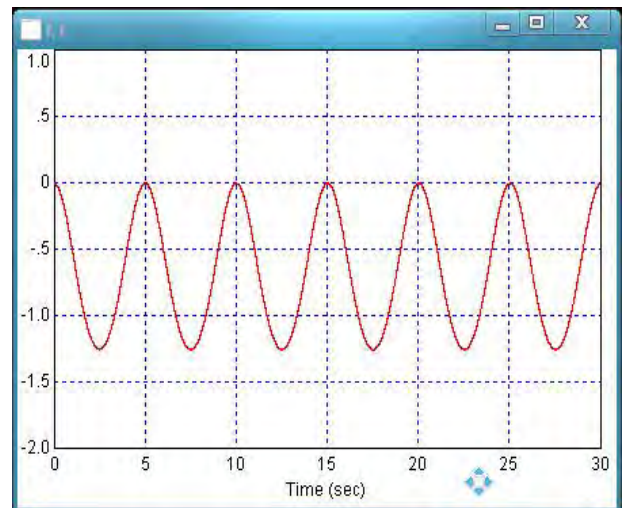
а



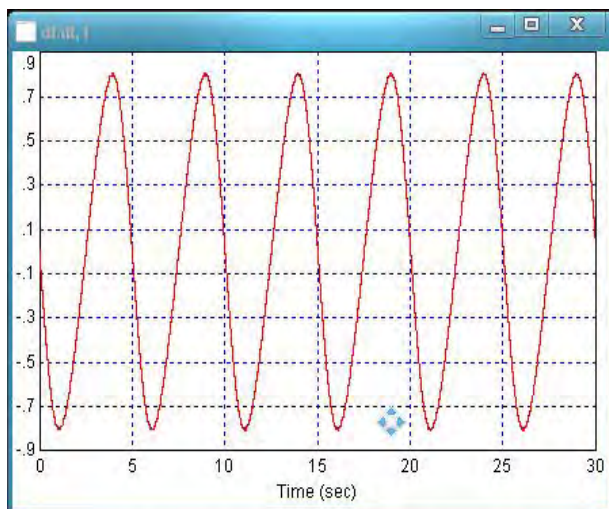
б



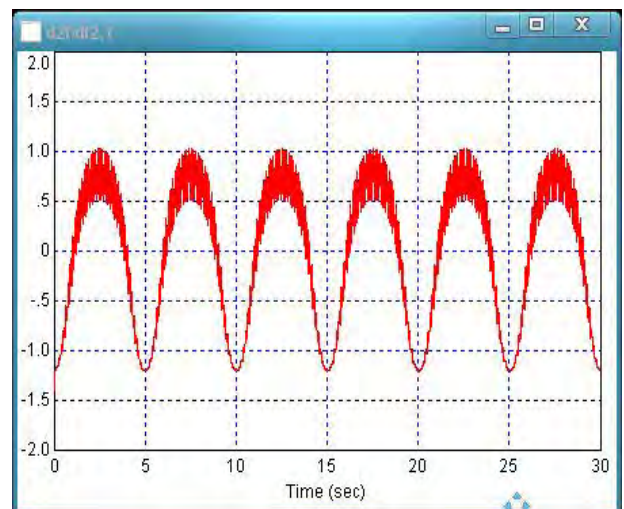
в



г



д



е

Рис. 3. Графіки залежностей  $x(t)$  – а,  $\dot{x}(t)$  – б,  $\ddot{x}(t)$  – в,  $j(t)$  – г,  $\dot{j}(t)$  – д та  $\ddot{j}(t)$  – е за вертикальних коливань:  $m_1 = 10^4$  кг;  $m_2 = 10^4$  кг;  $H = 10$  м;  $m = 0,1$ ;  $A = 10^{-3}$  м;  $f = 8$  Гц



