УДК 621.22:532.537

В.С. Тимощук
Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне,
кафедра гідроенергетики, теплоенергетики та гідравлічних машин

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ХВИЛЬ ПЕРЕМІЩЕННЯ ПІД ЧАС ПРОЕКТУВАННЯ ТА БУДІВНИЦТВА ОГОРОДЖУВАЛЬНИХ ДАМБ ВЕРХНЬОЇ ВОДОЙМИ ГАЕС

© Тимощук В.С., 2013

Розглянуто деякі методики розрахунку хвиль переміщення та порівняно результати з натурними дослідженнями. Обґрунтована доцільність розрахунків під час проектування та будівництва ГАЕС.

Ключові слова: вільна поверхня рідини, гідроакумулювальна електростанція (ГАЕС), неусталені режими руху рідини, поле швидкостей, хвилі переміщення.

This article considered some methods of calculating of the wave movement and the results compared with field research. The expediency of calculations for the design and construction of the PSP.

Keywords: area velocity, free water surface, pumped storage plant (PSP), unstable conditions flow, waves movement.

Вступ

Верхні водойми гідроакумулюючих електростанцій мають два характерні режими роботи: насосний (наповнення верхньої водойми у період провалу графіка навантаження енергосистеми) та турбінний (спрацювання водойми у період піків навантаження). Специфічною особливістю роботи водойм ГАЕС порівняно з водосховищами ГЕС є напруженіший режим використання внаслідок регулярної періодичної зміни основних гідрофізичних полів (рівень поверхні та швидкість течії) за зміни режимів роботи. Тому, як на етапі проектування об'єкта, так і на етапах його будівництва та експлуатації, дуже важливим є розуміння динаміки процесів, що відбуваються у водоймі, особливо їх критичних режимів з можливими катастрофічними наслідками: переповнення водойми, перелив води через огороджувальні дамби внаслідок хвильових процесів, розмив дна тощо.

Основним завданням комп'ютерного моделювання є визначення відміток вільної поверхні та поля швидкостей. Визначення вказаних полів виконується у ході сценаріїв розрахунків, що ілюструють різні режими роботи ГАЕС з врахуванням варіювання основних параметрів енергетичних установок, а також зміна геометрії водойми, пов'язана з вибором під час проектування оптимальних форм огороджувальних конструкції та рельєфу дна [1].

Методики чисельних розрахунків

Проблемою розрахунків кривих вільної поверхні займалися: Р.Р. Чугаєв, В.Б. Барахнин, В.Х. Давлетшин, Р.В. Хом'як, В.В. Беликов [2–6] та інші, які створили деякі методики розрахунків, використовуючи результати модельних досліджень, та намагалися у певному наближенні чисельно розв'язати рівняння Сен-Венана.

Мета роботи – представити методики для розрахунку кривих вільної поверхні потоку, зокрема хвиль переміщення, у верхніх водоймах ГАЕС, які використовуються як на етапі проектування огороджувальних дамб, так і під час їх будівництва.

Більшість процесів протікання рідини з вільною поверхнею можна описати на основі рівняння Бернуллі, до яких можна зарахувати: витікання рідини з отворів і насадок, рівномірний рух рідини з вільною поверхнею та безнапірними трубопроводами, протікання через водозливи різноманітної форми тощо. Розглядаючи складніші процеси руху рідини, такі як неусталений рух, використовують складніші рівняння та системи рівнянь.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Найзагальніша математична модель має в основі систему рівнянь Нав'є-Стокса, але її використання має складнощі, зокрема: по-перше, потрібно мати дуже багато вихідних даних, які у явному вигляді важко описати, особливо граничні умови, та врахувати усі сили взаємодії; по-друге, складність реалізації розрахунку, оскільки інші математичні моделі з однаковим порядком точності можна розв'язати з меншою затратою часу та зусиль [7, 8].

