1. Kalker J.J. Review of wheelrail Rolling contact theories. The General Problem of Rolling contact / J.J. Kalker // Transactions of ASME. – 1980. – P. 77–92. 2. Грузоподъёмные краны / пер. с нем. под ред. М.П. Александрова. – М.: Машиностроe-ние. – Кн. 1. – 1981. – 216 с.; Кн. 2. – 1981. – 287 с. 3. Лобов Н.А. Динамика грузоподъёмных кранов / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с. 4. Ландау Л.Д. Механика. Т.1 / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1965. – 201 с. 5. Вибрации в технике: справочник. В 6 т. – М.: Машиностроение, 1979. – Т. 2. Колебания нелинейных механических систем / под ред. И.И. Блехмана. – 1979. – 351 с. 6. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний / Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1967. – 316 с.

УДК [621.86.06+627.87].001.24

Ю.В. Човнюк[1], М.Г. Діктерук[2], К.І. Почка[2]
[1] Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ,
[2] Київський національний університет будівництва і архітектури, м. Київ

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ ПУСКУ МЕХАНІЗМІВ ВАНТАЖОПІДЙОМНИХ МАШИН ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМАЛЬНОЇ ПИТОМОЇ ПОТУЖНОСТІ

У межах узагальненої моделі розрахунку навантажень механізмів вантажопідйомних машин В.І. Брауде – М.С. Тер-Мхітарова обґрунтовано динамічну оптимізацію режимів їх пуску за критерієм мінімальної потужності. Для встановлення основних кінематичних характеристик руху вказаних механізмів у перехідних процесах (пуску/гальмування) та типів коливань (періодичних, аперіодичних, динамічного хаосу), що виникають, використано метод класичного фазового портрета та фазових портретів високих порядків.

Within the scope of the Braude –Ter-Mkhitarov generalized model of the load calculation of the load lifting machines' mechanisms, the dynamic mode optimization of their start up regimes based on the minimal power criteria is proved in the article. In order to define the basic kinematic characteristics of motion of the mentioned mechanisms during transitional processes (start up/braking) and types of the arising oscillations (periodical, a-periodical, dynamic chaos) the method of a classical phase portrait as well as phase portraits of high orders is used.

Постановка проблеми. Аналізуючи навантаження кранів у процесах їх пуску/гальмування, необхідно враховувати можливість суттєвого розгойдування вантажів [1]. Робота кранів супроводжується виникненням маятникових коливань вантажу, котрі викликають нерівномірний рух самих кранів, вантажних візків, механізмів підйому вантажу підйомно-транспортних машин (ПТМ), додаткові навантаження на силові елементи кранів, створюють незручності під час їх експлуатації, що необхідно враховувати в уточнених розрахунках кранів та механізмів ПТМ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розгойдування вантажу у процесах пуску/гальмування кранів вивчено у роботі [1]. Системні методи розрахунку вантажопідйомних машин запропонували автори [2]. Детерміновані динамічні моделі ПТМ, для яких зовнішні впливи й параметри моделі розраховуються як невипадкові величини та функції, подано у [3, 4]. У розрахункових схемах дискретних моделей ПТМ застосовуються зосереджені маси [3, 5–13]. Нестаціонарні коливання механічних систем досліджено аналітичними методами в [14].

Мета роботи полягає в обґрунтуванні оптимальних режимів пуску механізмів вантажопідйомних машин за критерієм мінімальної питомої потужності. Для динамічного аналізу використано узагальнену модель В.І. Брауде – М.С. Тер-Мхітарова [1] розрахунку ПТМ та підхід авторів [14], який дає змогу встановити аналітично основні кінематично-силові характеристики вказаних машин за наявності в них нестаціонарних коливань, що виникають у процесах пуску/гальмування механізмів підйому вантажу.

Виклад основного матеріалу дослідження.

8. Аналітичні методи розрахунку навантажень вантажопідйомних машин (та ПТМ): узагальнена модель В.І. Брауде – М.С. Тер-Мхітарова.