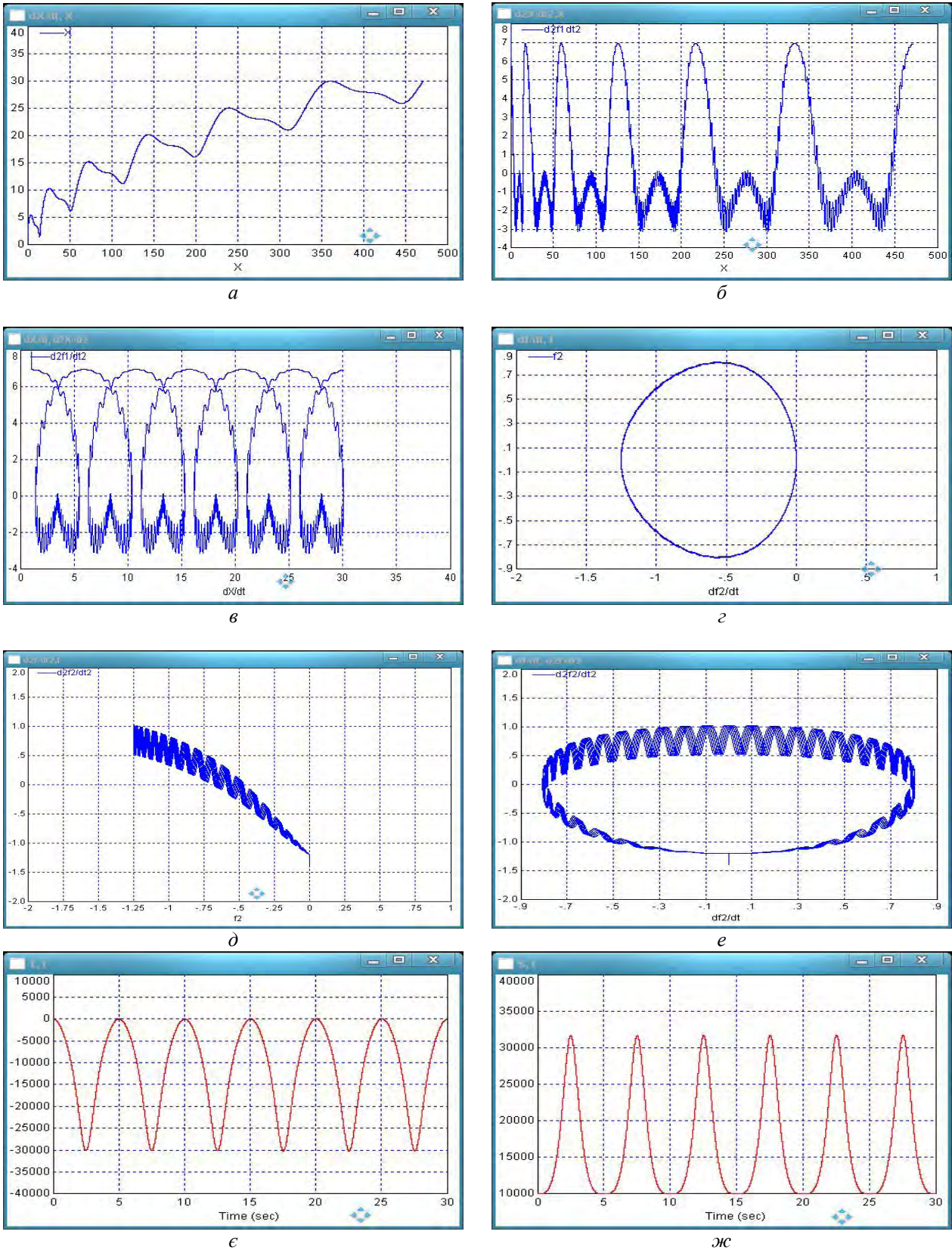


Рис. 4. Фазові портрети ( $x$ ) – а, ( $f_2$ ) – б, ( $f_2$ ) – в, ( $f_2$ ) – г, ( $f_2$ ) – д, ( $f_2$ ) – е та графіки зміни горизонтальної  $T$  – з і загальної  $S$  – ж сили розтягу каната за