

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Львівська політехніка»

МОКРИЦЬКА ОЛЬГА ВОЛОДИМИРІВНА

УДК 004.94; 674.047

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В'ЯЗКОПРУЖНОГО
СТАНУ ДЕРЕВИНИ У ПРОЦЕСІ СУШІННЯ
ЯК БАГАТОФАЗНОЇ СИСТЕМИ**

01.05.02 – математичне моделювання
та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Львів – 2013

Дисертацією є рукопис

Роботу виконано на кафедрі обчислювальної техніки і моделювання технологічних процесів Національного лісотехнічного університету України Міністерства освіти і науки України, м. Львів

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор,
Соколовський Ярослав Іванович,
Національний лісотехнічний університет України,
завідувач кафедри обчислювальної техніки і моделювання
технологічних процесів

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, старший науковий співробітник
П'янило Ярослав Данилович,
Центр математичного моделювання
Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С.Підстригача НАН України,
директор

доктор технічних наук, професор
Гребеннік Ігор Валерійович,
Харківський національний університет радіоелектроніки,
в.о. завідувача кафедри системотехніки

Захист відбудеться 20 грудня 2013 р. о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 35.052.05 у Національному університеті «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12).

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічній бібліотеці Національного університету «Львівська політехніка» (79013, м. Львів, вул. Професорська, 1).

Автореферат розіслано "18" листопада 2013 р.

Учений секретар
спеціалізованої вченої ради,
доктор технічних наук, професор



Р.А. Бунь

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Створення нових та вдосконалення існуючих енерго- та ресурсозберігаючих технологій процесу зневоднення гетерогенних капілярно-пористих матеріалів набуває важливого практичного значення у зв'язку з високими вимогами до якості готової продукції, потребою зниження фінансових та часових витрат на процес промислового впровадження. У вирішенні цієї важливої проблеми значну роль відіграє розроблення математичних моделей для дослідження деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів під час сушіння капілярно-пористих матеріалів, зокрема деревини, з врахуванням багатофазності і багатокомпонентності матеріалу.

Незважаючи на значні успіхи у цій галузі, на сьогодні не існує єдиного феноменологічного підходу щодо моделювання процесів деформування і тепломасоперенесення у гетерогенних капілярно-пористих структурах. У теоріях сушіння, сорбції та фільтрації розходження носить принциповий характер, хоча за своїм змістом вони мають відображати сумісні фізичні процеси у капілярно-пористих середовищах. Найвні математичні моделі та методи аналізу деформування та тепломасоперенесення в деревині у процесі сушіння, в основному, базуються на підході до структурної будови матеріалу як гомогенної, не беруть до уваги особливостей зміни в'язкопружної поведінки матеріалу з врахуванням кінетики фазових переходів. Ці процеси в основному досліджені для задач в одновимірній постановці із залученням значної кількості допущень. Тому побудова двовимірних математичних моделей в'язкопружного стану деревини у процесі сушіння з врахуванням особливостей багатофазної структури і визначальних технологічних факторів є актуальною задачею і дозволяє вирішувати задачі інтенсифікації технологій сушіння.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана в рамках науково-дослідних робіт Національного лісотехнічного університету України, а саме:

- “Підвищення ефективності технологічних процесів тепломасоперенесення на основі розроблення автоматизованої системи наукових досліджень і проектування”, № держреєстрації 0107U012817, 2008-2010 рр.;
- “Математичне і програмне забезпечення автоматизації розрахунку багатофазних термодинамічних систем”, № держреєстрації 0110U000657, 2011-2012 рр.;
- “Програмно-алгоритмічні засоби та інформаційні технології автоматизації досліджень енерго-ефективних процесів сушіння деревини”, № держреєстрації 0113U001268, 2013-2014 рр.

Дисертантом розроблено математичні моделі визначення в'язкопружного стану деревини як багатофазної структури у процесі сушіння, алгоритмічне та програмне забезпечення для реалізації моделей.

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є розроблення двовимірних математичних моделей та встановлення закономірностей анізотропного в'язкопружного деформування деревини як багатофазної структури у процесі конвективного сушіння.

Для досягнення поставленої мети передбачено розв'язання таких задач:

- синтезувати математичні моделі перенесення тепла, вологи і пароповітряної суміші у процесі сушіння деревини;
- розробити математичну модель реологічної поведінки деревини як трифазного середовища з врахуванням анізотропії тепломеханічних властивостей;
- сформулювати математичну модель в'язкопружного деформування деревини як трифазного середовища у процесі сушіння;
- розробити прикладне програмне забезпечення для чисельної реалізації математичних моделей;
- провести обчислювальні експерименти та встановити закономірності в'язкопружного деформування деревини як трифазного середовища у процесі сушіння;

Об'єкт дослідження – конвективний процес сушіння капілярно-пористих матеріалів.

Предмет дослідження – математичні моделі тепломасоперенесення та в'язкопружного деформування деревини як багатофазної системи у процесі сушіння.

Методи дослідження. У дисертаційній роботі використано такі методи досліджень:

- методи механіки спадкових середовищ, механіки гетерофазних систем, математичної фізики і методи усереднення для розроблення математичних моделей;
- метод скінченних елементів (МСЕ), метод перехідних процесів, варіаційні та апроксимаційні методи для реалізації математичних моделей;
- методи об'єктно-орієнтованого аналізу та проектування програмного забезпечення;
- методи статистичного моделювання для перевірки адекватності моделей.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у наступному:

- вдосконалено математичну модель тепломасоперенесення у процесі конвективного сушіння капілярно-пористих матеріалів, яка дає змогу визначати динаміку зміни концентрації рідини, пари, повітря, тиску парогазової суміші, взаємодії рідини і пари і зміни температури матеріалу залежно від змін параметрів агента сушіння;
- вперше розроблено математичну модель реологічної поведінки деревини як трифазного середовища з врахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик, яка дозволяє визначати пружні, в'язкопружні та залишкові деформації деревини у процесі сушіння з врахуванням особливостей вологоперенесення у твердій, рідкій і пароповітряній фазах;
- вперше досліджено двовимірний в'язкопружний стан деревини як трифазного тіла у процесі сушіння з врахуванням анізотропії механічних характеристик, що дає можливість кількісно описати вплив перенесення тепла і вологи у твердій, рідкій і пароповітряній фазах, анізотропії механічних характеристик деревини, параметрів агента сушіння на розподіл нормальних і тангенціальних напружень для різних станів процесу сушіння;
- встановлено нові закономірності в'язкопружного деформування деревини у процесі сушіння з врахуванням різної зміни вологості і температури для кожного

з компонентів трифазної структури, що залежить від початкових структурних характеристик матеріалу та характеристик агента сушіння.

Практичне значення одержаних результатів. Розроблені математичні моделі та прикладне програмне забезпечення можуть бути використані для створення систем автоматизованого скінченно-елементного розрахунку теплофізичних і механічних полів у процесі конвективного сушіння з метою модернізації сушильного устаткування або розроблення нових раціональних технологій сушіння. Створене прикладне програмне забезпечення базується на використанні розробленої бібліотеки задокументованих класів, що уможливило їх повторне використання для розроблення інших прикладних програмних засобів у рамках компонентного підходу.

Запропонований алгоритм інтегрального методу апроксимації функції реологічної поведінки деревини у вигляді лінійної комбінації експоненціальних функцій дає змогу підвищити точність апроксимації експериментальних даних.

Результати дисертаційної роботи використано на ВКФ “Ледас-Україна” (м. Хуст, Закарпатська область, акт від 03.05.2013 р.) для аналізу процесів тепломасоперенесення і в’язкопружного деформування деревини у процесі сушіння, щоб обґрунтувати та здійснити раціональний вибір режимних параметрів із забезпеченням необхідної якості продукції. За результатами досліджень отримано один патент України на винахід.

Результати наукових досліджень використано в навчальному процесі та відображено у навчальних програмах дисциплін “Моделювання систем”, “Чисельні методи в інформатиці”, “Системний аналіз та проектування систем обробки даних”, “Моделювання та оптимізація технологічних процесів” у Національному лісотехнічному університеті України.