Процес навантаження у найпростішій двомасовій розрахунковій схемі [1, 2] має складний характер. Це пояснюється тим, що під час кожного пуску та гальмування системи виникають вимушені пружні коливання мас (часто з випадковими початковими умовами). Якщо у розглядуваній задачі для врахування розсіювання енергії коливань застосовується теорія в'язкого тертя, тоді деформація пружного ланцюга $q = q_1 - q_2$ (де q_1 – переміщення ведучої маси m_1 (наприклад, вантажного візка мостового крана), а q_2 – переміщення веденої маси m_2 (вантажу на канаті)), пов'язана з навантаженням $S_{\text{пр}}$ у ланцюгу формулою $S_{\text{пр}} = q \cdot c$ (c – коефіцієнт жорсткості (каната)), визначається у результаті розв'язання диференціального рівняння:

$$\ddot{q} + 2 \cdot n \cdot \dot{q} + n_r^2 \cdot q = \frac{1}{m_1 \cdot m_2} \cdot A(t), \tag{1}$$

де n – параметр, який характеризує затухання коливань, $n = \mu \cdot (m_1 + m_2) / (2 \cdot m_1 \cdot m_2)$; n_r – кругова частота вільних коливань відповідної консервативної системи, $n_r = \sqrt{\frac{c \cdot (m_1 + m_2)}{m_1 \cdot m_2}}$ (у моделі Н.А. Лобова [1] $c = \frac{m_2 \cdot g}{H}$, H – довжина виска каната); $A(t)$ – зовнішній вплив, $A(t) = m_2 \cdot S_{\text{д}}(t) + {}$ $+ m_1 \cdot S_{\text{оп}}(t)$ [$S_{\text{д}}(t)$ – зусилля двигуна чи гальм, $S_{\text{оп}}(t)$ – опір руху]; μ – коефіцієнт непружного опору. Зазначимо, що у розглядуваній тут задачі $S_{\text{оп}}(t) \equiv 0$, а $S_{\text{д}}(t) = P(t) - W$, де $P(t)$ – сумарне тягове чи гальмівне зусилля привідних коліс крана (мостового типу) чи його вантажного візка; W – сила опору пересуванню крана чи візка (маси m_1). (Вважаємо, що у момент початку руху $\dot{q}_1 > 0$, тоді $\operatorname{sign}(\dot{q}_1) = 1$, а W – амплітуда сили сухого тертя).

Детермінований розв'язок рівняння (1) складається із загального розв'язку відповідного однорідного рівняння (перший доданок) і частинного розв'язку неоднорідного (другий доданок):

$$q = \exp(-n \cdot t) \cdot \left[q_0 \cdot \left(\cos n_0 \cdot t + \frac{n}{n_0} \cdot \sin n_0 \cdot t \right) + \frac{\dot{q}_0}{n_0} \cdot \sin n_0 \cdot t \right] + \\ + \frac{1}{n_0 \cdot m_1 \cdot m_2} \cdot \int_0^t A(\tau) \cdot \exp\left[-n \cdot (t - \tau)\right] \cdot \sin n_0 \cdot (t - \tau)\, d\tau, \tag{2}$$

де q_0, $\dot{q}_0$ – початкові значення пружної деформації та її швидкості, а $n_0 = \sqrt{n_r^2 - n^2}$. Надалі використаємо такі позначення:

$$2 \cdot n = b \; ; \quad n_r^2 \equiv \Omega_0^2 \; ; \quad f(t) = \frac{A(t)}{m_1 \cdot m_2} . \tag{3}$$

Тоді рівняння (1) набуває вигляду:

$$\ddot{q} + b \cdot \dot{q} + \Omega_0^2 \cdot q = f(t) . \tag{4}$$

9. ***<u>Оптимізація режимів пуску механізмів ПТМ за критерієм мінімальної питомої потужності.</u>***