вертикальних коливань:  $m_1 = 10^4$  кг;  $m_2 = 10^4$  кг;  $H = 10$  м;  $m = 0,1$ ;  $A = 10^{-3}$  м;  $f = 8$  Гц

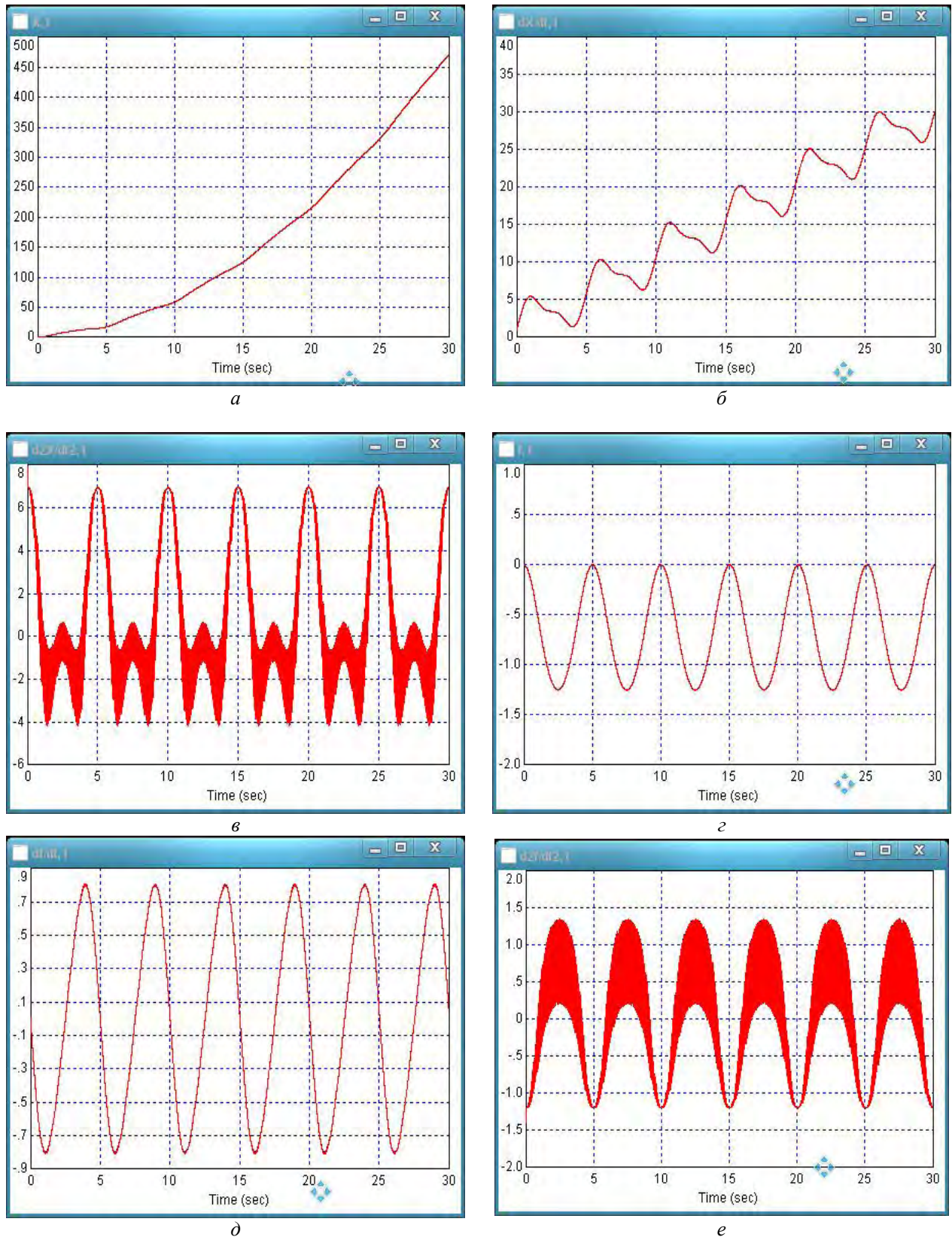
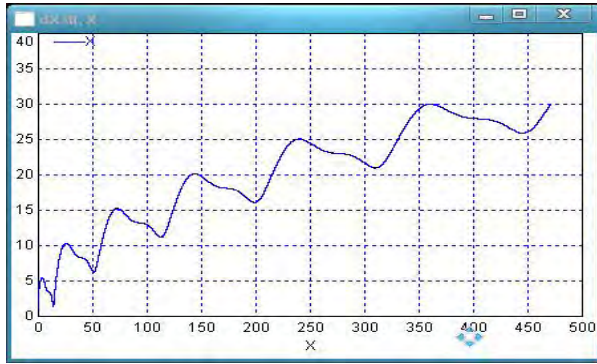
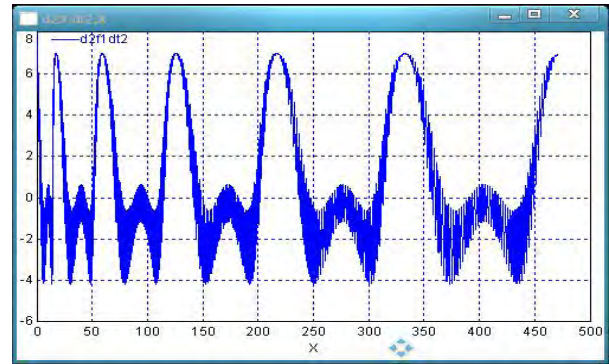