Особистий внесок здобувача. Усі наукові результати дисертаційної роботи отримані особисто здобувачем. У працях, опублікованих у співавторстві, здобувачу належить [1, 7, 8] – розроблення математичної моделі в’язкопружного деформування деревини в умовах багатофазності; [5, 11, 12] – розроблення математичної моделі реологічної поведінки деревини як трифазної системи; [2, 9, 10, 13] – розроблення програмного забезпечення для реалізації математичних моделей; [3, 14, 17] – адаптація методу скінченних елементів, аналіз та закономірності в’язкопружного деформування; [4, 15, 16] – аналіз та закономірності моделювання тепломасоперенесення та деформування деревини з врахуванням багатофазності; [6] – алгоритм оброблення експериментальних даних щодо повзучості деревини.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на:

- VIII Всеукраїнській науково-практичній конференції “Комп’ютерне моделювання та інформаційні системи в економіці, науці й освіті” (м. Черкаси – Одеса, 2011 р.);

- Міжнародній конференції “Системний аналіз та інформаційні технології” (SAIT-2011) (м. Київ, 2011 р.);

- Міжнародних наукових конференціях “Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту” (ISDMCI’2011, ISDMCI’2012, м. Євпаторія, 2011 р., 2012 р.);
- Міжнародній науково-технічній конференції INFOTECH-2011 (м. Севастополь, 2011 р.);
- 6th International Conference on Computer Science and Informational Technologies “CSIT-2011” (Lviv, 2011);
- II Науково-технічній конференції “Обчислювальні методи і системи перетворення інформації” (Львів, 2012 р.);
- 8th International Conference “Porous Materials. Theory and Experiment (INTERPOR’12)” (Lviv, 2012);
- 4th International Scientific Technical Conference “Energy Saving Technologies for Drying and Hydrothermal Processing (DHTP-2011)” (м. Москва, 2011 р.);
- VI Науково-практичній конференції з міжнародною участю “Математичне та імітаційне моделювання систем МОДС 2011” (м. Чернігів, 2011 р.);
- Науково-практичних конференціях професорсько-викладацького складу НЛТУ України в період 2008-2012 рр.

Публікації. Основні результати роботи опубліковано у 16 працях, в тому числі 5 статей у наукових фахових виданнях і 11 – у матеріалах наукових конференцій. Отримано один патент України на корисну модель.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота загальним обсягом 175 сторінок складається зі вступу, 4 розділів, висновків, переліку використаної літератури із 198 найменувань і додатків. Основний текст, викладений на 135 сторінках, містить 45 рисунків та 10 таблиць.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету та завдання дослідження, охарактеризовано наукову новизну та практичне значення результатів, відзначено особистий внесок автора, подано структуру та обсяг роботи.

У **першому розділі** викладено огляд та подано аналіз літературних джерел за темою дисертації, які відносяться до математичного моделювання тепломасоперенесення та деформування капілярно-пористих матеріалів, зокрема деревини у процесі сушіння.

Побудова математичних моделей, які описують тепломасообмінні і деформаційно-релаксаційні процеси, базується на феноменологічних уявленнях механіки спадкових середовищ і методах нерівноважної термодинаміки. Основи математичного моделювання таких процесів у капілярно-пористих матеріалах закладені у фундаментальних результатах А.В. Ликова, А.А. Долинського, Ю.А. Михайлова, М.І. Нікітенка, С.П. Рудобашти, Я.С. Підстригача, Я.Й. Бурака, І.І. Ляшка, С.І. Ляшка, І.В. Сергієнка, В.В. Скопецького, М.В. Булавацького, Є.Я. Чаплі, Ю.Ф. Снежкіна та їх учнів.

Проаналізовано можливі підходи до побудови та реалізації математичних моделей тепломасоперенесення для дослідження процесу сушіння деревини. У зв’язку із складністю структурної будови деревини як неоднорідного

анізотропного природного композита, встановлено, що допускається ряд спрощень, враховуючи: однорідність матеріалу, сталість фізичних характеристик, нехтування їхньою анізотропією тощо. Математичні моделі дослідження тепломасоперенесення в деревині під час сушіння як гомогенному тілі описали Г.С. Шубін, П.С. Серговський, І.В. Кречетов, П.В. Білей, Я.І. Соколовський, І.М. Озарків, Н.В. Скуратов, J.-G. Salin та інші вчені.

У рамках іншого підходу математичні моделі процесу сушіння капілярно-пористих матеріалів розроблені на основі теорії багатофазної фільтрації у гетерогенних середовищах (Р.Н. Нигматулін, Г.Н. Исаков, Н.Н. Гринчик, О.Р. Дорняк, И.П. Корнюхин, О.Р. Гачкевич, В.Ф. Чекурін, Б.І. Гайвась, О.Ю. Чернуха). У цих дослідженнях вводяться ефективні характеристики процесів, усереднені за фазами.

Проведений аналіз математичного моделювання деформаційно-релаксаційних процесів під час сушіння у капілярно-пористих матеріалах показав зміщеність акценту досліджень на однорідну гомогенну область. Суттєвий вклад у дослідження напружено-деформівного стану деревини внесли Б.Н. Уголев, К.А. Роценс, Я.І. Соколовський, Б.П. Поберейко, Б.І. Гайвась, М.В. Дендюк, Й.В. Андрашек, А.В. Бакалець, M. Lawniczak, A. Ranta-Maunus, S. Svensson, T. Toratti, та інші.

Побудова математичної моделі реологічного стану деревини у широкому діапазоні зміни фізико-механічних властивостей з врахуванням багатофазності структури матеріалу є складною і не повністю вирішеною проблемою.

У процесі математичного моделювання деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів у багатофазних середовищах використовуються складні нелінійні диференціальні рівняння в частинних похідних. Отримання аналітичних розв'язків навіть для найпростіших випадків є утрудненим. Для чисельної реалізації математичних моделей актуальним є використання чисельних методів та розроблення програмного забезпечення. На даний час успішно використовуються методи скінченних елементів і граничних елементів та їх модифікації, а також різницеві методи. Нові підходи та способи програмно-алгоритмічної реалізації наведені у працях Л. Сегерлінда, О. Зінкевича, Д.В. Федасюка, В.А. Толока, В.І. Кудіна, Я.Г. Савули, Г.А. Шинкаренка, Р.С. Хапка, С.П. Кописова, А.Я. Бомби, В.Н. Ричкова, Л.М. Журавчак, Я.Д. П'янила, М.І. Нікітенка.

Наведений аналіз математичного моделювання напружено-деформівного стану деревини у процесі конвективного сушіння показав, що застосування математичних моделей, які ґрунтуються на квазігомогенних допущеннях, не дає змоги описати реальні процеси зміни температури, вологості, деформативності з врахуванням зміни структури капілярно-пористих матеріалів. Саме ці параметри у процесі фазових перетворень можуть миттєво змінюватися і впливати на динаміку деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів. Тому актуальним завданням є розроблення математичних моделей процесу сушіння капілярно-пористих матеріалів, зокрема деревини, як трифазного середовища, що складається з твердої фази (деревної речовини), рідкої і пароповітряної фаз. Математичні моделі тепломасоперенесень та деформування, що враховують багатофазність капілярно-пористих матеріалів у процесі сушіння, уможливають прогнозування

особливостей зміни вологовмісту, температури окремих фаз, напружено-деформівного стану на всіх етапах процесу сушіння деревини. Враховуючи специфіку поставленої задачі та відомі підходи механіки гетерогенних середовищ, окреслено завдання, вирішення яких є метою цієї роботи.

У **другому розділі** на підставі законів механіки гетерогенних спадкових середовищ розроблено математичну модель в'язкопружного стану деревини у процесі сушіння як трифазної системи, що складається з твердої (деревної речовини), рідкої і пароповітряної фаз.

У силу складної стохастичної капілярної структури деревини, яка характеризується різною за величиною і неоднаковою геометричною формою елементів, визначити дійсні геометричні розміри капілярів є практично неможливо. Перехід від опису явищ в окремій фазі до континуальних рівнянь капілярно-пористого матеріалу може бути отриманий на основі об'ємного усереднення мікрорівнів для макроскопічних параметрів кожної фази. Тому в подальшому приймаються допущення:

- характерні розміри капілярно-пористої структури деревини є набагато більші за молекулярно-кінетичні розміри і набагато менші за відстані, на яких відбувається суттєва зміна макроскопічних параметрів;
- малі значення деформацій і переміщень твердої фази та її нестисливість і сталість густини;
- парогазова суміш (повітря і волога) характеризується властивостями ідеального газу;
- сукупність мікрокапілярів становить собою систему циліндрів у клітинах деревини із змінним радіусом r_k , який залежить від вологості у гігроскопічній області деревини;
- система макрокапілярів деревини моделюється як різні анатомічні елементи для різних порід та описується як сукупність паралельних капілярів різних радіусів у клітинних стінках деревини.