У режимах пуску права частина (4) набуває вигляду [14]:

$$f(t) = \frac{P(t) - W}{m_1} = \frac{P_0(t) \cdot \cos q(t) - W}{m_1} = \frac{P_0(t) \cdot \cos\left(\frac{e \cdot t^2}{2} + d \right) - W}{m_1} , \tag{5}$$

де $P_0(t)$ – амплітуда вимушеної сили; $n = \frac{dq}{dt}$ – частота зовнішньої сили, яка у найпростішому випадку є лінійною функцією:

$$n(t) = e \cdot t , \tag{6}$$

де e – швидкість зміни частоти $n(t)$; $e \cdot t^2 / 2$ – миттєва фаза коливань (у процесі пуску двигуна); d – початкова фаза (вказаних коливань).

Тоді рівняння (4) можна подати так:

$$\ddot{q} + b \cdot \dot{q} + \Omega_0^2 \cdot q = \frac{P_0(t) \cdot \cos\left(\frac{e \cdot t^2}{2} + d \right) - W}{m_1} . \tag{7}$$

Для зручності надалі дослідження проводитимемо з рівнянням (4), а не з його різновидом у формі (7).

Домножимо (4) зліва й справа на $\dot{q}$, тоді матимемо:

$$\ddot{q} \cdot \dot{q} = -b \cdot \dot{q}^2 - \Omega_0^2 \cdot q \cdot \dot{q} + f(t) \cdot \dot{q} . \tag{8}$$

Ліва частина (8) є, по суті, питомою потужністю, яка витрачається на деформацію пружного ланцюга (каната). Оскільки подібні енергетичні витрати невигідні, то рух системи повинен бути таким, щоб вказані витрати енергії/потужності були мінімальними протягом всього інтервалу часу, який триває пуск (t_n), тобто критерій якості руху системи має вигляд:

$$\int_0^{t_n} \left(\ddot{q} \cdot \dot{q} \right) \, dt \Rightarrow \min . \tag{9}$$

Враховуючи (8), критерій (9) можна подати так:

$$\int_0^{t_n} L(q, \dot{q}, t) \, dt \Rightarrow \min , \qquad \text{де} \qquad L(q, \dot{q}, t) = -b \cdot \dot{q}^2 - \Omega_0^2 \cdot q \cdot \dot{q} + f(t) \cdot \dot{q} . \tag{10}$$

Необхідна умова реалізація критерію (9), (10) – рівняння Ейлера–Пуассона:

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) = 0 , \tag{11}$$

яке набуває вигляду:

$$2 \cdot b \cdot \ddot{q} - \frac{df}{dt} = 0 . \tag{12}$$

Двічі інтегруючи (12) за початкових умов:

$$q\big|_{t=0} = q_0\,; \qquad \dot{q}\big|_{t=0} = \dot{q}_0 \equiv \mathrm{v}_0\,, \tag{13}$$

маємо:

$$\dot{q}(t) = \frac{f(t)}{2\cdot b} - \frac{f(0)}{2\cdot b} + \mathrm{v}_0\,; \tag{14}$$

$$q(t) = \frac{1}{2\cdot b}\cdot\int_0^t f(t)\,dt + \mathrm{v}_0\cdot t - \frac{f(0)}{2\cdot b}\cdot t + q_0\,, \tag{15}$$

де $f(0) = f(t)\big|_{t=0}$.