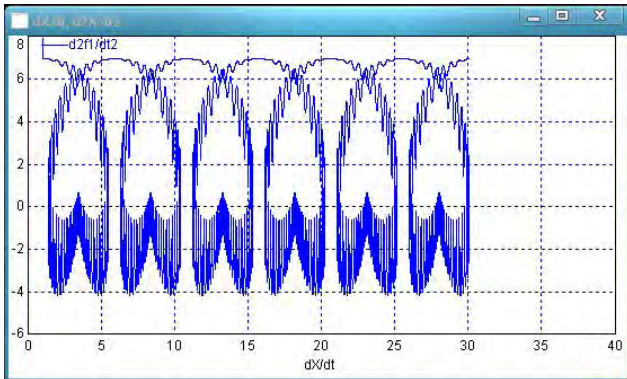
Рис. 5. Графіки залежностей  $x(t)$  – а,  $u(t)$  – б,  $v(t)$  – в,  $j(t)$  – г,  $j'(t)$  – д та  $j''(t)$  – е за вертикальних коливань:  $m_1 = 10^4$  кг;  $m_2 = 10^4$  кг;  $H = 10$  м;  $m = 0,1$ ;  $A = 10^{-3}$  м;  $f = 12$  Гц



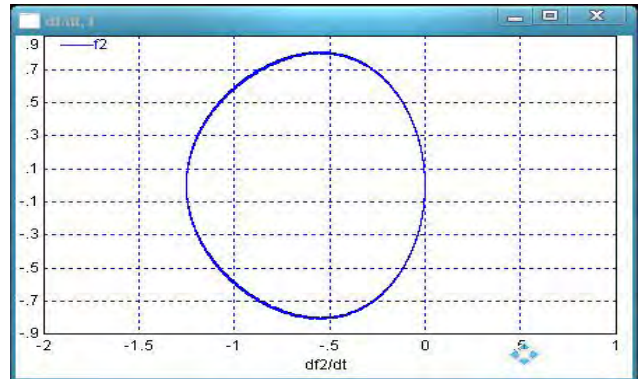
а



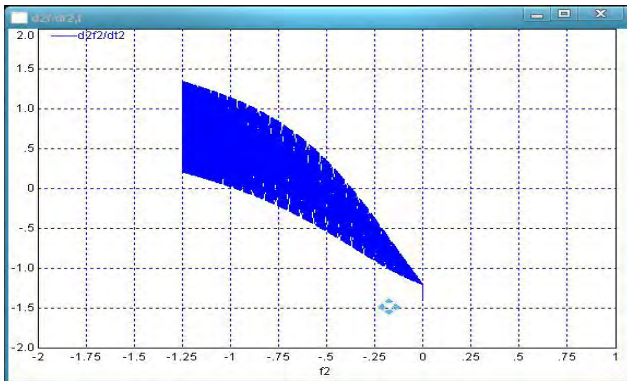
б



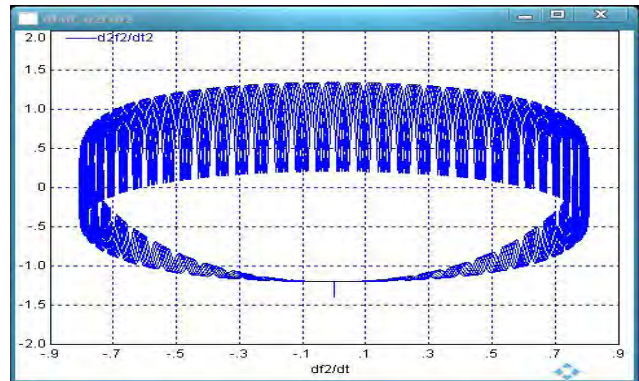
в



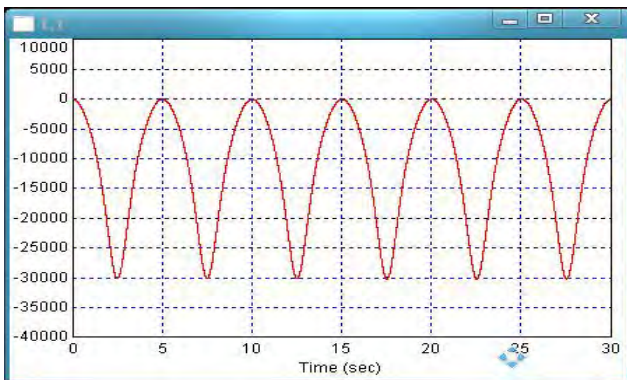
г



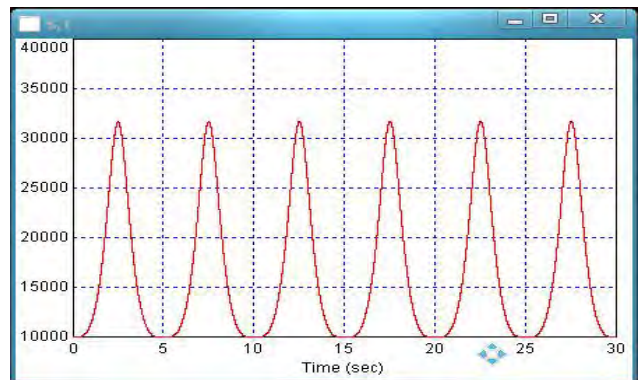
д



е



з



ж

Рис. 6. Фазові портрети (а) – а, (б) – б, (в) – в, (г) – г, (д) – д, (е) – е та графіки зміни горизонтальної Т – з і загальної S – ж сили розтягу каната за вертикальних коливань:  $m_1 = 10^4$  кг;  $m_2 = 10^4$  кг;  $H = 10$  м;  $m = 0,1$ ;  $A = 10^{-3}$  м;  $f = 12$  Гц

Розрахунки та графічні залежності виконано за таких даних:  $m_1 = 10^4 \text{ кг}$ ;  $m_2 = (10^4; 5 \cdot 10^4; 10^5; 2 \cdot 10^5) \text{ кг}$ ;  $H = (10; 15; 20) \text{ м}$ ;  $W = m \cdot (m_1 + m_2) \cdot g$ ;  $m = 0,1$  – коефіцієнт тертя ковзання; ( $m \equiv k$ );  $A = 10^{-3} \text{ м}$ ;  $w = 2 \cdot p \cdot f$ ;  $f = (3; 8; 12) \text{ Гц}$ ;  $P = 2 \cdot W$ . Крім того, окремо розглянуто вказані графічні залежності для випадків трьох перших параметричних (вертикальних) резонансів:  $w = (2\Omega; \Omega; \frac{2}{3}\Omega)$ .

Ті самі залежності визначено й для випадку поздовжніх (вподовж напрямку руху вантажного візка) параметричних коливань. При цьому використана така математична модель для цього типу коливань вантажу на канаті (мостового) крана:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{j} = \frac{-\Omega^2 \cdot \sin j - \frac{(P-W) \cdot \cos j + m_2 \cdot H \cdot j^2 \cdot \sin j \cdot \cos j}{m_1 \cdot H}}{1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \sin^2 j}; \\ \ddot{w} = \frac{(P-W) + m_2 \cdot H \cdot (j^2 \cdot \sin j - j \cdot \cos j)}{(m_1 + m_2)} + A^* \cdot g^2 \cdot \cos g \cdot t, \end{array} \right. \quad (18)$$

де  $A^*$  – амплітуда;  $g$  – кругова частота горизонтальних параметричних коливань вантажу на канаті.

Числові розрахунки для моделі (18) виконано за таких значень вихідних параметрів:  $A^* = A = 10^{-3} \text{ м}$ ;  $g = 2 \cdot p \cdot f_1 = w$ ;  $f_1 = (10; 20; 30) \text{ Гц}$ .

Інші вихідні дані збігаються з тими, що використано для розрахунків вертикальних параметричних коливань вантажу на канаті.

Нижче на рис. 7–10 наведено графічні залежності того самого типу, що й для моделі (15).

Аналіз усіх наведених графіків свідчить про те, що траєкторія руху вантажу на канаті фінітна – замкнена (це підтверджують всі графіки фазових портретів системи), а вантажного візка – інфінітна – незамкнена.

Вертикальні параметричні коливання точки підвісу вантажу на канаті, навіть в умовах резонансів, не залежать від амплітуди ( $A$ ) вказаних коливань, а визначаються масами  $m_1$  та  $m_2$ , довжиною каната  $H$  і величиною резонансної частоти (залежить від  $n$  у (14)).

Горизонтальні параметричні коливання точки підвісу вантажу на канаті впливають лише на рух вантажного візка (маси  $m_1$ ) і при вибраних для розрахунків вихідних даних істотно переважають перший доданок у другому рівнянні системи (18).

### Висновки

1. Розроблена і досліджена уточнена математична модель руху системи “вантажний візок – канат – вантаж” вантажопідйомного (мостового) крана, яка має істотно нелінійний характер.

2. Визначено основні кінематичні та силові параметри маятникових коливань вантажу у розглянутій динамічній системі, наведені фазові портрети руху (класичні та вищих порядків) за наявних вертикальних/горизонтальних параметричних коливань точки підвісу (вантаж), а також умови (вертикального параметричного) резонансу.