Для розроблення математичної моделі записуємо повний тензор напружень для гетерогенного середовища σ^{kl} у вигляді суми усереднених напружень у фазах

$$\sigma^{kl} = c_T \langle \sigma_T^{kl} \rangle_T + c_P \langle \sigma_P^{kl} \rangle_P + c_{II} \langle \sigma_{II}^{kl} \rangle_{II}, \quad (1)$$

$$\text{де } \langle \sigma_T^{kl} \rangle_T = \frac{1}{dV} \int_{dV_T} \sigma_T^{kl} d'V, \quad \langle \sigma_P^{kl} \rangle_P = \frac{1}{dV} \int_{dV_P} \sigma_P^{kl} d'V, \quad \langle \sigma_{II}^{kl} \rangle_{II} = \frac{1}{dV} \int_{dV_{II}} \sigma_{II}^{kl} d'V, \quad c_T = dV_T/dV; \quad c_P = dV_P/dV;$$

$c_{II} = dV_{II}/dV$ – об'ємні концентрації твердої (Т), рідкої (Р) і парогазової (II) фаз; V_T , V_P , V_{II} – відповідні їх об'єми; верхні індекси, зокрема k і l позначають компоненти тензора напружень.

Згідно з другим допущенням, можемо записати

$$\varepsilon_T^{ik} - \varepsilon_{T0}^{ik} = 1 - c_T/c_{T0}; \quad k = 1, 2, 3, \quad (2)$$

де ε_{T0}^{ik} , c_{T0} – компоненти деформації та об'ємна концентрація у початковий момент часу.

Приймаємо, що деформації твердої фази ε_T^{ij} складаються з деформацій деревної речовини $\langle \varepsilon_T^{ij} \rangle_T$ і фіктивних деформацій ε_Φ^{ij} , які зумовлюють перебудову капілярно-пористої системи деревини, тобто $\varepsilon_T^{ij} = \langle \varepsilon_T^{ij} \rangle_T + \varepsilon_\Phi^{ij}$.

Для побудови тензора фіктивних напружень, що відповідає тензору фіктивних деформацій ε_Φ^{ij} , користуємось прийнятими фізичними допущеннями. Тоді структуру деревини розглядаємо як середовище з подвійною пористістю. Тверда фаза із системою мікрокапілярів складає матрицю матеріалу. Для листяних порід судини, волокна лібриформи, серцевинні промені можна віднести до системи мікропор. Для хвойних порід мікрокапіляри у клітинних стінках моделюються як вкладене пористе середовище.

Тоді повні усередненні напруження σ^{ij} представляємо у вигляді

$$\sigma^{ij} = (1 - c_{MK}) \langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC} + c_{MK} \langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK}, \quad (3)$$

де $\langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC}$, $\langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK}$ – усереднені компоненти напружень у клітинних стінках і макропорах, c_{MK} – об'ємний вміст пор у деревині.

Величини $\langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC}$ записуємо аналогічно

$$\langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC} = (1 - c_K) \langle \sigma_T^{ij} \rangle_T + c_K \langle \sigma_K^{ij} \rangle_K, \quad (4)$$

де $\langle \sigma_K^{ij} \rangle_K$ – усередненні напруження у капілярах клітинних стінок; c_K – об'ємний вміст пор у клітинних стінках.

Для визначення питомих вкладів тепломасоперенесення у кожній фазі вважаємо, що загальна геометрична поверхня (поперечний перетин) вологої деревини дорівнює сумі поверхонь (поперечних перетинів) твердої, рідкої і пароповітряної фаз. Причому поверхня твердої фази є величина стала, а поверхні рідкої і пароповітряної фаз змінюються залежно від вологовмісту деревини. Тоді для визначення величин $\langle \sigma_K^{ij} \rangle_K$, $\langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK}$ отримуємо:

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK} &= c_{MK}^P \langle \sigma_P^{ij} \rangle_P + c_{MK}^{\Pi} \langle \sigma_{\Pi}^{ij} \rangle_{\Pi}; \quad \langle \sigma_K^{ij} \rangle_K = c_K^P \langle \sigma_K^{ij} \rangle_K + c_K^{\Pi} \langle \sigma_{\Pi}^{ij} \rangle_{\Pi}; \\ c_{MK}^P + c_{MK}^{\Pi} &= 1; \quad c_K^P + c_K^{\Pi} = 1, \end{aligned} \quad (5)$$

де c_{MK}^P , c_{MK}^{Π} ; c_K^P , c_K^{Π} – об'ємний вміст рідкої і пароповітряної фаз у матеріалах і капілярах.

Величини тисків у рідкій P_P і пароповітряній P_{Π} фазах пов'язані співвідношенням $P_P = P_{\Pi} + P_{KT}$, де P_{KT} – величина капілярного тиску залежно від вологості деревини. Для визначення P_{KT} з врахуванням допущення про циліндричну форму капілярів використано формулу Лапласа $P_{KT} \approx 2\sigma(T)/r^*$, де $\sigma = 0,07564(1 - 0,02T)$. Величина r^* характеризує дисперсність розмірів пор і визначена на основі апроксимації відомих експериментальних даних.

Залежно від розмірів капілярів перенесення у рідкій фазі може здійснюватися не тільки дифузійним потоком пари, але й потоком, що переноситься плівковим механізмом під дією градієнта розклинюючого тиску. Для оцінювання внеску плівкового механізму використано рівняння Дерюгіна – Нерпіна.

Отримано співвідношення для визначення фіктивного тензора напружень, що характеризує зміщення твердої фази деревини

$$\sigma_{\Phi}^{ij} = \frac{1}{1-c_{MK}} \left\{ \sigma^{ij} - (c_{MK}c_{MK}^P + c_K^P(1-c_{MK})) \langle \sigma_P^{ij} \rangle_P - (c_{MK}c_{MK}^{\Pi} + c_K^{\Pi}(1-c_{MK})) \langle \sigma_{\Pi}^{ij} \rangle_{\Pi} \right\}. \quad (6)$$

Проаналізовано часткові випадки співвідношення (6). У разі наявності парової фази у макропорах ($c_{MK}^P \rightarrow 0$, $c_K^P \rightarrow 0$) і заповнення капілярів лише рідкою фазою ($c_{MK}^{\Pi} \rightarrow 0$, $c_K^{\Pi} \rightarrow 0$), з (6) отримуємо відомі співвідношення для насичених пористих матеріалів.

Математичне моделювання зв'язку між компонентами напружень $\sigma_{ij}(\tau)$ і деформацій $\varepsilon_{ij}(\tau)$ для твердої фази (деревина скелету) з врахуванням анізотропії механічних властивостей базується на інтегральних рівняннях Больцмана – Вольтера, які доповнені залежністю всихання гігроскопічних матеріалів від вологості

$$\langle \sigma_T^{ij}(\tau) \rangle_T = C \left(\langle \varepsilon_T^{ij}(\tau) \rangle_T - \langle \varepsilon_T^U(\tau) \rangle_T \right) - C \int_0^{\tau} R(t, \tau) \left(\langle \varepsilon_T^{ij}(\tau) \rangle_T - \langle \varepsilon_T^U(\tau) \rangle_T \right) dt, \quad (7)$$

де C – тензор компонентів пружності деревної речовини; ε_T^U – вектор деформацій, зумовлений всиханням деревини; $R(t, \tau) = R^{ijkl}(t, \tau)$ – тензор ядра релаксації, за допомогою якого визначається реологічна поведінка деревини.

Аналогічно здійснено математичне моделювання зв'язку між тензорами напружень твердої фази і тензорами фіктивних деформацій.

