

ІТЕРАЦІЙНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ПОТОКУ НА ГРЕБЕНІ ВОДОЗЛИВУ

© Поплавський Д.М., 2013

Наведено ітераційний метод розрахунку параметрів потоку (глибина, розподіл швидкості, епюри тиску та профіль вільної поверхні) на гребені водозливної греблі. Наведений метод ґрунтується на розширеному рівнянні Бернуллі. Подано зіставлення отриманих результатів з даними інших дослідників.

Ключові слова: ітераційний метод, критичний потік, гребінь водозливу, епюра тиску, профіль вільної поверхні.

This paper is presented the iteration method of flow parameters calculation (depth, velocity and pressure distributions, free surface profile) on the crest of the spillway. The method is based on the extended Bernoulli equation. Comparison of the results with the data obtained by other researchers are supplied.

Key words: iteration method, critical flow, crest of the spillway, pressure distribution free surface profile.

Вступ

У практиці гідротехнічного та гідроенергетичного будівництва доволі часто використовують водозливні греблі, розрахунки яких здійснюють за спеціальними методами. У межах оголовка цих водозливів потік переходить зі спокійного стану у бурхливий, тобто знаходиться у білякритичному стані. Одна з найстаріших проблем критичного потоку у гідравліці відкритого русла – це значний вплив (тобто поверхні водозливу) русла, що викликає критичний потік на гребені водозливу. Хоча класична гідравлічна теорія для паралельного потоку показує корисність критичного потоку, що веде до напірно-витратних залежностей над водозливом, але на практиці довести це неможливо [1, 2].

Розглядаючи потенціальний плоский потік над водозливом практичного профілю з круговим обрисом оголовка (рис. 1), О. Кастро-Оргаз, Х. Жіральдес та Х. Айюзо [3] запропонували таке розширене рівняння Бернуллі:

$$H^* = z + h + \frac{q^2}{2gh^2} \exp\left(\frac{2hh'' - h'^2}{3} + hz'' - h'z' - z'^2\right). \quad (1)$$

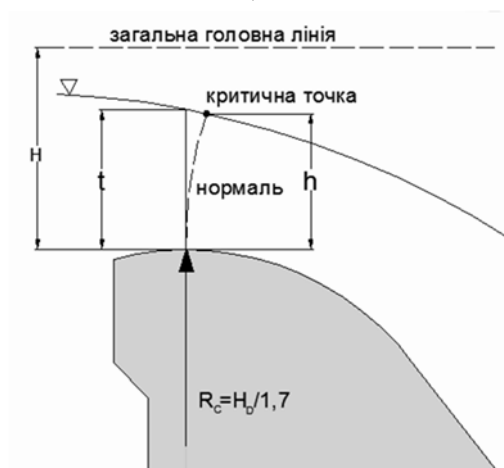


Рис. 1. Критичний потік на гребені водозливу

У запропонованій моделі критичний крок – це оцінка членів рівняння, які пов’язані з кривизною і ухилом струмин, що впливає з умови $F=1$. Головною перевагою одновимірного принципу критичного потоку – це те, що унікальні залежності напорів та витрати, отримані без посилання до складнішого двовимірного обчислення. Якщо необхідний двовимірний обчислення для оцінки одновимірних корекційних коефіцієнтів, то простота одновимірного методу явно втрачається. Як альтернативні можна використовувати експериментальні дані. Наприклад, Монтес [4] чисельно розбив профілі експериментальної вільної поверхні, що були відмічені Блау [5] у параболічних водозливах, для вивчення критичного потоку з модельного критичного потоку нижчого порядку, на зразок моделі Хагера.

Розрахунок глибини критичного потоку

За допомогою моделі типу Букінеска [6] розрахуємо глибину критичного потоку. Заради простоти розрахунку приймемо, що третя похідна підйому дна зникає, тобто $z''' = 0$. Алгоритм розрахунків має такий вигляд:

a. Приймаються вихідні дані для такого розрахунку:

- прийняти значення для відношення h/H , де h – глибина потоку, визначена, як вертикальна проекція нормалі; H – фактичний напір енергії;

- задається значення відношення між фактичним напором над водозливом (H) і розрахунковим напором H_0 : $\chi = \frac{H}{H_0}$;

- задається значення параметра в теорії Фавера: $k = 1$.

b. Вираховується значення

$$hz'' = -\frac{h}{R_C}, \quad (2)$$

де z'' – друга похідна z по відношенню до відстані x ; R_C – радіус кривизни на гребені водозливної греблі, вираховується за залежністю.