Вивчаючи процеси руху рідини у відкритих водоймах, зазвичай використовують маремативні моделі теорії «мілкої води», у випадках, коли виконується умова про те, що глибина водойми мала порівняно з параметром довжини досліджуваної ділянки та ширини русла. Згадані моделі мають в своїй основі рівняння нерозривності потоку, що відповідає рівнянню руху рідини, закону збереження мас. Додатково можуть містити рівняння, які враховуватимуть ефект тертя, зміну конфігурації ширини, додаткові дані про водозабори або притоки рідини з інших джерел тощо.

Методики чисельних розрахунків обрисів вільної поверхні потоку ґрунтуються на виконанні одновимірних та двовимірних рівнянь Сен-Венана, тривимірних рівнянь Рейнольдса в гідростатичному наближенні. Під час розв'язання задачі використовуються також оригінальні числові алгоритми, адаптаційні три- та чотирикутні сітки, а також гібридне моделювання. Розглядувана задача є дуже складною, оскільки потрібно враховувати параметри працюючих агрегатів, глибину і конфігурацію конкретної водойми, велику кількість інших чинників і поправкових коефіцієнтів.

Вибір математичної моделі для описання цього фізичного явища потребує попереднього його аналізу з виявленням пріоритетних параметрів. Співвідношення планових розмірів верхньої водойми Дністровської ГАЕС дає можливість вивчати гідрофізичні процеси у ньому у термінах теорії неглибокої води. Загальне рівняння має такий вигляд [2, 5, 6]:

$$\begin{cases} u_t + uu_x + vu_y + g\eta_x = f_1, \\ v_t + uv_x + vv_y + g\eta_y = f_2, , \\ \eta_t + (uh)_x + (vh)_{yx} = f_3, \end{cases} \quad (1)$$

де u,v– компоненти горизонтальної швидкості; h=H+η – повна глибина; H – глибина незбуреного шару рідини; η – зміщення вільної поверхні; g – прискорення вільного падіння; f_i – значення, що описують дію зовнішніх чинників.

Важливим параметром розрахунків є час процесу, який задається тривалістю наповнення та спрацювання водойми. Використовуючи математичні моделі, що ґрунтуються на вирішенні рівняння Сен-Венана, потрібно враховувати, що цей процес повинен бути швидкозмінним, тобто час повинен становити не більше однієї доби. Для моделювання повільно-змінних процесів, таких як повені, отримані дані міститимуть доволі великі похибки та малу достовірність отриманих даних. Також важливо враховувати геометрію огороджувальної дамби та динаміку зміни вільної поверхні. На попередньому етапі розрахунки можна проводити за одновимірною моделлю Сен-Венана, яка має вищий ступінь ієрархії наближених гідравлічних моделей і уможливлює в одновимірній постановці враховувати ефекти зміни ширини русла.

Одновимірна модель для розрахунків хвиль переміщення на основі рівняння Сен-Венана

Умови, що накладаються на модель:

- поперечні складові швидкості малі порівняно з поздовжніми, відцентровий ефект, що створюється кривизною водосховища, не враховується;
- малий похил дна;
- сили опору, що вводяться у рівняння, є в тому самому вигляді, як і для рівномірного руху; вважається, що сумарний вплив сил тертя і турбулентності можна врахувати у вигляді деякої сили опору.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

За таких умов рівняння Сен-Венана набуде вигляду [2–7]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\alpha \dfrac{Q^2}{A}\right) + gA\dfrac{\partial \eta}{\partial x} + g\dfrac{Q|Q|}{C^2 AR} - vq\cos\varphi = 0, \\ \dfrac{\partial A}{\partial t} + \dfrac{\partial Q}{\partial x} = q, \end{cases} \tag{2}$$

де $A = \int_B h'dy$ – площа поперечного перерізу; $Q = \int_B h'\bar{u}dy = A\bar{u}$ – витрата; B – ширина живого перерізу русла; $\alpha = \dfrac{A}{Q^2}\int_A u^2 dA$ – коефіцієнт розподілу швидкості (коефіцієнт Буссінеска); C – коефіцієнт Шезі.