Для прискорення n-го порядку ($n \geq 2$) маємо:

$$q^{(n)}(t) = \frac{1}{2\cdot b}\cdot\frac{d^{n-1}\left[f(t)\right]}{dt^{n-1}}, \qquad n = 2,3,4,\dots . \tag{16}$$

Зазначимо, що із урахуванням (5) вираз $f(0)$ набуває вигляду:

$$f(0) = \frac{P_0(0)\cdot\cos d - W}{m_1}. \tag{17}$$

Тоді для $q(t)$ можна записати:

$$\begin{aligned} q(t) &= q_0 + \mathrm{v}_0\cdot t - \frac{\left[P_0(0)\cdot\cos d - W\right]}{2\cdot b\cdot m_1}\cdot t + \frac{1}{2\cdot b\cdot m_1}\cdot\int_0^t\left[P_0(t)\cdot\cos\left(\frac{e\cdot t^2}{2} + d\right) - W\right]dt = \\ &= q_0 + \mathrm{v}_0\cdot t - \frac{P_0(0)\cdot\cos d\cdot t}{2\cdot b\cdot m_1} + \frac{1}{2\cdot b\cdot m_1}\cdot\int_0^t\left[P_0(t)\cdot\cos\left(\frac{e\cdot t^2}{2} + d\right)\right]dt. \end{aligned} \tag{18}$$

А. Розглянемо випадок, коли $P_0(t) = \overline{P_0} = const$, $P_0(0) \equiv \overline{P_0}$.

Тоді (18) можна подати у вигляді:

$$q(t) = q_0 + \mathrm{v}_0\cdot t - \frac{\overline{P_0}\cdot\cos d\cdot t}{2\cdot b\cdot m_1} + \frac{1\cdot\overline{P_0}}{2\cdot b\cdot m_1}\cdot\int_0^t\left[\cos\left(\frac{e\cdot t^2}{2} + d\right)\right]dt\ . \tag{19}$$

Інтеграл у (19) можна подати інакше, використовуючи формули Ейлера:

$$\mathrm{I} = \int_0^t\left\{\frac{1}{2}\cdot\exp(i\cdot d)\cdot\exp\left(\frac{i\cdot e\cdot t^2}{2}\right) + \frac{1}{2}\cdot\exp(-i\cdot d)\cdot\exp\left(-\frac{i\cdot e\cdot t^2}{2}\right)\right\}dt\ ; \qquad i^2 = -1. \tag{20}$$

Виносимо за знак інтеграла (20) коефіцієнти, що не залежать від t :

$$\mathrm{I} = \frac{1}{2}\cdot\exp(i\cdot d)\cdot\int_0^t\exp\left(\frac{i\cdot e\cdot t^2}{2}\right)dt + \frac{1}{2}\cdot\exp(-i\cdot d)\cdot\int_0^t\exp\left(-\frac{i\cdot e\cdot t^2}{2}\right)dt\ . \tag{21}$$

Введемо функцію, яка має назву інтеграла ймовірностей від комплексного аргументу z [15]:

$$\Omega(z) = \exp\left(-z^2\right)\cdot\left(1 + \frac{2\cdot i}{\sqrt{p}}\cdot\int_0^z\exp\left(\bar{z}^2\right)d\bar{z}\right). \tag{22}$$

Заміна змінних у першому інтегралі (21) на: $\mathrm{u} = \frac{(i+1)\cdot\sqrt{e}\cdot t}{2}$, а у другому – на: $\mathrm{v} = \frac{(i-1)\cdot\sqrt{e}\cdot t}{2}$ приводить до такого:

$$\begin{aligned} &\int_0^t\exp\left(\frac{i\cdot e\cdot t^2}{2}\right)dt = \left[\int_0^{z_1}\exp\left(\mathrm{u}^2\right)d\mathrm{u}\right]\cdot\frac{(-i+1)}{\sqrt{e}}, \qquad z_1 = \frac{(i+1)\cdot\sqrt{e}\cdot t}{2}; \\ &\int_0^t\exp\left(-\frac{i\cdot e\cdot t^2}{2}\right)dt = \left[\int_0^{z_2}\exp\left(\mathrm{v}^2\right)d\mathrm{v}\right]\cdot\frac{(-i-1)}{\sqrt{e}}, \qquad z_2 = \frac{(i-1)\cdot\sqrt{e}\cdot t}{2}. \end{aligned} \tag{23}$$