Таким чином, отримано математичну модель деформаційно-релаксаційних процесів у деревині під час сушіння як трифазному середовищі з врахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик

$$\begin{aligned} \varepsilon^{ij}(\tau) = & (D_T + A_{MK}) \sigma^{ij} + (D_T c_{\Pi} + A_{MK} \gamma_1) p_{\Pi} \delta^{ij} + (D_T c_P + A_{MK} \gamma_2) p_P \delta^{ij} + \\ & + \int_0^{\tau} \left((D_T K(t, \tau) + A_{MK} K_{\Phi}(t, \tau)) \sigma^{ij} + (D_T K(t, \tau) c_{\Pi} + \right. \\ & \left. + A_{MK} K_{\Phi}(t, \tau) \gamma_1) p_{\Pi} \delta^{ij} + (D_T K(t, \tau) c_P + A_{MK} K_{\Phi}(t, \tau) \gamma_2) p_P \delta^{ij} \right) dt - \beta \varepsilon_T^U. \end{aligned} \quad (8)$$

Тут введено позначення: $D_T = \Pi / c_T$; $A_{MK} = \Pi_{\Phi} / (1 - c_{MK})$; $\gamma_1 = c_{MK} (c_{MK}^P - c_K^P) + c_K^P$; $\gamma_2 = c_{MK} (c_{MK}^{\Pi} - c_K^{\Pi}) + c_K^{\Pi}$; Π – тензор миттєвих податливостей, який визначається за допомогою тензора C ; Π_{Φ} – фіктивний тензор податливості, що визначається за допомогою тензора пружності C_{Φ} ; β – коефіцієнти тензора всихання.

Функції реологічної поведінки деревини вибираються у вигляді

$$K(t, \tau) = d_0 + \sum_{n=1}^N d_{ij} \exp\left(\frac{-\beta_{ij}(t-\tau)}{\tau_P}\right), \quad (9)$$

де коефіцієнти d_0 , d_{ij} , β_{ij} і час релаксації τ_P визначаються шляхом апроксимації відомих експериментальних даних деформацій повзучості з використанням розробленого алгоритму інтегрального методу.

Для визначення деформаційно-релаксаційних процесів за математичною моделлю (8) знайдено об'ємні концентрації фаз як для початкового стану деревини, так і з врахуванням зміни вологості. У подальшому прийнято рівномірний розподіл фаз за об'ємом деревини, що дало змогу скористатися умовами адитивності.

Об'ємний вміст пароповітряної суміші визначається за формулою

$$c_{\Pi 0} = 1 - \rho_w \left(\frac{1}{\rho_T} + \frac{W}{100\rho_P} \right) \frac{100}{100+W}. \quad (10)$$

Оскільки значення c_{T0} можна одержати на основі апроксимації експериментальних даних повітроємності деревини, а значення густини деревної твердої фази ρ_T і води ρ_B відомі, то з врахуванням (10) одержуємо:

$$c_{P0} = \frac{1}{\rho_{\Pi} - \rho_T} \left(\rho_w \left(1 + \frac{1}{\rho_T} + \frac{W}{100\rho_P} \right) \frac{100}{100+W} - \rho_{\Pi} \right); \quad (11)$$

$$c_{T0} = \frac{1}{\rho_{\Pi} - \rho_T} \left(\rho_w (\rho_{\Pi} - \rho_T - 1) \left(1 + \frac{1}{\rho_T} + \frac{W}{100\rho_P} \right) \frac{100}{100+W} - \rho_{\Pi} \right),$$

де c_{T0} , c_{P0} , $c_{\Pi 0}$ – об'ємні концентрації фаз у початковий момент часу, ρ_w – густина деревини для конкретної вологості. Її визначаємо для різних порід з густиною ρ_{12} для нормалізованої вологості за відомою формулою

$$\rho_w = \begin{cases} k_{\alpha 1} \rho_{12} \frac{100+W}{100+k_{\alpha 2}W}, W \leq 30\%; \\ k_{\alpha 3} \rho_{12} (1+0.1W), W > 30\%, \end{cases} \quad (12)$$

де $k_{\alpha 1} = 0,957$, $k_{\alpha 2} = 0,6$, $k_{\alpha 3} = 0,811$ (для акації, берези, бука, граба) і $k_{\alpha 1} = 0,946$, $k_{\alpha 2} = 0,5$, $k_{\alpha 3} = 0,823$ для інших порід.

Математична модель визначення в'язкопружного стану деревини як капілярно-пористого трифазного середовища включає рівняння рівноваги механіки гетерогенних середовищ

$$\frac{\partial (c_T \langle \sigma_{TX} \rangle_T)}{\partial x} + \frac{\partial (c_T \langle \sigma_{TX} \rangle_T)}{\partial y} + p_T \frac{\partial c_T}{\partial x} + Q_{1,2} = 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial (c_T \langle \sigma_{TY} \rangle_T)}{\partial x} + \frac{\partial (c_T \langle \sigma_{TY} \rangle_T)}{\partial y} + p_T \frac{\partial c_T}{\partial y} + Q_{2,2} = 0,$$

де $p_T = -\frac{1}{3} \langle \sigma_T \rangle_T$, $Q_{1,2}$, $Q_{2,2}$ – складові потоків масоперенесення.

Граничні умови характеризують стан деревини у частковий момент сушіння і мають вигляд:

$$\langle \sigma_{TX} \rangle_T = 0, x = 0, x = l_1; \langle \sigma_{TY} \rangle_T = 0, y = 0, x = l_2; \quad (14)$$

$$\langle \sigma_{TX} \rangle_T = 0, x = 0, x = l, y = 0, y = l_2,$$

де l_1 , l_2 – геометричні розміри поперечного перетину деревини.

Математичні моделі для визначення концентрації рідини, пари, повітря і пароповітряної суміші у деревній пластині запропоновано у вигляді диференційних рівнянь вологопровідності з граничними умовами, характерними для першого та другого періодів процесу сушіння. Базуючись на розв'язках диференційних рівнянь вологоперенесення, а також рівняннях стану газової фази і законі Дальтона, з врахуванням частки вільного від рідини об'єму матеріалу, отримано закономірності розподілу перенесення вологості, тепла та концентрації парогазової

суміші у деревній пластині. Зокрема, для першого періоду процесу сушіння отримано:

- для перенесення вологи у рідкій фазі

$$U_P(\bar{x}, Fo_{UP}) = A_P (Fo_{UP} + 0,5 \cdot \bar{x}^2 - 1/6) + \frac{2A_P}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos(\pi n \bar{x}) \exp(-\pi^2 n^2 Fo_{UP}) + \\ + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\pi n \bar{x}) \exp(-\pi^2 n^2 Fo_{UP}) \int_0^1 U_{0P}(z, 0) \cos(\pi n z) dz + \int_0^1 U_{0P}(z, 0) dz; \quad (15)$$

- для переміщення вологи у паровій фазі

$$U_{II}(\bar{x}, Fo_{UII}) = A_{II} (Fo_{UII} + 0,5 \bar{x}^2 - 1/6) + \frac{2A_{II}}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos(\pi n \bar{x}) \exp(-\pi^2 n^2 Fo_{UII}) + \\ + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\pi n \bar{x}) \exp(-\pi^2 n^2 Fo_{UII}) \int_0^1 U_{0II}(z, 0) \cos(\pi n z) dz + \int_0^1 U_{0II}(z, 0) dz, \quad (16)$$

де $\bar{x} = x/l$; Fo_{UP} , Fo_{UII} – масообмінні критерії Фур'є; A_P , A_{II} – величини, залежні від характеристик масообміну, початкових значень розподілу вологи U_{0P} , U_{0II} у рідкій і паровій фазах; l – геометричний розмір.

Аналогічно отримано математичні моделі для визначення перенесення вологи у рідкій і паровій фазах та перенесення повітря і пароповітряної суміші для другого періоду процесу сушіння. Зокрема:

- для перенесення вологи у рідкій фазі:

$$U_P(\bar{x}, Fo_{mp}) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi \bar{x}}{2}\right) \exp\left(-\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi}{2}\right)^2 Fo_{UP}\right) \times \\ \times \int_0^1 U_{0P}(z, 0) \cos\left(\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi}{2}\right) z\right) dz; \quad (17)$$

- для перенесення вологи у паровій фазі

$$U_{II}(\bar{x}, Fo_{UII}) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi \bar{x}}{2}\right) \exp\left(-\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi}{2}\right)^2 Fo_{UII}\right) \times \\ \times \int_0^1 U_{0II}(z, 0) \cos\left(\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi}{2}\right) z\right) dz, \quad (18)$$

- для знаходження температурного поля

$$T(\bar{x}, Fo) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \mu_n \bar{x} (Bi \sin \mu_n + \mu_n \cos \mu_n)}{(Bi + 1) \sin \mu_n + \mu_n \cos \mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo) \int_0^1 T_0(z) \cos \mu_n z dz + \\ + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \mu_n \bar{x} (Bi \sin \mu_n + \mu_n \cos \mu_n)}{\mu_n^2 [(Bi + 1) \sin \mu_n + \mu_n \cos \mu_n]} \exp(-\mu_n^2 Fo) \int_0^1 Po(z) \cos \mu_n z dz + \\ + \left[\frac{1}{Bi} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\mu_n \bar{x})}{\mu_n [(Bi + 1) \sin \mu_n + \mu_n \cos \mu_n]} \exp(-\mu_n Fo) \right] Ki(Fo), \quad (19)$$

де Fo , Bi , Ki , Po – теплообмінні критерії Фур'є, Біо, Кірпічова, Померанцева; μ_n – корені характеристичного рівняння $ctg \mu_n = \mu_n / Bi$.