3. Отримані у роботі результати можуть надалі слугувати для уточнення й вдосконалення використовуваних інженерних методів розрахунку подібних систем як на стадіях їх проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації вантажопідйомних (мостових) кранів.

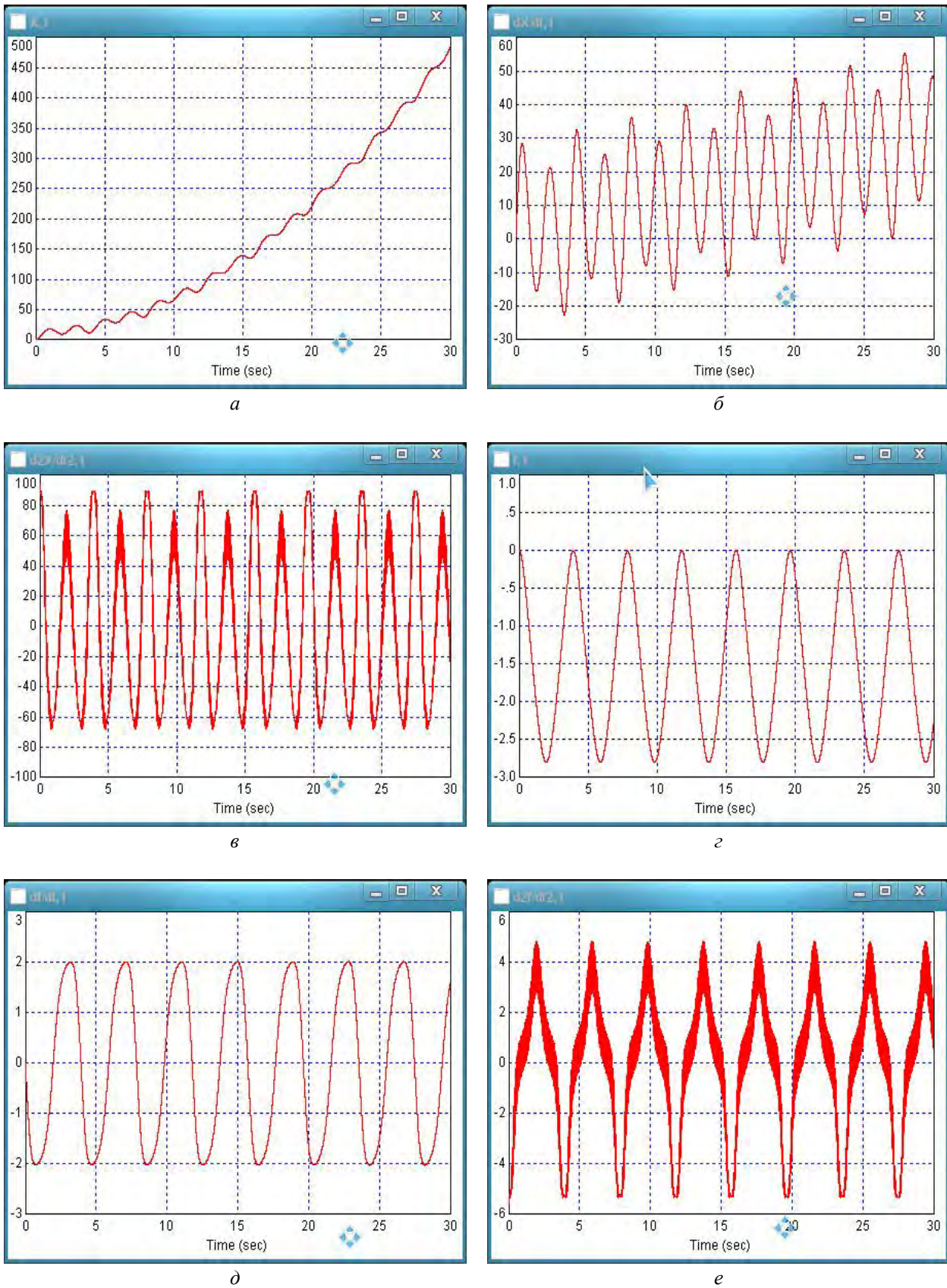


Рис. 7. Графіки залежностей  $x(t)$  – а,  $\dot{x}(t)$  – б,  $\ddot{x}(t)$  – в,  $j(t)$  – г,  $\dot{j}(t)$  – д та  $\ddot{j}(t)$  – е у разі поздовжніх коливань:  $m_1 = 10^4 \text{ кг}$ ;  $m_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ кг}$ ;  $H = 20 \text{ м}$ ;  $m = 0,1$ ;  $A = 10^{-3} \text{ м}$ ;  $f = 20 \text{ Гц}$