Примітка: знак мінус потрібен у розглядуваному випадку водозливної греблі.

c. Розраховується значення h' (перша похідна глибини потоку h по відношенню до відстані x , що характеризує нахил профілю водозливної греблі) і hh'' (h'' – друга похідна глибини потоку h по відношенню до відстані x , що характеризує кривизну потоку) за такими залежностями:

$$h' = -\frac{2^{1/2}}{3} \left(\frac{H}{R_C} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{236}{729} \frac{H}{R_C} \right); \quad (3)$$

$$hh'' = \frac{4}{9} \cdot \frac{h}{R_C} \left(1 + \frac{4783}{16038} \cdot \frac{H}{R_C} \right). \quad (4)$$

d. Приблизно вираховується початкове значення для $\left(\frac{q^2}{gh^3} \right)^{-1}$, де q – питома витрата над гребнем водозливу, що знаходиться за залежністю:

$$q = C_d g^{1/2} H^{3/2}, \quad (5)$$

де C_d – коефіцієнт витрати водозливу, попередньо розраховуємо за однією із формул:

$$C_d = \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} \left(1 + \frac{4}{9} \chi \right). \quad (6)$$

е. Розраховується корекційний коефіцієнт числа Фруда, який викликаний нахилом і кривизною струмин (μ):

$$\mu = \left[1 - \frac{h^2 h''}{(k+1)h'} - \frac{(k-1)hh''}{(k+2)(k+1)} - \frac{(k-1)hz''}{2(k+1)} \right] \cdot \lambda, \quad (7)$$

де λ – коефіцієнт, що залежить від кривизни струмини і ефектів нахилу:

$$\lambda = \exp\left(\frac{2hh''}{k+2} - \frac{h'^2}{2k+1} + hz''\right). \quad (8)$$

ф. Визначаємо нове значення відношення h/H та знаходимо похибку між прийнятим і розрахунковим значеннями:

$$\frac{H}{h} = 1 + \frac{\lambda}{2\mu} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\lambda}{2\mu}\right)}. \quad (9)$$

Прирівнюється похибка до допустимого значення $\Delta \geq 1\%$, якщо похибка більша за допустиме значення, то необхідно виконати таке наближення, яке необхідно розпочати з прийняття розрахункового значення h/H за вихідне. Коли в результаті розрахунків виконується умова $\Delta \leq 1\%$, проводимо подальший розрахунок за зміни χ .

Розрахунок розподілу швидкості у критичному перерізі

Запропонована вище математична модель уможливило знайти, залежно від напору h , значення швидкості у будь-якій точці, що лежить на критичному перерізі.

Запишемо розрахункову залежність для визначення швидкості:

$$V = V_s \exp\left(-hz''(1-\eta) - hh'' \frac{1-\eta^{k+1}}{k+1}\right), \quad (10)$$

де V_s – швидкість лінії потоку на вільній поверхні, яку знаходимо так:

$$V_s = \frac{Q}{h_{кр}}, \quad (11)$$

де Q – витрата на гребені водозливу, прийmemo, що витрата проходить через одиничну ширину водозливу, тоді $B = 1 \Rightarrow Q = q$; $h_{кр}$ – критична максимальна глибина на гребені водозливу $h_{кр} = h$;

η – безрозмірна вертикальна координата, що дорівнює відношенню y'/h ; y' – вертикальна відстань, що напрямлена вгору від дна водозливу.

Для наочності розрахунків на рис. 2 зображено епюру розподілу швидкості у критичному перерізі.

З рис. 2 бачимо, що швидкість збільшується зі зменшенням відстані до дна водозливу, це підтверджують і теоретичні дані. Провівши багато розрахунків (для різних вихідних даних), було встановлено, що розподіл швидкості має таку саму природу, яку показано на рис. 2. Отже, запропоноване рівняння (9) є прийнятним для розрахунку розподілу швидкості на гребені водозливу.

Розрахунок епюри тиску на гребені водозливу

Для визначення розподілу тиску в білякритичному потоці використаємо таке рівняння:

$$\frac{P}{\gamma} = H - y - (H - h) \cdot \exp\left(-2hz''(1-\eta) - 2hh'' \frac{1-\eta^{k+1}}{k+1}\right), \quad (12)$$

де $\frac{P}{\gamma}$ – гідростатичний тиск.

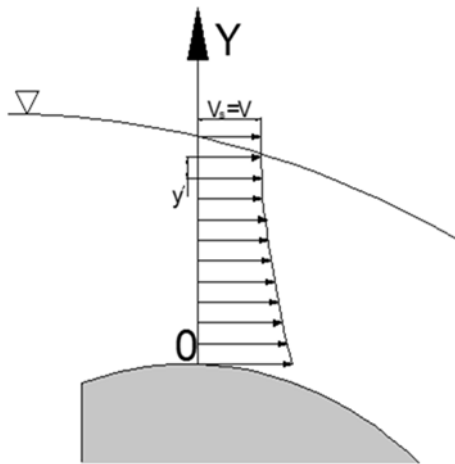


Рис. 2. Розподіл швидкості на гребені водозливу

Провівши багато математичних розрахунків, було встановлено, що існують три форми епюру тиску на гребені водозливу, вигляд яких залежить від відношення між фактичним напором над водозливом H та розрахунковим напором H_d , тобто від величини χ , і вирізняються тиском на дні водозливу. Зобразимо на рис. 3 форми епюру тиску на гребені.