Для розв'язання цього рівняння використовуються схеми предиктор-коректор Годунова з автоматично налаштованою апроксимацією [9], схеми Мак-Кормака [10], кінцево-різнецеві схеми [11] тощо.

Під час розрахунку цих схем можна використовувати як рівномірні прямокутні сітки, так і нелінійні криволінійні сітки з ущільненням розрахунків у точках зі швидкими змінами гідравлічних процесів, що дасть змогу отримати точнішу картину явища.

Граничні умови.

Верхньою межею сітки переважно влаштовується водоприймач із наданням витрати та початкової глибини, оскільки рух рідини має докритичний характер. У цій диференціальній задачі задання витрати є достатньою умовою, необхідною для проведення розрахунку, усі інші значення визначаються шляхом числового інтегрування характеристики, яка ілюструє зміну витрати і глибини в часі із врахуванням впливу області розрахунку на межу.

Під час розрахунку одновимірного руху потоку у зоні водоприймача та аванкамери, де межа є вертикальною стінкою, ставиться умова непротікання $u\big|_{x=L} = 0$, та за диференціювання – $\eta_x\big|_{x=L} = 0$. На межі дамби ставиться умова похилого берега і приймається, що потік рухається вздовж дамби за законом $u\big|_{x=L(t)} = \dfrac{\partial x}{\partial t}$.

Для розрахунку задачу розглядали в умовах протікання води у водосховищі Дністровської ГАЕС у турбінному та насосному режимах. Розрахунки проводилися з використанням одновимірної нелінійної моделі неглибокої води та рівняння Сен-Венана. Початковий рівень води h_0 у насосному режимі відповідав рівню мертвого об'єму (РМО), а в турбінному – нормальному підпірному рівню (НПР). Граничною умовою задання вихідних даних була питома витрата.

Розрахунки на моделі теорії неглибокої води та моделі Сен-Венана мають близьке описання якості процесу, що ілюструє виникнення хвиль переміщення, зумовлених гідравлічними режимами пуску станції та поширення хвилі по водоймі, взаємодію хвилі з огороджувальною дамбою та поширення зворотної хвилі під час досягнення кінця водойми. Модель в основі рівняння Сен-Венана дає змогу краще врахувати неоднорідність ширини водойми по довжині, тобто має більшу точність кількісних характеристик руху хвиль переміщення.

Використання одновимірних моделей має доволі багато недоліків:

- не враховують розтікання рідини по усій області водойми;
- неможливо врахувати просторове розміщення окремих агрегатів під час роботи, тобто врахувати окремі точки збурення потоку, оскільки станція може працювати без увімкнених в роботу усіх одночасно агрегатів, а під час роботи одного агрегата збурений потік буде тільки в одній частині водоприймача та аванкамери, врахування витікання рідини в окремій частині, а не по усій ширині русла;
- не включають в розрахунок сили опору рідини під час руху, а тільки враховують шорсткість русла;
- вимагають порівняльні характеристики для розрахунку;
- використовують лінійну інтерполяцію для згладження даних.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Отримувані результати за одновимірного розрахунку найкраще використовувати для розв'язання задач, де потрібні наближені значення та існує певний аналог з натурними даними спостережень. Перевагою цього є можливість отримання результатів без складних розрахунків та зі швидкодією алгоритму.

Розрахунки за одновимірною моделлю Сен-Венана були виконані у програмі HEC-RAS для Дністровської ГАЕС під час роботи першого агрегата. HES-RAS – це вбудована система програмного забезпечення, розроблена для діалогового використання у багатоплановій сфері [11]. Система складається з трьох одновимірних гідравлічних компонентів аналізу для моделювання усталених водних поверхонь потоку, неусталеного потоку рідини, руху твердих частинок в потоці та розрахунків розмиву. Усі ці компоненти використовують загальне подання даних в усіх гідравлічних та геометричних програмах моделювання. В основу розрахунку покладений розв'язок рівняння Сен-Венана, де енергетичні втрати оцінюються тертям (рівняння Маннінга) та стисненням потоку. Можливі розрахунки ситуацій, де водний потік і його поверхня є швидкозмінними.