Прийнято допущення про те, що тиск водяної пари на поверхні деревини визначається з врахуванням середньої вологості сушіння матеріалу та рівноважної

вологості повітря, а тиск водяної пари у середині деревини дорівнює тиску насиченої пари, що залежить від температури. Загальний тиск пароповітряної суміші у деревині визначається за законом Дальтона, а на поверхні матеріалу він дорівнює атмосферному. Моделювання впливу вологоперенесення на процес теплоперенесення здійснюється з врахуванням внутрішнього джерела у рівнянні теплоперенесення, яке описує потік випаровуючої вологи у деревині.

Таким чином, розроблено двовимірні математичні моделі в'язкопружного стану деревини у процесі сушіння як трифазного середовища з врахуванням анізотропії механічних характеристик.

У **третьому розділі** у рамках об'єктно-орієнтованого підходу розроблено прикладне програмне забезпечення для чисельної реалізації отриманих у попередньому розділі математичних моделей в'язкопружного деформування деревини у процесі сушіння з врахуванням багатофазності.

Для чисельної реалізації математичної моделі (8) – (14) метод скінченних елементів (МСЕ) адаптовано для в'язкопружної області деформування гетерогенного середовища. Для цього виведено еквівалентне варіаційне формулювання математичної моделі визначення в'язкопружного стану на основі використання принципу мінімуму повної потенціальної енергії. Функціонал Лагранжа, мінімальне значення якого збігається з розв'язком математичної моделі (8) – (14), остаточно записано у вигляді

$$\Lambda = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon^T C \varepsilon dV - \frac{1}{2} \int_V \varepsilon^T C \int_0^t R(t-s, t, U) \varepsilon ds dV - \int_V \varepsilon^T C \varepsilon_U dV + \int_V \varepsilon^T C \int_0^t R(t-s, t, U) \varepsilon_U ds dV, \quad (20)$$

де C – компоненти тензора, які характеризують анізотропні пружні характеристики твердої фази (деревної речовини) та характеристики багатофазності структури.

Для знаходження основних співвідношень МСЕ використано скінченно-різницеву апроксимацію векторів переміщень $\{u(\tau)\}$ і деформації $\{\varepsilon(\tau)\}$ та функції реологічної поведінки деревини $R(\tau, \tau')$ у часі. Зокрема, для $\{\varepsilon(\tau)\}$ та ядра релаксації отримано:

$$\{\varepsilon(\tau)\} = \{\varepsilon(\tau_i)\} + \frac{\{\varepsilon(\tau_{i+1})\} - \{\varepsilon(\tau_i)\}}{\tau_{i+1} - \tau_i} (\tau - \tau_i); \quad (21)$$

$$R_i^* = \frac{\Delta\tau}{2} R_i^*(\tau_0) + \Delta\tau \sum_{j=1}^M R_i^*(\tau_j) + \frac{\Delta\tau}{2} R_i^*(\tau_M). \quad (22)$$

З умови мінімуму функціонала Лагранжа отримано систему алгебраїчних рівнянь для знаходження невідомих переміщень на кожному часовому кроці $\Delta\tau_i$ ($i = \overline{1, M}$, де M – кількість часових інтервалів):

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N U_n^k \left[\frac{1}{2} \int_{V_n} B^T C B \varphi_e(x) dV \right] + \sum_{n=1}^N U_n^k \left[\frac{1}{4} \int_{V_e} B^T C R(s_k, \tau_k) B \varphi_n(x) dV \right] = \\ & = \sum_{n=1}^{k-1} \sum_{n=1}^N U_n^j \left[\frac{\Delta\tau}{2} \int_V B^T C R(s_k, \tau_j) B \varphi_n(x) dV \right] + \sum_{n=1}^N \left[\int_{V_n} B^T C \varepsilon_U^k d\Omega \right] - \\ & - \sum_{n=1}^{k-1} \sum_{n=1}^N \left[\frac{\Delta\tau}{2} \int_{V_e} B^T C (R(s_k, \tau_j)) \varepsilon_U^j + R(s_k, \tau_{i+1}) \varepsilon_U^{i+1} \right] dV, k = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (23)$$

Програмна реалізація методу скінченних елементів на основі об'єктно-орієнтовного підходу полягала у розробці пакетів класів та відношень між ними. На окремі пакети розділено класи, які відображають сутність об'єктно-орієнтовної реалізації МСЕ та реалізують: температурні та вологісні коефіцієнти, які містить задача визначення потоків масоперенесення у рідкій, твердій та газоподібній фазах (вони описані у вигляді функцій, що залежать від температури, вологості та інших аргументів); коефіцієнти, необхідні для розв'язування задачі в'язкопружності, які також обчислюють залежно від температури та вологовмісту матеріалу; параметри зовнішнього середовища, а саме температуру середовища t_c , відносну вологість φ (виокремлені в окремий інтерфейс); початкові значення температури t_0 , вологовмісту u_0 , компонент переміщень \vec{U} та напружень σ , а також геометричні розміри матеріалу (l_1 і l_2) та тривалість процесу τ ; параметри чисельного розв'язування, такі як кількість розбиттів за часом, кількість розбиттів за координатними осями, порядок квадратурних формул для обчислення інтегралів, тощо. Класи орієнтовані на конкретні обчислення матричної та векторної алгебри для розв'язання систем алгебраїчних рівнянь; інтерфейс користувача.

Для моделювання функцій реологічної поведінки деревини розроблено алгоритм апроксимації експериментальних даних кривих повзучості деревини сумою експоненціальних функцій за інтегральними характеристиками процесу. Порівняння апроксимації кривих повзучості з використанням знайденого алгоритму та алгоритму, побудованого на основі методу найменших квадратів, свідчить про підвищення точності апроксимації.

Розроблено програмно-аналітичний комплекс скінченно-елементного аналізу деформаційно-релаксаційних полів у процесі сушіння капілярно-пористих тіл як багатофазних середовищ з врахуванням анізотропії в'язкопружних властивостей матеріалу, механізмів переродження залишкових деформацій.

Досліджено адекватність математичної моделі та порядок збіжності алгоритму МСЕ для в'язкопружної області деформування капілярно-пористих матеріалів. На основі статистичного критерію на базі коефіцієнта кореляції показано задовільну збіжність чисельного моделювання з відомими результатами, отриманими для часткових випадків.

У **четвертому розділі** дисертації наведено застосування розроблених математичних моделей та прикладних програмних засобів для дослідження динаміки зміни температури, вологовмісту, концентрації рідини, пари та пароповітряної суміші і в'язкопружного деформування у процесі сушіння. Для проведення чисельних експериментів опрацьовано експериментальні дані. Уточнено значення деяких теплофізичних характеристик деревини, зокрема коефіцієнта вологопровідності як функції від температури і вологості: $a_{m1}(T, U) = a_{m1}(T) a_{m2}(U)$, $a_{m1}/a_{m2} = 1,25$. Для визначення коефіцієнта вологообміну використано залежність $\alpha = 0,95 \left(T / \varphi \varepsilon \exp(-2\sigma V_p / rTR) \right) 10^{-9}$, де V_p , σ – молярний об'єм та поверхневий натяг рідини, φ – відносна вологість середовища. Значення $r = r(U)$ отримано шляхом моделювання структури деревини як системи непостійних капілярів радіуса r , який залежить від вологості. У чисельних експериментах приймалися такі значення

фізичних параметрів: для повітряної та парогазової фази: $c_0 = 9,05 \cdot 10^2$ Дж/(кг·К); $\alpha_{II} = 3,3 \cdot 10^{-4}$ Вт/(м²·К); $\epsilon_{II} = 284$ Дж/(кг·К); $R_{III} = 8,3144$ Дж/(моль·К); $\epsilon_{III} = 461,9$ Дж/(кг·К); $\lambda_{III} = 0,0248$ Вт/(м·К); $c_{III} = 2,034 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); для рідкої фази: $\rho_p = 10^3$ кг/м³; $\lambda_p = 0,648$ Вт/(м·К); $c_p = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); $\alpha_p = 6 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м²·К); для твердої фази: $\rho_T = 1540$ кг/м³; $\lambda_T = 0,3$ Вт/(м·°С); $c_T = 3,7 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); $\alpha_T = 1,66 \cdot 10^{-3}$ Вт/(м²·К).