Тоді (21) можна подати так:

$$\mathrm{I}=\frac{1}{2}\cdot\exp\left(i\cdot d\right)\cdot\frac{\left(-i-1\right)\cdot\sqrt{p}}{4\cdot\sqrt{e}}\cdot\left[\Omega\left(z_1\right)\cdot\exp\left(z_1^2\right)-1\right]+\frac{1}{2}\cdot\exp\left(-i\cdot d\right)\cdot\frac{\left(i-1\right)\cdot\sqrt{p}}{4\cdot\sqrt{e}}\cdot\left[\Omega\left(z_2\right)\cdot\exp\left(z_2^2\right)-1\right] \quad (24)$$

Остаточно для $q(t)$ маємо:

$$q\left(t\right)=q_0+\mathrm{v}_0\cdot t-\frac{\overline{P_0}\cdot\cos d\cdot t}{2\cdot b\cdot m_1}+\frac{\overline{P_0}}{2\cdot b\cdot m_1}\cdot\mathrm{I}\,, \quad (25)$$

де

$$\mathrm{I}=\frac{\left(-i-1\right)\cdot\sqrt{p}}{8\cdot\sqrt{e}}\cdot\exp\left(i\cdot d\right)\cdot\left[\Omega\left(z_1\right)\cdot\exp\left(z_1^2\right)-1\right]+\frac{\left(i-1\right)\cdot\sqrt{p}}{8\cdot\sqrt{e}}\cdot\exp\left(-i\cdot d\right)\cdot\left[\Omega\left(z_2\right)\cdot\exp\left(z_2^2\right)-1\right]. \quad (26)$$

Величини z_1 та z_2 визначено у (23).

Б. Розглянемо випадок, коли амплітуда $P_0(t)$ залежить від часу t як за дії відцентрової сили, викликаної неврівноваженою масою.

Якщо знехтувати тангенціальною складовою сили інерції неврівноваженої маси, що обертається, тоді амплітуду вимушеної сили можна подати виразом:

$$P_0\left(t\right)=q\cdot e^2\cdot t^2\,, \quad (27)$$

де q – коефіцієнт пропорціональності.

Очевидно, що:

$$q=\frac{P_0\cdot\left(k/e\right)}{k^2} \qquad \text{при} \qquad e\cdot t=k\,, \quad (28)$$

тобто q є статичним відхиленням системи від положення рівноваги під дією сили $P_0=q\cdot k^2$, яка відповідає резонансу ($P_0\cdot\left(\frac{k}{e}\right)\equiv P_0$).

Використовуючи (18), можна подати аналітично залежність $q(t)$. Для цього необхідно лише знайти аналітично інтеграл, який входить у вказане співвідношення:

$$\begin{aligned}&\int_0^t q\cdot e^2\cdot t^2\cdot\cos\left(\frac{e\cdot t^2}{2}+d\right)dt=q\cdot e\cdot\left[t\cdot\sin\left(\frac{e\cdot t^2}{2}+d\right)\right]-\\&-\frac{q\cdot e}{2\cdot i}\cdot\int_0^t\left\{\exp\left[i\cdot\frac{e\cdot t^2}{2}+i\cdot d\right]-\exp\left[-i\cdot\frac{e\cdot t^2}{2}-i\cdot d\right]\right\}dt=q\cdot e\cdot\left[t\cdot\sin\left(\frac{e\cdot t^2}{2}+d\right)\right]-\frac{q\cdot e}{i}\cdot\mathrm{I}.\end{aligned} \quad (29)$$

Тоді, враховуючи (26), у цьому випадку для $q(t)$ матимемо:

$$q\left(t\right)=q_0+\mathrm{v}_0\cdot t-\frac{P_0\left(0\right)\cdot\cos d\cdot t}{2\cdot b\cdot m_1}+\frac{1}{2\cdot b\cdot m_1}\cdot\left\{q\cdot e\cdot t\cdot\sin\left(\frac{e\cdot t^2}{2}+d\right)-\frac{q\cdot e}{i}\cdot\mathrm{I}\right\}. \quad (30)$$

Оскільки $P_0\left(0\right)\equiv 0$ в такому разі, тоді остаточно матимемо:

$$q\left(t\right)=q_0+\mathrm{v}_0\cdot t+\frac{1}{2\cdot b\cdot m_1}\cdot\left\{q\cdot e\cdot t\cdot\sin\left(\frac{e\cdot t^2}{2}+d\right)-\frac{q\cdot e}{i}\cdot\mathrm{I}\right\}. \quad (31)$$

Висновки

1. Використовуючи узагальнену модель розрахунку навантажень механізмів вантажопідйомних машин В.І. Брауде – М.С. Тер-Мхітарова, вдається обґрунтувати динамічну оптимізацію режимів їх пуску за критерієм мінімальної питомої потужності для різних законів

зміни у часі амплітуди й частоти вимушеної сили. Всі результати отримано аналітично з використанням інтегралів ймовірностей від комплексного аргументу.

2. Отримані у роботі результати можна надалі використати для уточнення й вдосконалення відомих інженерних методів розрахунку подібних машин та систем як на стадії проектування/конструювання, так і у режимах їх реальної експлуатації.

1. Лобов Н.А. Динамика грузоподъёмных кранов / Н.А. Лобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 160 с. 2. Брауде В.И. Системные методы расчёта грузоподъёмных машин / В.И. Брауде, М.С. Тер-Мхитаров. – Л.: Машиностроение. Ленигр. отд-ние, 1985. – 181 с. 3. Волков Д.П. Динамика и прочность одноковшовых экскаваторов / Д.П. Волков. – М.: Машиностроение, 1965. – 463 с. 4. Гохберг М.М. Металлические конструкции подъёмно-транспортных машин / М.М. Гохберг. – Л.: Машиностроение, 1976. – 450 с. 5. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний / В.Л. Бидерман. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с. 6. Брауде В.И. Вероятностные методы расчёта грузоподъёмных машин / В.И. Брауде. – Л.: Машиностроение, 1978. – 229 с. 7. Брауде В.И. Надёжность портальных и плавучих кранов / В.И. Брауде. – Л.: Машиностроение, 1967. – 154 с. 8. Артемьев П.П. Грузоподъёмные машины на речном транспорте / А.А. Артемьев, В.И. Брауде, Н.П. Гагарин. – М.: Транспорт, 1981. – 245 с. 9. Волков К.А. Имитационное моделирование эксплуатационных нагрузок в механизме изменения вылета уравновешенных стрел портовых портальных кранов / К.А. Волков // В кн.: Портовая перегрузочная техника. – Л.: ЛИВТ, 1980. – С. 12-23. 10. Звягинцев Н.В. Эксплуатационные нагрузки стреловых конструкций грейферных портальных кранов: автореф. дис. … канд. техн. наук / Н.В. Звягинцев. – Л.: ЛИВТ, 1971. – 23 с. 11. Иванов Г.И. Исследование нагрузок причальных контейнерных перегружателей и разработка путей повышения их надёжности: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Г.И. Иванов. – Л.: ЛПИ, 1982. – 16 с. 12. Казак С.А. Расчёты динамических процессов в крановых и экскаваторных механизмах / С.А. Казак. – Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 355. – 78. – М., 1979. – 208 с. 13. Андрианов Е.Н. Определение вероятностных характеристик нагружения грейферного механизма подъёма методами статистической динамики / Е.Н. Андрианов // В кн.: Сборник трудов молодых научных работников ЛИВТ. – Л.: ЛИВТ, 1974. – С. 92–101. 14. Голоскоков Е.Г. Нестационарные колебания механических систем / Е.Г. Голоскоков, А.П. Филиппов. – К.: Наукова думка, 1966. – 336 с. 15. Фаддеева В.Н. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента / В.Н. Фаддеева, Н.М. Терентьев. – М.: Гостехиздат, 1954. – 400 с.