Отриманий графік ілюструє утворення хвилі переміщення по водоймі в області водоприймача залежно від витрати (рис. 1).

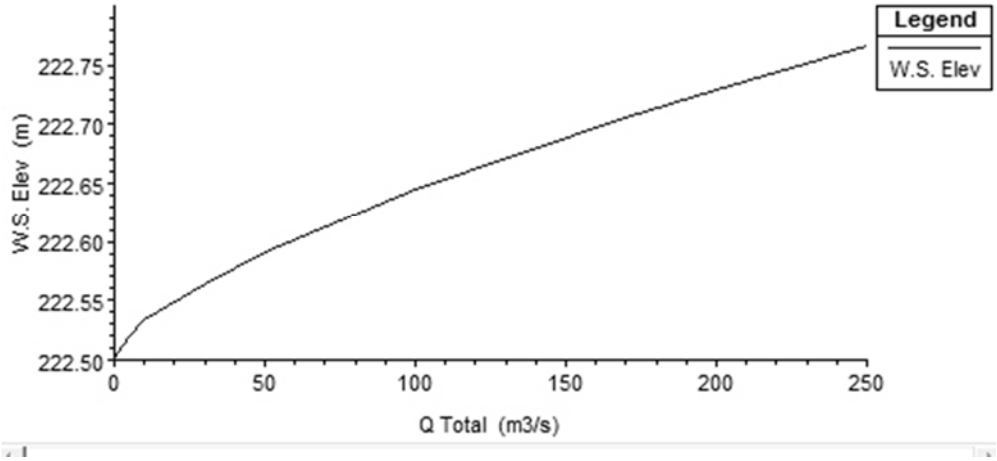

Рис. 1. Залежність висоти перевищення хвилі над рівнем НПР залежно від витрати

З графіка рис. 1 зрозуміло, що за рівня НПР 222.500 м і витрати в насосному режимі одного агрегата в 250 м^3/с висота хвиль становитиме близько 27 см.

У повнішій постановці задачу можна розглядати у тривимірному вигляді потенціального руху ідеальної рідини з вільною поверхнею, яка у довільній системі координат зводиться до визначення потенціалу швидкості і функції, що описує вільну поверхню.

Для розрахунків складних швидкозмінних процесів, таких як хвилі переміщення, що утворюються за гідравлічних режимів роботи ГАЕС, доцільно використовувати двовимірні моделі. Врахування змінності ширини водойми по довжині, задання збурення потоку у певному місці, визначення поля швидкостей та глибин у певних точках вимагає проводити розрахунки у двовимірній постановці задачі. Тут можна буде детальніше врахувати несиметричність огороджувальної дамби та ширину русла для явного визначення зон водоворотів, прямоточних течій, застійних ділянок. За двовимірної постановки результати матимуть більшу якість порівняно з одновимірною моделлю, оскільки буде врахована більша кількість чинників, що на неї впливають, зокрема розтікання води в обох напрямках, та отримати значення у кожній точці водойми. Двовимірні моделі мають велику точність описуваного явища, враховують усі недоліки одновимірних моделей, але мають велику складність розрахунків, що вимагає доволі тривалого часу. За сучасного рівня розвитку комп'ютерних потужностей цей недолік доволі легко усунути.

Двовимірна модель Сен-Венана

Двовимірні моделі використовуються для розрахунків руху рідини на окремих ділянках русел рік та водосховищах, де потрібно мати детальнішу картину руху рідини. Виводяться ці рівняння з

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

рівнянь Нав'є–Стокса осередненням усіх значень по глибині та введенням спрощень. На їхній основі проводять розрахунки неусталеного руху рідини, зокрема хвиль переміщення, хвиль прориву гребель, паводкових хвиль тощо з достатньою точністю.