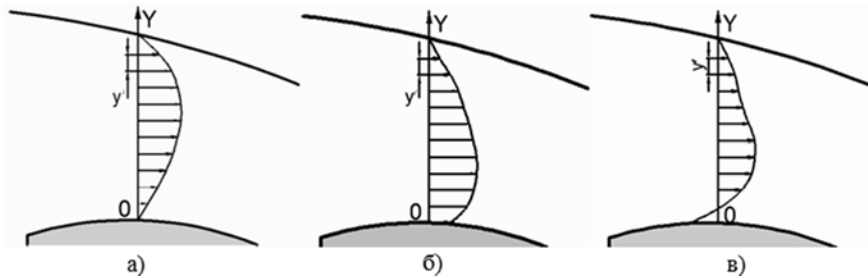


Рис. 3. Епюри тиску на гребені водозливу для випадків, коли тиск на дні дорівнює нулю (а), коли тиск на дні більший від нуля (б), коли тиск на дні менший від нуля (в)

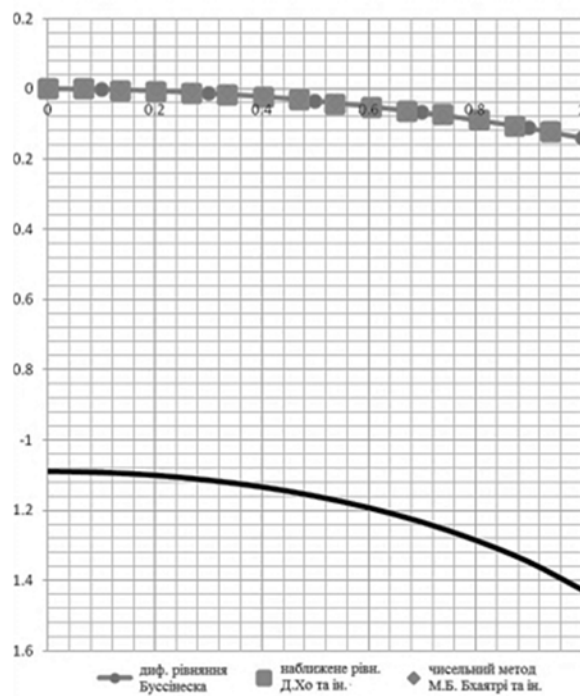


Рис. 4. Крива вільної поверхні

Ці епюри справедливі для водозливів, оскільки їх існування було доведено теоретично [7].

Побудова профілю вільної поверхні

Для розрахунку кривої вільної поверхні використаємо рівняння

$$h = \frac{1}{R_c + H - b_{B_i}}. \quad (13)$$

Рівняння (13) – є рівняння для знаходження вертикальної глибини у перерізах потоку, що розташовані на круглому гребені водозливу. Також необхідно взяти до уваги, що розраховане значення виражене у частках від фактичного напору енергії H .

Згідно з [8], обрис профілю з круглим обрисом має форму, показану на рис. 4.

Висновки:

1. Порівняння отриманих теоретичних результатів із даними інших дослідників показують, що наведений розрахунковий алгоритм є правильним.
2. Використаний метод ітерацій розрахунків розширеного рівняння Бернуллі у диференціальній формі дає надійні результати.
3. Показана методика розрахунку дає змогу визначити параметри біякритичних течій (обриси кривої вільної поверхні, розподіл тисків та швидкостей) на гребені водозливу практичного профілю із заданою конфігурацією.

1. Рябенко О.А. Математична модель хвилеподібних біякритичних течій рідини з урахуванням можливого викривлення потоку у вертикальній площині в їх початковому перерізі // Прикладна гідромеханіка. – 2006. – Т. 8 (80). – С. 60–72. 2. Рябенко О.А. Форми вільної поверхні та умови існування гідродинамічного солітону, самотньої, одиночної та кноїдальної хвиль // Прикладна гідромеханіка. – 2007. – Т. 9 (81). – С. 66–81. 3. O. Castro-Ordaz, J.V. Giraldez and J.L. Ayuso. Critical flow over spillway profiles // Water Management. – 2008. – 161. – С. 89–95. 4. Montes J.S. Potential flow analysis of flow over a curved broad-crested weir. Proceedings of the 11th Australasian Fluid Mechanics Conference. – 1992. – 2. – С. 1293–1296. 5. Blau E. Der Abfluss und die hydraulische Energieverteilung über einer parabelformigem Wehrschwelle. Mitteilungen der Forschungsanstalt für Schifffahrt, Wasser und Grundbau. Schriftenreihe Wasser und Grundbau. – Berlin, 1963. – Vol. 7. – Pp. 5–72. 6. Boussinesq J. Essai sur la theorie des eaux courantes. Memoires Presentes par Divers Savants d l'Academie des Sciences. – Paris, 1877. – 23, No 1. – 1–608. 7. Гідротехнічні споруди / за ред. А.Ф. Дмитрієва. – К.: Вид-во РДТУ, 1999. – 328 с. 8. Справочник по гидравлическим расчётам. – 4-е изд., перераб. и доп. / под ред. П.Г. Киселева. – М.: Энергия, 1972. – 312 с.