Аналіз зміни температури і вологості деревини сосни у процесі сушіння свідчить, що врахування конденсації пари зумовлює незначне зменшення часу видалення рідкої фази у порівнянні зі збільшенням тривалості видалення вологи у рідкій фазі (рис.1). Крива 3 характеризує більш інтенсивніше паровидалення на початку процесу, оскільки частина парогазової суміші рухається всередину матеріалу і конденсуючи забезпечує нагрівання тіла. У процесі сушіння з підвищенням температури і зменшенням вологості тиск парогазової суміші досягає максимальних значень. Збільшення температури агента сушіння інтенсифікує динаміку тиску парогазової суміші у деревині. Його значення стають максимальними для найбільшої та найменшої концентрації відповідно твердої та рідкої фаз.

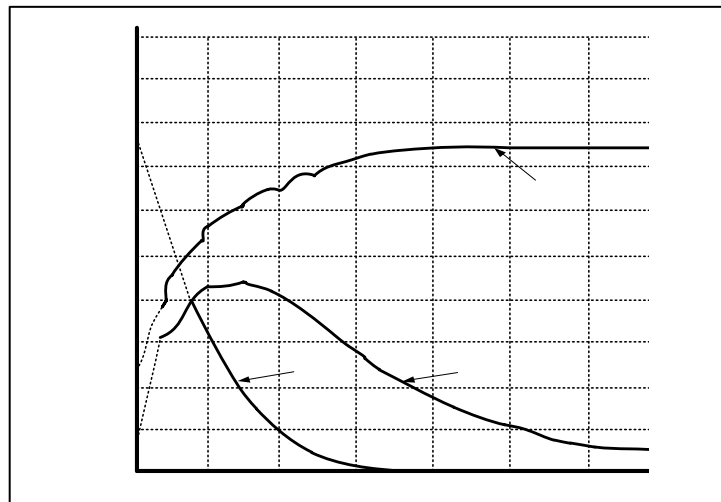


Рис. 1. Зміна температури $(T - T_0)/T_0$ (крива 1), рідкої $(U_p - U_0)/U_0$ (крива 2) і парогазової фази $(U_n - U_0)/U_0$ (крива 3) у процесі конвективного сушіння деревини

Графічно відображені нерівномірності розподілу вологості зумовлені фазовими переходами між рідкою і пароповітряною фазами. Проте на початкових етапах перехідного процесу інтенсивна зміна температури і вологості для всіх фаз спостерігається на поверхні матеріалу. На рис. 2 показано зміну об'ємного вмісту фаз деревини сосни залежно від вологості, а рис. 3 характеризує зміну в часі об'ємного вмісту рідкої фази. Необхідно зазначити, що відмінність розподілу температурних полів з плином тривалості сушіння деревини посилюється, а саме температура твердої фази зростає, а збільшення температури рідкої фази сповільнюється, і вона не перевищує температури насиченої пари.

0,9

0,8

0,7

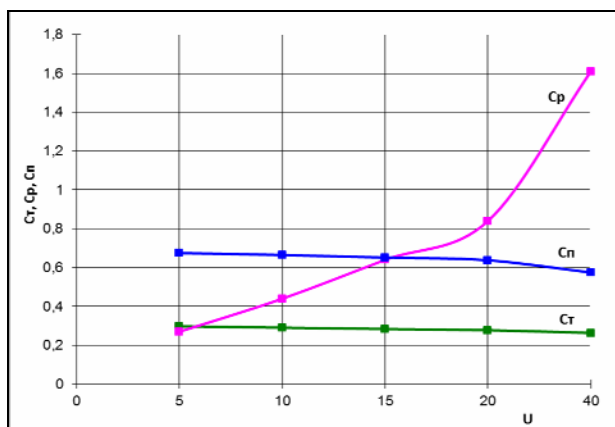


Рис. 2. Розрахункові значення об'ємного вмісту фаз для деревини сосни

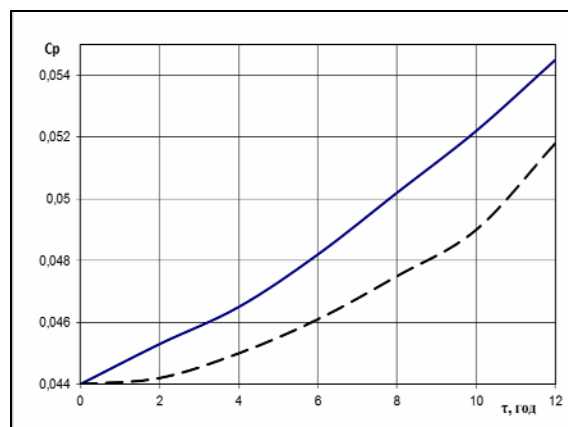


Рис. 3. Зміна у часі об'ємного вмісту рідкої фази (1 – на поверхні, 2 – у деревині)

Аналіз графічних залежностей розподілу вологовмісту і температури у деревній пластині (рис. 4 та рис. 5) свідчить про те, що, незважаючи на більші значення температури у твердій фазі порівняно з рідкою, інтенсивність досягнення рівномірних значень у процесі сушіння у рідкій фазі є вищою, ніж у твердій. Такий взаємопротилежний розподіл значень вологовмісту і температури та швидкості їх зміни у різних фазах зумовлюється вищою температуропровідністю води порівняно із зовнішнім теплообміном твердої фази.

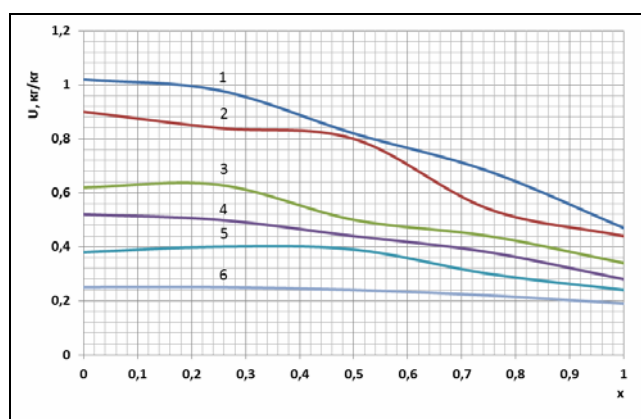


Рис. 4. Розподіл вологовмісту твердої фази у деревній пластині для різних значень часу (крива 1 – 10 год; 2 – 20 год; 3 – 30 год; 4 – 40 год; 5 – 50 год; 6 – 60 год)

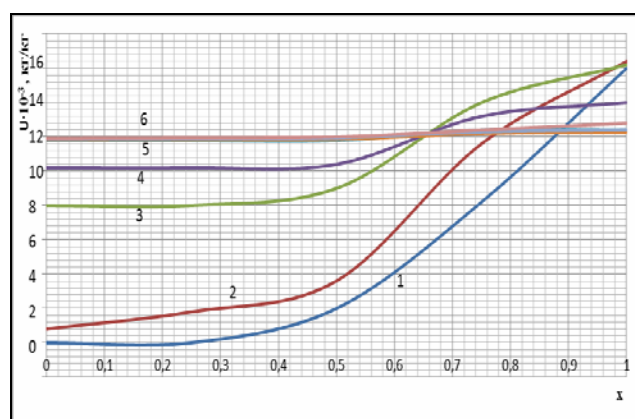


Рис. 5. Розподіл вологовмісту пароповітряної фази у деревній пластині для різних значень часу (крива 1 – 10 год; 2 – 20 год; 3 – 30 год; 4 – 40 год; 5 – 50 год; 6 – 60 год)

Температура у газовій фазі досягає значень, які на порядок вищі, ніж в інших фазах. Окрім цього, інтенсивність зміни парогазової та рідкої фаз суттєво змінюється у процесі зневоднення деревини. Спостерігається значний вплив структурної анізотропії деревини на ці процеси. На початковій стадії процесу для взірців пиломатеріалів радіального напрямку значення парогазової суміші збільшується від центральної частини до поверхні. Для тангенціальних взірців

розподіл парогазової суміші є більш рівномірним. Інтенсивність фазових переходів навіть для початкових етапів зневоднення деревини неоднакова у різних точках деревини і суттєво залежить від тиску парогазової суміші.