Для наших розрахунків хвиль переміщення у водоймі ГАЕС як математичну модель для описання течій водного потоку в акваторії водойми вибрано перше наближення теорії «мілкої води». Відповідна система диференціальних двовимірних рівнянь Сен-Венана з врахуванням негоризонтальності дна та донного тертя має такий вигляд:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial Q_1}{\partial x} - \frac{\partial Q_2}{\partial y}; \tag{3}$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q_1^2}{h}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q_1 Q_2}{h}\right) - gh\frac{\partial (h+Z)}{\partial x} + T_1; \tag{4}$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q_1 Q_2}{h}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Q_2^2}{h}\right) - gh\frac{\partial (h+Z)}{\partial y} + T_2, \tag{5}$$

де t – час, с; x, y – просторові координати; h – глибина води, м; Q_1, Q_2 – витрати по осях x та y, м^3/с; Z – відмітка дна, м; g – прискорення вільного падіння; T_1, T_2 – донне тертя по осях x та y.

Донне тертя задається формулою

$$T_i = gQ_i\sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}\,/(\overline{C}\times h)^2; \quad i = 1,2, \tag{6}$$

де $\overline{C}$ – коефіцієнт Шезі, який визначається за модифікованою формулою Майнінга:

$$\overline{C} = \widetilde{C}h^{1/6}/n, \tag{7}$$

де n – коефіцієнт шорсткості дна.

Коефіцієнт $\widetilde{C}$ визначається за такою формулою:

$$\tilde{C} = \begin{cases} 1, & 1\,м \le h, \\ 1/h, & 0{,}1\,м \le h < 1\,м, \\ 1/(10\times h^2), & h < 0{,}1\,м. \end{cases} \tag{8}$$

Модифікація (8) виконана з метою підвищення стійкості числового моделювання неглибоких (h < 1 м) водойм.

Як початкові умови для системи (3) – (5) задаються значення рівня $H_0(x,y)$ та вектора швидкості $\vec{V}_0(x,y)$, $\vec{V} = (u, \mathrm{v})$ у початковий момент часу. Інтегрування рівнянь (3) – (5) проводиться на ЕОМ по явній кінцево-різницевій схемі, через що крок по часу у процесі розрахунку визначається з умови стійкості Куранта.

Умовою застосування з використанням системи двовимірних рівнянь (3)–(5) математичного моделювання у плані, коли поздовжні та поперечні розміри водойми зрівняні між собою, є умова

$$B/h > 5, \tag{9}$$

де B – ширина водойми в поперечнику; h – глибина води.

Якщо умова (9) порушується тільки у кількох місцях, то застосування рівнянь (3)–(5) допустимо. При цьому картина течій буде правдоподібною тільки на відстані $(10-15)h$ від того місця, де порушується умова (9).

Для розрахунку на ЕОМ Новосибірським інститутом гідродинаміки був створений алгоритм. Програма «DWM» призначена для розрахунку планових хвильових течій у каналах і водосховищах різної геометричної форми з урахуванням нерівностей дна та донного тертя. Програма дає змогу доволі ефективно проводити наскрізний розрахунок перервних хвиль (борів), а також обтікання різних перешкод (наприклад, островів або гідротехнічних споруд), розташованих всередині річки чи водосховища.

Програма побудована на основі явної кінцево-різнецевої схеми, через що крок за часом у неї обмежений умовою стійкості Куранта. Тому ефективніше використовувати цю програму під час розрахунку швидкозмінних гідравлічних процесів (таких як поширення хвиль переміщення), в яких

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

малий крок за часом визначається високою швидкістю перебігу самого фізичного процесу. Програму не слід використовувати для розрахунку повільно-змінних течій (наприклад, паводкових), характерний час яких перевищує 10 діб [12].