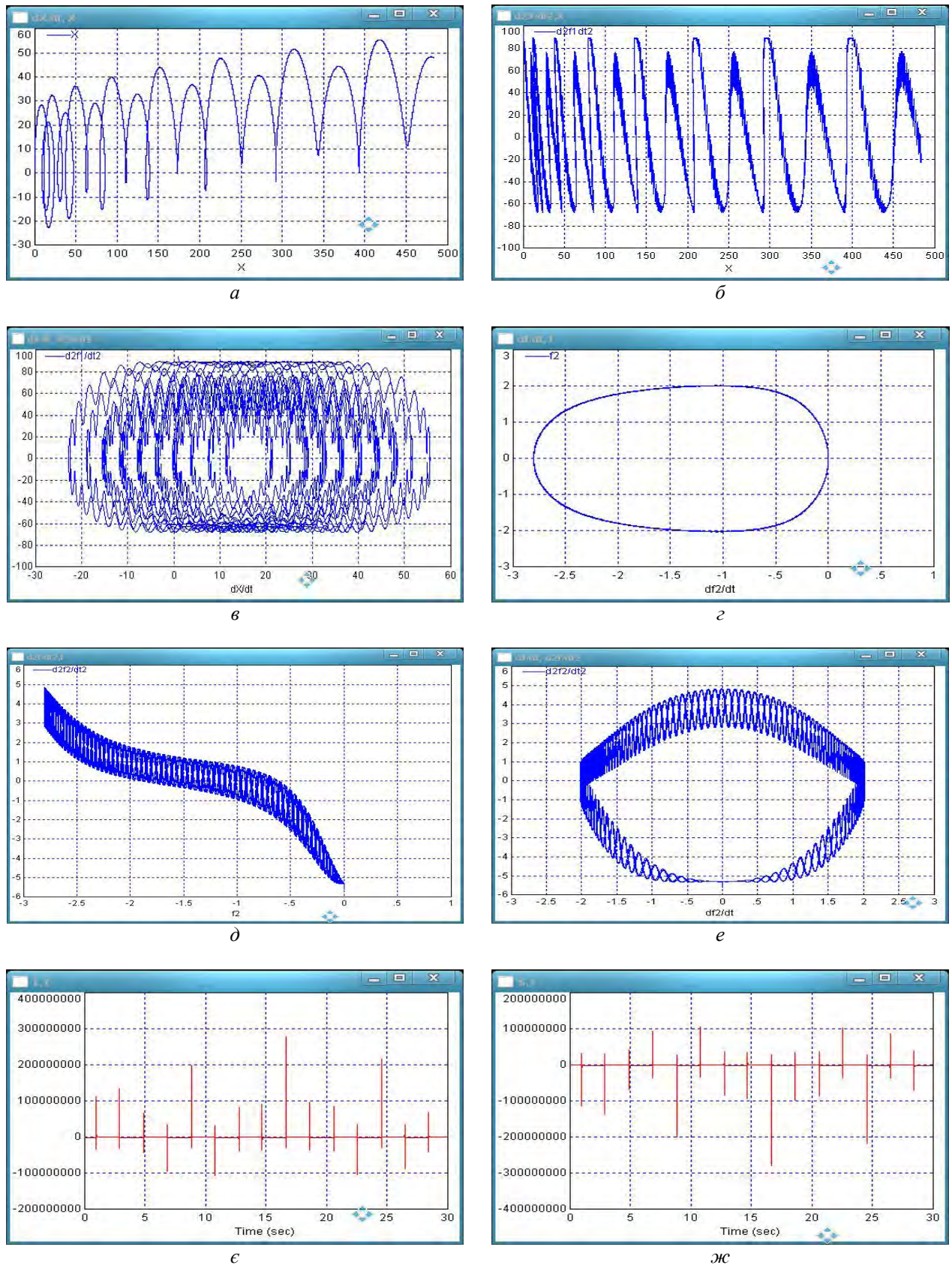
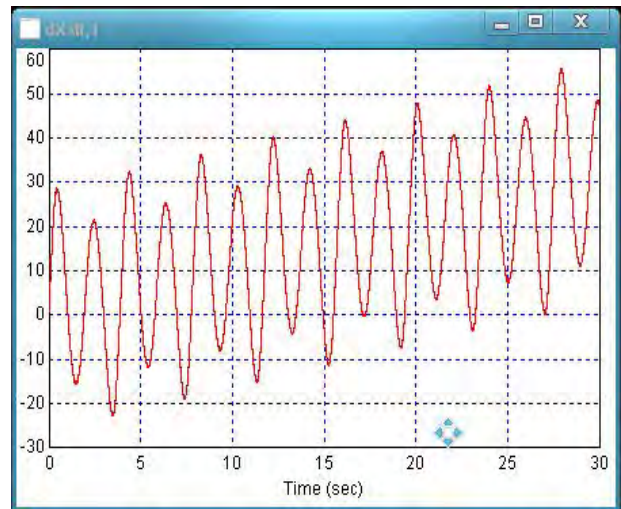


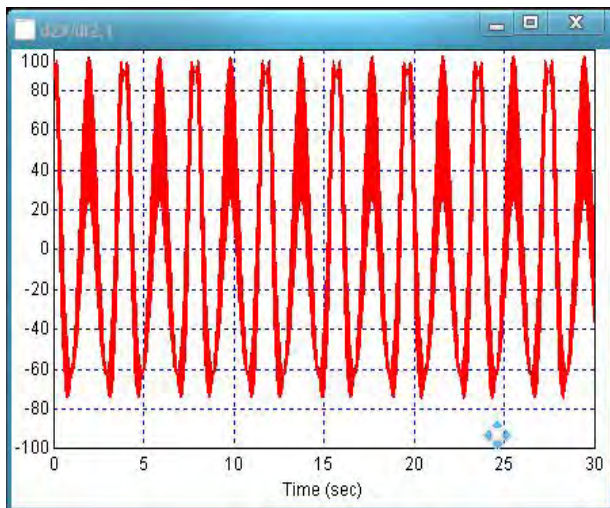
Рис. 8. Фазові портрети ( $x$ ) – а, ( $x$ ) – б, ( $j$ ) – в, ( $j$ ) – г, ( $j$ ) – д, ( $j$ ) – е та графіки зміни горизонтальної  $T$  – з і загальної  $S$  – ж сили розтягу каната в разі поздовжніх коливань:  $m_1 = 10^4$  кг;  $m_2 = 5 \cdot 10^4$  кг;  $H = 20$  м;  $m = 0,1$ ;  $A = 10^{-3}$  м;  $f = 20$  Гц



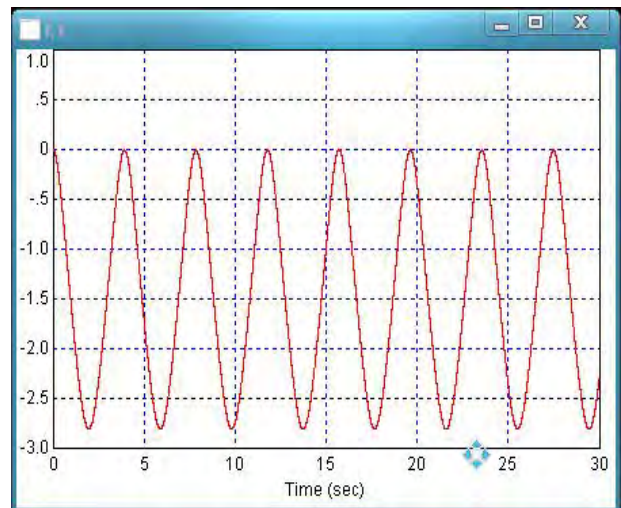
а



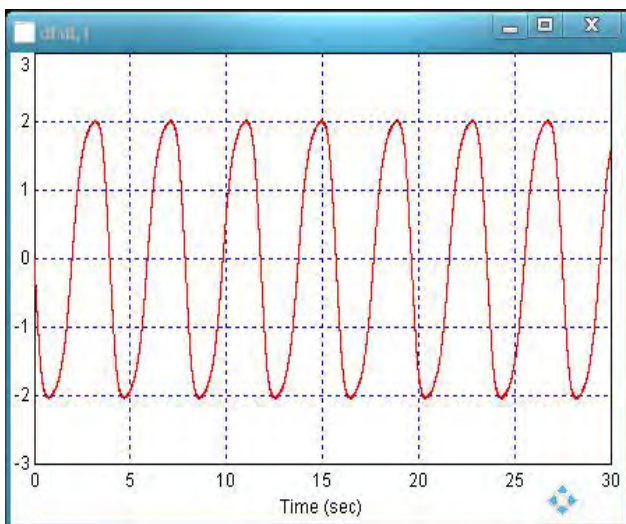
б



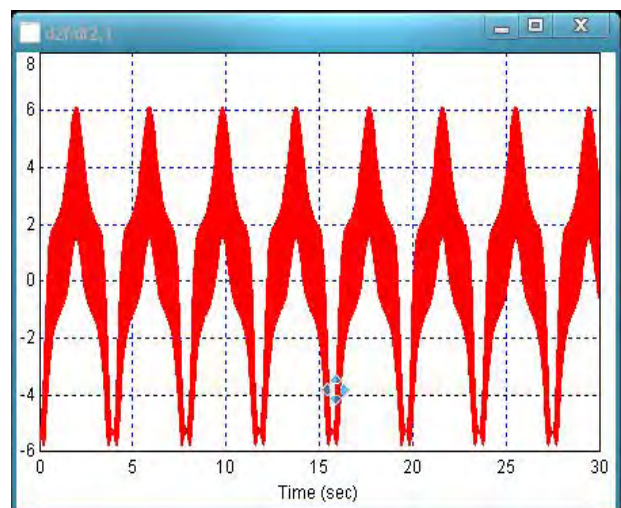
в



г



д



е

Рис. 9. Графіки залежностей  $x(t)$  – а,  $\dot{x}(t)$  – б,  $\ddot{x}(t)$  – в,  $j(t)$  – г,  $j&(t)$  – д та  $j&&(t)$  – е за позовжніх коливань:  $m_1 = 10^4$  кг;  $m_2 = 5 \cdot 10^4$  кг;  $H = 20$  м;  $m = 0,1$ ;  $A = 10^{-3}$  м;  $f = 30$  Гц