Результати здійсненого математичного моделювання узгоджуються з результатами експериментальних досліджень та даними щодо розподілу температури і вологості в гомогенному середовищі для часткових випадків. Зокрема, модельні значення температури твердої фази є близькими до вимірної температури поверхні, а температура рідкої фази більше відповідає температурі в центрі деревної пластини за відомими експериментальними даними. Початковий нерівномірний розподіл вологості суттєво впливає на розподіл вологості у деревині у результаті випаровування рідини і зникнення парової фази. Тиск парогазової суміші має максимальні значення у центральній зоні деревної пластини. У процесі зневоднення деревини спостерігається зменшення зони формування максимальних значень тиску парогазової суміші, а самі значення знижуються.

Аналіз розподілу температури і перенесення вологи у рідкій, твердій і повітряній фазах свідчить про те, що математичні моделі дозволяють прогнозувати особливості взаємопов'язаних процесів перенесення у різних фазах і враховувати фізичну нелінійність цих процесів, зумовлену залежністю фізичних властивостей деревини від температури і вологості.

ВИСНОВКИ

У дисертації розв'язано актуальну наукову задачу математичного моделювання деформаційно-релаксійних і тепломасообмінних процесів у гігроскопічних капілярно-пористих матеріалах як анізотропних трифазних середовищах, що має важливе значення для розроблення та обґрунтування енергоощадних технологій гідротермічного оброблення деревини за умови забезпечення необхідної якості продукції.

1. Побудовано математичну модель реологічної поведінки деревини як трифазного середовища з врахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик, яка дає змогу враховувати пружні і в'язкопружні та залишкові деформації деревини залежно від зміни капілярно-пористої структури матеріалу.

2. Сформульовано математичну модель тепломасоперенесення для періодів сталої і спадаючої швидкості сушіння капілярно-пористих матеріалів у виді взаємозв'язаних крайових задач з граничними умовами першого і третього родів. На відміну від існуючих моделей, вона дає змогу знаходити залежності перенесення тепла, вологи, пари, повітря і пароповітряної суміші та прогнозувати їхню зміну для періодів процесу сушіння деревини. Показано задовільну узгодженість результатів математичного моделювання з відомими експериментальними дослідженнями для часткових випадків, що підтверджує адекватність побудованих математичних моделей.

3. Розв'язано важливу для процесу сушіння задачу визначення в'язкопружного деформування деревини як трифазної системи з врахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик. Встановлено нові закономірності впливу технологічних параметрів сушіння на процеси в'язкопружного

деформування і тепломасоперенесення у твердій, рідкій і паровій фазах для деревини. Врахування різних механізмів перенесення у фазах уможливорює уточнення технологічних характеристик процесу сушіння. Зокрема, експериментальні дані щодо неоднаковості температури рідкої і твердої фаз, а також різної інтенсивності процесів перенесення у фазах засвідчують необхідність застосування багатофазних моделей для моделювання процесів сушіння.

4. Розроблено прикладне програмне забезпечення для чисельної реалізації математичних моделей на основі адаптації методу скінчених елементів для в'язкопружної області деформування багатофазного середовища зі змінними вологісними полями. Об'єктно-орієнтоване програмне забезпечення базується на задокументованих класах, що уможливорює їх повторне використання у рамках компонентного підходу для розроблення інших прикладних програмних засобів.

5. Розроблена на основі інтегрального методу процедура визначення функцій реологічної поведінки деревини шляхом апроксимації експериментальних даних повзучості у виді лінійної компіляції експоненціальних функцій дає змогу розраховувати динаміку в'язкопружних деформацій та підвищити точність апроксимації експериментальних даних.

6. Практичне значення використання матеріалів дисертаційної роботи: програмно-алгоритмічний комплекс скінченно-елементного розрахунку деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів у багатофазних середовищах прийнято до практичного використання та впровадження на ВКФ "Ледас-Україна" (м. Хуст, Закарпатська обл.) з метою здійснення раціонального вибору режимних параметрів процесу сушіння деревини. Результати наукових досліджень впроваджено у навчальний процес Національного лісотехнічного університету України.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Mokrytska O. Mathematical simulation of deformational and relaxation process in capillary-porous materials / O. Mokrytska, Ya. Sokolowskyu // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість : міжвідомчий науково-технічний збірник. – Львів : НЛТУ України, 2010. – Вип. 36. – С. 116-124.

2. Соколовський Я. І. Об'єктно-орієнтована реалізація методу скінчених елементів для розрахунку в'язкопружного стану капілярно-пористих матеріалів / Я. І. Соколовський, О. В. Мокрицька // Вісник Національного університету „Львівська політехніка” : Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів : Вид-во НУ „Львівська політехніка”, 2011. – № 710. – С. 181-188.

3. Соколовський Я. І. Чисельне моделювання в'язкопружного деформування капілярно-пористого матеріалу / Я. І. Соколовський, О. В. Мокрицька // Вісник Національного університету „Львівська політехніка” : Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів : Вид-во НУ „Львівська політехніка”, 2011. – № 719. – С. 184-190.

4. Соколовський Я. І. Математичне моделювання та аналіз деформаційно-релаксаційного стану в деревині у процесі сушіння / Я. І. Соколовський, А. В. Бакалець, О. В. Мокрицька // Вісник Національного університету „Львівська

політехніка” : Комп’ютерні системи проектування. Теорія і практика. – Львів : Вид-во НУ ”Львівська політехніка”, 2011. – № 711. – С. 82-90.

5. Соколовський Я. І. Математична модель в’язкопружного деформування капілярно-пористих матеріалів / Я. І. Соколовський, О. В. Мокрицька // Науковий вісник Національного лісотехнічного університету України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : НЛТУ України, 2011. – Вип. 21.2. – С. 320 – 328.

6. Патент України на корисну модель №70511 МПК G01B 17/04 “Ультразвуковий спосіб визначення деформацій повзучості деревини з врахуванням розвантаження”/ І. Д. Капран, Я. І. Соколовський, О. В. Мокрицька // зареєстрований в Державному реєстрі патентів України на корисні моделі 26.12.2011, чинний з 11.06.2012, Бюл. №11.

7. Sokolowskyu Ya. Mathematical modeling of the two-dimensional nonisothermal moisture transfer and viscoelasticity state of wood in the process of drying / Ya. Sokolowskyu, A. Bakalets, O. Mokrytska, I. Boretska, I. Kapran // Міжнародна наукова конференція “Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту (ISDMCI’2011)” – м. Євпаторія (АР Крим, Україна) 2011. – Євпаторія, 2011. – С. 19-26.

8. Sokolowskyu Ya. Mathematical modeling and analysis of viscoelastic deformation of capillary-porous materials / Ya. Sokolowskyu, O. Mokrytska, M. Fedoriv-Lys, A. Zdolbytskyu // Computer Science and Informational Technologies: Materials of the 6th International Science and Technical Conference CSIT-2011. – Львів : НУ “ЛП”, 2011. – С. 214-217.

9. Соколовський Я. І. Математичне та програмне забезпечення автоматизації розрахунку деформаційно-релаксаційних та тепломасообмінних процесів у капілярно-пористих матеріалах / Я. І. Соколовський, О. В. Мокрицька, І. М. Крошній, І. Б. Борецька, І. Д. Капран // VIII Всеукраїнська науково-практична конференція “Комп’ютерне моделювання та інформаційні системи в економіці, науці і освіті”. – Черкаси – Одеса, 2011. – С. 145.

10. Соколовський Я. І. Автоматизація процесів моделювання деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів у капілярно-пористих матеріалах / Я. І. Соколовський, О. В. Мокрицька, І. М. Крошній, І. Д. Капран, А. П. Здолбіцький // Міжнародна конференція “Системний аналіз та інформаційні технології” SAIT – 2011. – Київ : ННК “ІПСА” НУТУ “КП”, 2011. – С. 159.

11. Соколовський Я. І. Моделювання тепломасообмінних полів у висушуваній деревині з врахуванням пружних, в’язкопружних і пружнопластичних деформацій / Я. І. Соколовський, І. М. Крошній, О. В. Мокрицька, В. І. Яркун // Міжнародна наукова конференція “Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту”. – Херсон : ХНТУ, 2012. – С. 191-193.