Основною перевагою цієї програми над іншими є розрахунки двовимірної задачі, що збільшує точність розрахунків, але і збільшується час розрахунків, оскільки для побудови цієї моделі потрібно більше вихідних даних та й розрахунок вимагає значних ресурсів ЕОМ для опрацювання алгоритму.

Формування хвилі переміщення під час розрахунків на двовимірній моделі Сен-Венана показано на рис. 2.

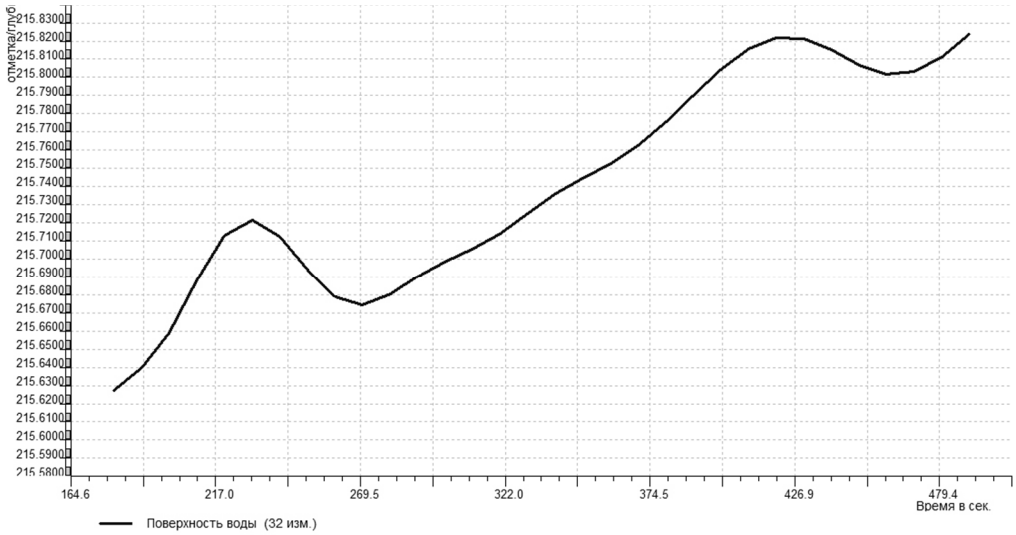

Рис. 2. Розрахунок хвилі переміщення за двовимірною моделлю Сен-Венана

На цьому рисунку частково показаний пуск агрегата у насосному режимі за РМО 215.500 м. З графіка зрозуміло, що хвиля переміщення, висота якої становить 22 см, накочується на огороджувальну дамбу, висота запасу води якої становить 1,5 м.

На рис. 3 показано графік формування хвилі переміщення на Дністровській ГАЕС. Ці значення були зняті у натурних умовах за допомогою датчика тиску VEGAWELL72, який розташований у лівому стояку аванкамери [13]. З цього графіка бачимо формування хвилі переміщення заввишки 19 см за пуску станції в насосному режимі. Картина є доволі схожою, як і під час чисельних розрахунків за двовимірною моделлю Сен-Венана. Крім того, ці значення були отримані за швидкості вітру до 2 м/с, тому під час порівняння значень з числовим моделюванням та впливом вітрових хвиль можна знехтувати.