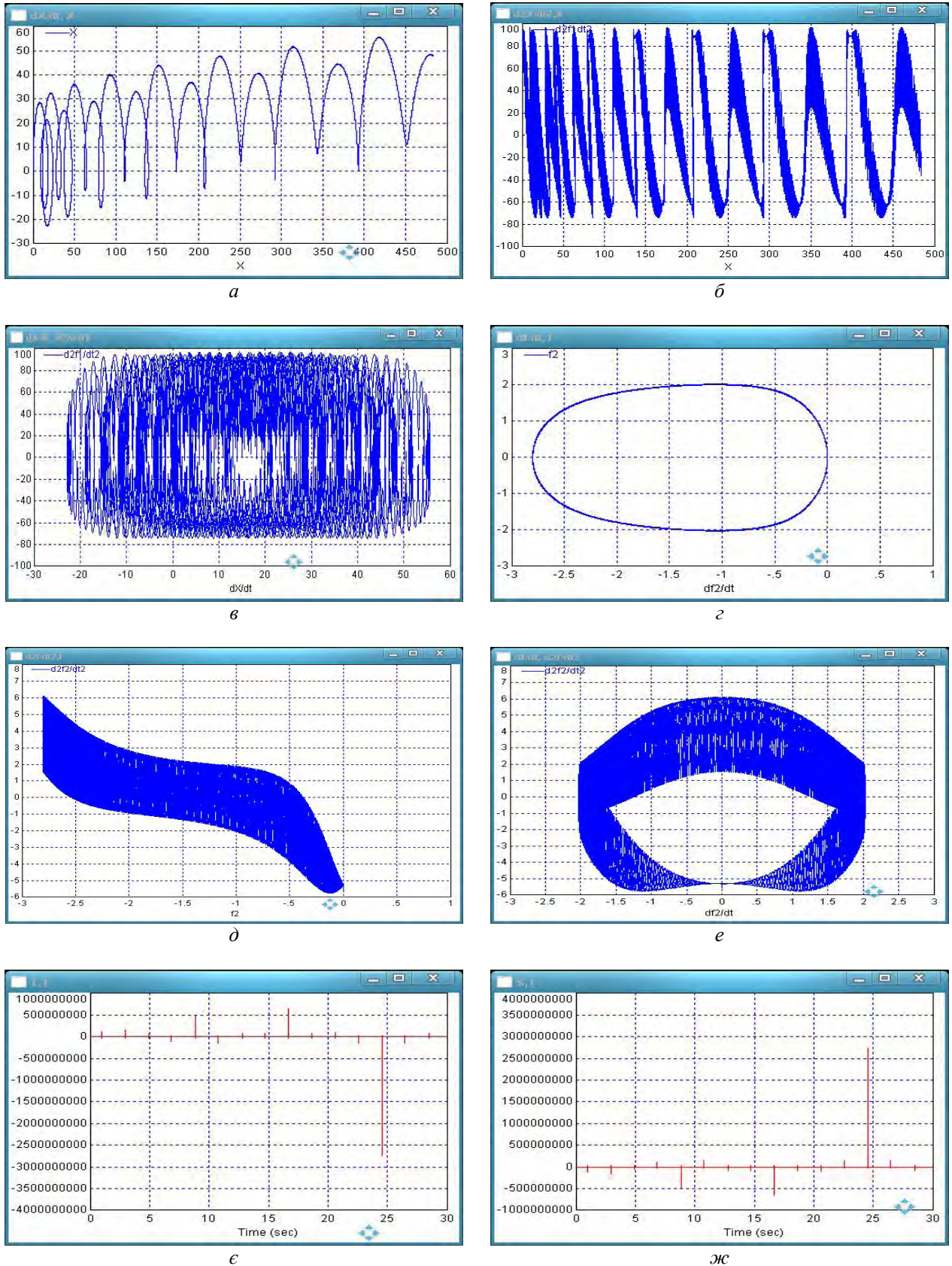


Рис. 10. Фазові портрети ( $x$ ) – а, ( $x$ ) – б, ( $dx/dt$ ) – в, ( $r_2$ ) – г, ( $r_2$ ) – д, ( $dr_2/dt$ ) – е та графіки зміни горизонтальної  $T$  – з і загальної  $S$  – ж сили розтягу каната за позовжніх коливань:  $m_1 = 10^4$  кг;  $m_2 = 5 \cdot 10^4$  кг;  $H = 20$  м;  $m = 0,1$ ;  $A = 10^{-3}$  м;  $f = 30$  Гц



1. Kalker J.J. Review of wheelrail Rolling contact theories. The General Problem of Rolling contact / J.J. Kalker // Transactions of ASME. – 1980. – P. 77–92. 2. Грузоподъёмные краны / пер. с нем. под ред. М.П. Александрова. – М.: Машиностроение. – Кн. 1. – 1981. – 216 с.; Кн. 2. – 1981. – 287 с. 3. Лобов Н.А. Динамика грузоподъёмных кранов / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с. 4. Ландау Л.Д. Механика. Т.1 / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1965. – 201 с. 5. Вибрации в технике: справочник. В 6 т. – М.: Машиностроение, 1979. – Т. 2. Колебания нелинейных механических систем / под ред. И.И. Блехмана. – 1979. – 351 с. 6. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний / Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1967. – 316 с.

УДК [621.86.06+627.87].001.24

Ю.В. Човнюк<sup>1</sup>, М.Г. Діктерук<sup>2</sup>, К.І. Почка<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ,

<sup>2</sup> Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

## ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ПУСКУ МЕХАНІЗМІВ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МАШИН ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМАЛЬНОЇ ПИТОМОЇ ПОТУЖНОСТІ

© Човнюк Ю.В., Діктерук М.Г., Почка К.І., 2013

*У межах узагальненої моделі розрахунку навантажень механізмів вантажопідйомних машин В.І. Брауде – М.С. Тер-Мхитарова обґрунтовано динамічну оптимізацію режимів їх пуску за критерієм мінімальної потужності. Для встановлення основних кінематичних характеристик руху вказаних механізмів у перехідних процесах (пуску/гальмування) та типів коливань (періодичних, аперіодичних, динамічного хаосу), що виникають, використано метод класичного фазового портрета та фазових портретів високих порядків.*

*Within the scope of the Braude – Ter-Mkhitarov generalized model of the load calculation of the load lifting machines' mechanisms, the dynamic mode optimization of their start up regimes based on the minimal power criteria is proved in the article. In order to define the basic kinematic characteristics of motion of the mentioned mechanisms during transitional processes (start up/braking) and types of the arising oscillations (periodical, a-periodical, dynamic chaos) the method of a classical phase portrait as well as phase portraits of high orders is used.*

**Постановка проблеми.** Аналізуючи навантаження кранів у процесах їх пуску/гальмування, необхідно враховувати можливість суттєвого розгойдування вантажів [1]. Робота кранів супроводжується виникненням маятникових коливань вантажу, котрі викликають нерівномірний рух самих кранів, вантажних візків, механізмів підйому вантажу підйомно-транспортних машин (ПТМ), додаткові навантаження на силові елементи кранів, створюють незручності під час їх експлуатації, що необхідно враховувати в уточнених розрахунках кранів та механізмів ПТМ.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Розгойдування вантажу у процесах пуску/гальмування кранів вивчено у роботі [1]. Системні методи розрахунку вантажопідйомних машин запропонували автори [2]. Детерміновані динамічні моделі ПТМ, для яких зовнішні впливи й параметри моделі розраховуються як невідомі величини та функції, подано у [3, 4]. У