12. Sokolowskyu Ya. Mathematical modeling of the nonisothermal moisture transfer and viscoelasticity state of wood in the process of drying / Ya. Sokolowskyu, A. Bakalets, O. Mokrytska // IV International Scientific Technical Conference “Energy Saving Technologies for Drying and Hydrothermal Processing (DHTP-2011)”. – Moscow, 2011. – P. 78-89.

13. Соколовський Я. І. Алгоритмічно-програмне забезпечення системи моделювання процесу сушіння капілярно-пористих матеріалів / Я. І. Соколовський,

І. М. Крошний, О. В. Мокрицька, А. П. Здолбіцький // II-га науково-технічна конференція “Обчислювальні методи і системи перетворення інформації”. – Львів : ІППММ-ФМІ, 2012. – С. 54-55.

14. Соколовський Я. І. Автоматизована система моделювання взаємозв'язних деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів у капілярно-пористих матеріалах / Я. І. Соколовський, О. В. Мокрицька, М. Ф. Сало, В. М. Шиманський, А. П. Здолбіцький // Міжнародна науково-технічна конференція ИНФОТЕХ-2011. – Севастополь : СНТУ, 2011. – С. 105.

15. Sokolowskyu Ya. Mathematical model of deformational and relaxation process in capillary-porous materials / Ya. Sokolowskyu, O. Mokrytska // Міжнародна науково-практична конференція молодих вчених і студентів “Информационные процессы и технологии “Информатика – 2012”. – Севастополь, 2012. – С. 98.

16. Sokolowskyu Ya. Mathematical modeling and analysis of viscoelastic deformation of capillary-porous materials / Ya. Sokolowskyu, O. Mokrytska, I. Kapran // VIIIth International Conference “Porous materials” (INTERPOR'12): Theory and Experiment” / Centre of Mathematical Modelling. – Львів : НУ “ЛП”, 2012. – С. 109-111.

17. Соколовський Я. І. Автоматизація аналізу та моделювання деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів / Я. І. Соколовський, І. Б. Борецька, О. В. Мокрицька, В. М. Шиманський, А. П. Здолбіцький // VI науково-практична конференція з міжнародною участю “Математичне та імітаційне моделювання систем “МОДС 2011”. – Чернігів, 2011. – С. 74-75.

АНОТАЦІЇ

Мокрицька О.В. Математичне моделювання в'язкопружного стану деревини у процесі сушіння як багатофазної системи. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю: 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Національний університет “Львівська політехніка” Міністерство освіти і науки України, Львів, 2013.

Дисертація присвячена вирішенню наукової задачі математичного моделювання деформаційно-релаксійних і тепломасообмінних процесів у гігроскопічних капілярно-пористих матеріалах як анізотропних трифазних середовищах, що має важливе значення для розроблення та обґрунтування енергоощадних технологій гідротермічного оброблення деревини із забезпеченням необхідної якості продукції. Сформульовано математичну модель тепломасоперенесення для періодів сталої і спадаючої швидкості сушіння капілярно-пористих матеріалів. Побудовано математичну модель реологічної поведінки деревини як трифазного середовища з врахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик. Розроблено прикладне програмне забезпечення для чисельної реалізації математичних моделей на основі адаптації методу скінченних елементів. Об'єктно-орієнтоване програмне забезпечення базується на задокументованих класах, що уможливорює їх повторне використання. Показано

задовільну узгодженість результатів математичного моделювання з відомими експериментальними дослідженнями для часткових випадків, що підтверджує адекватність побудованих математичних моделей. Розв'язано важливу для процесу сушіння задачу визначення в'язкопружного деформування деревини як трифазної системи з врахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик. Встановлено нові закономірності впливу технологічних параметрів сушіння на процеси в'язкопружного деформування і тепломасоперенесення у твердій, рідкій і паровій фазах для деревини.

Ключові слова: математична модель, в'язкопружне деформування, тепломасоперенесення, багатофазна система, метод скінченних елементів, об'єктно-орієнтоване програмування, сушіння деревини.

Мокрицкая О.В. Математическое моделирование вязко-упругого состояния древесины в процессе сушки как многофазной системы. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности: 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Национальный университет “Львовская политехника” Министерство образования и науки Украины, Львов, 2013.

Диссертация посвящена решению научной задачи математического моделирования деформационно-релаксационных и тепломассообменных процессов в гигроскопичных капиллярно-пористых материалах как анизотропных трехфазных средах, которая имеет важное значение для разработки и обоснования энергосберегающих технологий гидротермической обработки древесины при обеспечении требуемого качества продукции. Построена математическая модель реологического поведения древесины как трехфазной среды, состоящей из твердой (древесное вещество), жидкой и паровоздушной фаз с учетом анизотропии тепломеханических характеристик, которая позволяет учитывать упругие и вязкоупругие деформации древесины в зависимости от изменения капиллярно-пористой структуры материала. Совокупность микрокапилляров представляет собой систему цилиндров в клетках древесины с переменным радиусом в зависимости от влажности в гигроскопической области древесины. Система макрокапилляров древесины моделируется различными анатомическими элементами для разных пород и описывается совокупностью параллельных капилляров различных радиусов в клеточных стенках древесины.

Математическое моделирование связи между компонентами напряжений и деформаций для твердой фазы (древесина скелета) с учетом анизотропии механических свойств базируется на интегральных уравнениях Больцмана – Вольтера, которые дополнены зависимостью усыхания гигроскопических материалов от влажности. Математические модели для определения концентрации жидкости и пара, воздуха и паровоздушной смеси в древесной пластине предложены в виде дифференциальных уравнений влагопроводности с граничными условиями, характерными для первого и второго процессов сушки. Основываясь на

известных решениях этих дифференциальных уравнений, а также уравнений состояния газовой фазы и закона Дальтона с учетом доли свободного объема материала от жидкости, получены общие закономерности распределения влажности и концентрации газовой смеси в древесной пластине.

Разработано объектно-ориентированное прикладное программное обеспечение для численной реализации полученных математических моделей вязко-упругого деформирования древесины с учетом многофазности, которое базируется на задокументированных классах, что позволяет их повторное использование в рамках компонентного подхода для разработки других прикладных программных средств. Для численной реализации математической модели адаптирован метод конечных элементов на вязко-упругую область деформирования гетерогенной среды. Для этого получено эквивалентное вариационное формулирование математической модели определения вязко-упругого состояния на основе использования принципа минимума полной потенциальной энергии. Показано удовлетворительную согласованность результатов математического моделирования с известными экспериментальными исследованиями для частных случаев, что подтверждает адекватность построенных математических моделей. Решена важная для процесса сушки задача определения вязко-упругого деформирования древесины как трехфазной системы с учетом анизотропии тепломеханических характеристик. Установлены новые закономерности влияния технологических параметров сушки на процессы вязкоупругого деформирования и тепломассопереноса в твердой, жидкой и паровой фазах для древесины. Учет различных механизмов переноса в фазах позволяет уточнять технологические характеристики процесса сушки.

Ключевые слова: математическая модель, вязко-упругое деформирование, тепломассоперенос, многофазная система, метод конечных элементов, объектно-ориентированное программирование, сушки древесины.

Mokrytska O. Mathematical simulation of viscoelastic state of wood during drying as a multiphase system. - Manuscript.

Dissertation for the degree of Ph.D., specialty 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods. – Lviv Polytechnic National University, Lviv, 2013.

The thesis is devoted to the solution of scientific problems of mathematical modeling of deformation-relaxation and heat and mass transfer processes in hygroscopic capillary-porous materials as three-phase anisotropic environments, which is essential for the development and grounding of energy-saving technologies for hydrothermal wood treatment, provided that the required product quality is achieved. Mathematical model of heat and mass transport for periods of constant and falling drying rate of capillary-porous materials is formulated. Mathematical model of the rheological behavior of wood as a three-phase environment, taking into account the anisotropy of heat and mechanical properties, is developed. Applied software for numerical implementation of mathematical models based on adaptation of finite element method is developed. Object-oriented software is based on documented classes, allowing to reuse them. Satisfactory agreement of the results of mathematical modeling with known experimental studies for particular

instances is shown, thus confirming the adequacy of the developed mathematical models. An important task of defining visco-elastic deformation of wood as a three-phase system, taking into account the anisotropy of mechanical properties, is solved. New regularities for influence of technological parameters on visco-elastic deformation and heat and mass transport in solid, liquid and vapor phases in the process of drying wood were found out.

Keywords: mathematical model, viscoelastic state, heat and mass transfer, multiphase system, finite element method, object-oriented programming, drying wood.