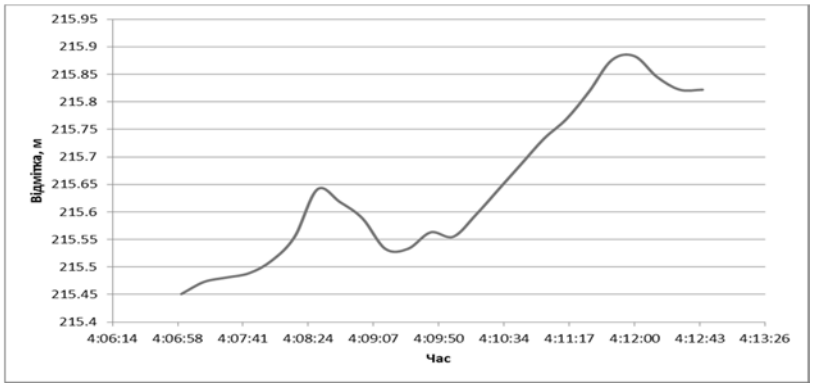

Рис. 3. Формування хвилі переміщення під час пуску Дністровської ГАЕС за РМО 215.450 м (значення отримані за допомогою датчика тиску VEGAWELL72 у лівому стояку аванкамери)

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Висновки

В умовах інтенсивного будівництва ГАЕС питання розрахунків хвиль переміщення та обрисів вільної поверхні потоку у верхній водоймі і відвідному руслі під час роботи цих станцій у насосному і турбінному режимах є доволі актуальним, оскільки вони є орієнтиром для перевірки визначення відміток гребеня огороджувальних дамб та визначення висоти накочення хвиль переміщення на укіс, щоб недопустити переливання води через гребінь дамб та забезпечити відповідну надійність гідротехнічних споруд. Використання цих математичних моделей дає змогу визначити утворювані хвилі переміщення за різних гідравлічних режимів роботи ГАЕС. Для підвищення надійності таких розрахунків та проектування відповідних споруд особливого значення набуває дослідження основних характеристик потоку у насосному і турбінному режимах роботи ГАЕС на чинних об'єктах у натурних умовах. Необхідно також зазначити їх важливість, оскільки вони є основним орієнтиром для підтвердження математичних моделей та їхньої перевірки.

1. Рябенко О.А., Тимощук В.С. Розрахунки неусталених режимів роботи верхнього басейну ГАЕС // Вісник НУВГП. – Вип. 2 (54): Технічні науки. – Рівне, 2011. – С.79–85. 2. Барахнин В.Б., Хакимзянов Г.С., Чубаров Л.Б., Шкуропацкий Д.А. Некоторые проблемы численного моделирования волновых режимов в огражденных акваториях // Вычислительные технологии. – 1996. – №2. – Т.1. – С. 3–26. 3. Давлетшин В.Х., Хом'як Р.В. Исследование гидравлического режима потоков в верхнем водохранилище Днестровской ГАЭС // Гидроэнергетика Украины. – 2006. – №3. – С. 24–29. 4. Беликов В.В., Ковалев С.В. Численные исследования при решении гидравлических задач // Гидротехническое строительство. – 2009. – №8. – С. 61–67. 5. Эббот М.Б. Численная гидравлика. Гидравлика открытого потока. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 272 с. 6. Чугаев Р.Р. Гидравлика: учеб. для вузов. – 4-е изд., доп. и перераб. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 672 с. 7. Никишов В.И. От гидравлики открытых потоков – к гидромеханике речных систем // Прикладна гідромеханіка. – 2007. – Т. 9, №2–3. – С. 103–121. 8. Grujovic N., Divac D., Stojanovic B., Stoyanovic Z., Nilivojevic N. Modeling of one-dimensional unsteady open channel flow in interaction with reservoirs, dams and hydropower plant objects // Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics – 2009. – Vol.3, №1. – Pp. 154–181. 9. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976. – 400 с. 10. Маккормак Р.В. Численный метод решения уравнений вязких течений // Фэрокосмическая техника. – 1983. – 1, №4. – 114–123. 11. HEC-RAS Hydraulic Reference Manual Version 4.0 // US Army Corps of Engineering. – 2008. – 746 p. 12. Описание программы "DWM", предназначенной для расчета на ЭВМ плановых волновых течений в каналах и водохранилищах / Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Академии наук СССР. – Новосибирск, 1987. – 22 с. 13. Руководство по эксплуатации VEGAWELL72 4.20 mA/Hart. VEGA Grieshber KG, Schiltach/Germany. – 2008. – 48 с.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua