

## ВПЛИВ ГРАНИЧНИХ ЗНАЧЕНЬ ЖОРСТКОСТІ КОРПУСУ ТА ОПОР НА СТАН ОБЕРТОВОГО АГРЕГАТА

© Дзюбик Л.В., 2013

**Розвинуто математичну модель корпусу обертового агрегата у вигляді нерозрізної балки кусково-сталого згинної жорсткості, яка розміщена на пружних опорах із можливим їх вертикальним зміщенням для різних випадків значень заданих жорсткостей. Проведено числовий аналіз впливу жорсткості корпусу на прогин та моменти для восьмиопорного обертового агрегата. Досліджено, як змінюються моменти на опорах та у прогонах за зміни жорсткості корпусу.**

**A mathematical model of a rotating body of the unit as a continuous beam piecewise constant flexural rigidity, which is located on elastic supports with their possible vertical offset values for the cases of specified stiffness has been developed. The numerical analysis of the stiffness beam impact on the deflection and moments for eight reference rotating unit has been conducted. It has been investigated how the moments on poles and run with increasing rigidity of the body change.**

**Постановка проблеми.** Сучасні тенденції виготовлення та переробки сипких сумішей зумовлюють застосування нових технологічних і технічних рішень з метою підвищення економічності процесів. При цьому значну увагу приділено основі усього виробничого циклу – великогабаритним обертовим агрегатам [1, 2]. Переважно їх модернізація полягає у переході від “мокрого” до “напівсухого” та “сухого” способів переробки матеріалів [3, 4]. Це передбачає збільшення потужності конструкції, зменшення геометричних розмірів та металомісткості, а також менші енергетичні затрати на обертання корпусу загалом [3]. При цьому необхідно комплексно розглядати взаємодію елементів у системі “корпус-опори” для забезпечення необхідних експлуатаційних характеристик.

**Аналіз відомих досліджень і публікацій.** Енергетичні затрати на обертання корпусу агрегата можуть змінюватися у широкому діапазоні залежно від положення опор, жорсткості корпусу, прямолінійності осі його обертання, а також податливості окремих елементів [1, 2, 5]. Тому використання конструкцій, що мають підвищену жорсткість вузлів, порівняно з існуючими сьогодні є важливим та актуальним завданням [6, 7]. Зокрема, застосування вварних бандажів дає змогу значно підвищити надійність опор, збільшити жорсткість корпусу, термін служби футерівки. Однак у разі викривлення осі обертання це негативно впливає на перерозподіл навантажень на опори та корпус агрегата [8]. Питання впливу жорсткості цих елементів на несучу здатність конструкції, величину згинних моментів досліджено недостатньо. Також важливим є розроблення математичної моделі системи “корпус-опори” обертового агрегата та її вивчення для різних граничних станів.

**Постановка завдання.** Мета роботи – дослідити стан обертового агрегата для граничних значень жорсткості корпусу та опор.

**Основний матеріал.** Під час розрахунку на міцність великогабаритних обертових агрегатів неперервної дії існують чотири розрахункові схеми взаємодії елементів у системі “корпус-опори” залежно від їх жорсткості (податливості). Характеристику цих схем наведено в табл. 1. Тут,  $D_m$  – визначає жорсткість корпусу агрегата, а величина  $k_i$  – податливість опор.

Розрахункові схеми корпусу обертового агрегата

1	2	3	4
жорстка балка – жорсткі опори	жорстка балка – пружні опори	пружна балка – жорсткі опори	пружна балка – пружні опори
$D_m = \infty$ $\kappa_i = 0$	$D_m = \infty$ $0 \leq \kappa_i \leq \infty$	$0 \leq D_m \leq \infty$ $\kappa_i = 0$	$0 \leq D_m \leq \infty$ $0 \leq \kappa_i \leq \infty$

Випадки **1** і **2** не мають практичного застосування через особливості досліджуваного об'єкта: корпус агрегата не є абсолютно жорстким тілом, що враховується під час проведення обчислень. Найвивченішим сьогодні є випадок **3**: балки сталого та змінного поперечного перерізів на жорстких опорах. Він застосовується на практиці під час проектування та розрахунку великогабаритних обертових агрегатів [5, 8]. Для випадку **4**, коли корпус та опорні вузли є пружними, використовується модель корпусу у вигляді нерозрізної балки кусково-сталого згинної жорсткості, яка розміщена на пружних опорах із можливим їх вертикальним зміщенням [9].

*Аналітичні викладки.* Для різних граничних значень заданих жорсткостей використаємо систему визначальних рівнянь (1 – 3), яка отримана у [9] для балки трубчастого перерізу (рис. 1):

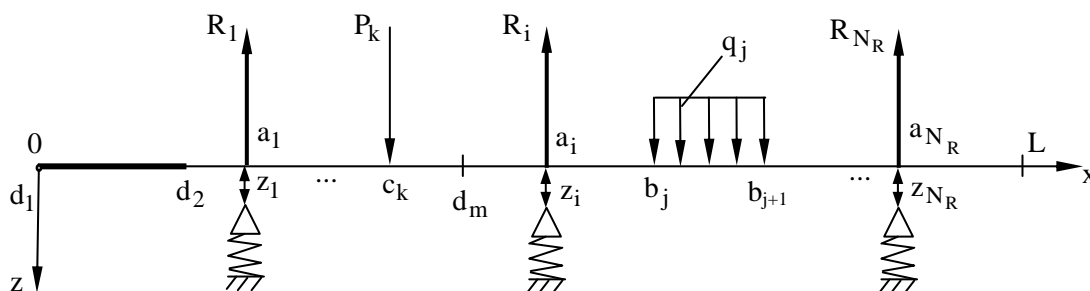


Рис. 1. Розрахункова схема балки на пружних опорах

$$\sum_{i=1}^{N_R} R_i (L - a_i) + \sum_{k=1}^{N_P} P_k (L - c_k) + \sum_{j=1}^{N_q} q_j \Delta_j (L - b_j^0) = 0; \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{N_R} R_i + \sum_{k=1}^{N_P} P_k + \sum_{j=1}^{N_q} q_j \Delta_j = 0; \quad (2)$$

$$w_0 + \theta_0 a_i + \sum_{m=1}^{N_R} R_m \theta(a_i - a_m) K(a_i, a_m) + \kappa_i R_i = z_i - \sum_{k=1}^{N_P} P_k \theta(a_i - c_k) K(a_i, c_k) - \sum_{j=1}^{N_q} q_j H_j(a_i), \quad (3)$$

де  $a_i, \kappa_i, z_i, i=1, N_R$  – координати, коефіцієнти податливості та початкові зміщення опор;  $[d_m, d_{m+1}), m=1, 2, \dots, N_D$  – окремі ділянки корпусу, де жорсткість на згин  $D_m = (\pi d_{Tm}^3 h_m E_m) / 8$  є сталюю,  $d_{Tm}, h_m, E_m$  – відповідно діаметр, товщина та модуль Юнга для  $m$ -ї ділянки труби; у точках  $c_k, k=1, 2, \dots, N_P$  на корпус діють зосереджені зусилля  $P_k$ , а на ділянках  $[b_j, b_{j+1}), j=1, N_q$  (у межах ділянки сталого жорсткості) розподілені зусилля сталої інтенсивності  $q_j$ . Позначимо  $\Delta_j = b_{j+1} - b_j$  – довжина ділянки сталого навантаження, а  $b_j^0 = (b_{j+1} + b_j) / 2$  – їх центри;  $R_i,$

$i=1, N_R$  – реакції опор;  $\delta(x)$  – дельта-функція Дірака,  $\theta(x)$  – функція Хевісайда;  $K(x, \alpha)$  – функція Коші;  $w_0, \theta_0, M_0, Q_0$  – початкові параметри прогину, кута повороту, згинного моменту та перерізуючої сили;  $H_j(x)$  – інтеграл від функції Коші.

Граничними для балки є випадки, коли вона характеризується нульовою жорсткістю або коли балка є абсолютно жорсткою:

$$D_m \rightarrow 0 \text{ та } D_m \rightarrow \infty, \quad m=1, N_D. \quad (4)$$

Тоді для функції Коші  $K(x, \alpha)$  [9, 10] та інтегралів від неї  $H_j(x)$  [9, 10] у цих випадках матимемо відповідно

$$K(x, \alpha) \rightarrow \infty, \quad H_j(x) \rightarrow \infty \quad (5)$$

та

$$K(x, \alpha) \rightarrow 0, \quad H_j(x) \rightarrow 0. \quad (6)$$

Граничними для опор є випадки, коли вони абсолютно жорсткі ( $\kappa_i = 0, i=1, N_R$ ) та абсолютно податливі (мають нульову жорсткість), тобто:  $\kappa_i = +\infty, i=1, N_R$ .

*Випадок 1*, коли згинна жорсткість балки та опор є нескінченними:

$$D_m \rightarrow \infty, \quad m=1, N_D; \quad \kappa_i = 0, \quad i=1, N_R. \quad (7)$$

Тоді балка переміститься як жорстке ціле:

$$w(x) = w_0 + \theta_0 x, \quad (8)$$

а рівняння (3) вироджуються до таких:

$$w_0 + \theta_0 a_i = z_i, \quad i=1, N_R. \quad (9)$$

Система буде кінематично визначеною, коли розв'язок системи рівнянь (9) існує та є єдиний. Це можливо лише за умови, що усі попередньо зміщені опори лежать на одній прямій.

Для статичної визначеності системи необхідні існування та єдність розв'язку системи рівнянь (1) – (2), що можливо лише у випадку двох опор.

*Випадок 2*, коли згинна жорсткість балки нескінченна, а жорсткість опор скінченна:

$$D_m \rightarrow \infty, \quad m=1, N_D; \quad 0 < \kappa_i < \infty. \quad (10)$$

У цьому випадку виконуються співвідношення (6). Тому рівняння (1) та (2) залишаються без змін, а рівняння (3) істотно спрощуються:

$$w_0 + \theta_0 a_i + \kappa_i R_i = z_i, \quad i=1, N_R. \quad (11)$$

З цих рівнянь визначаємо  $R_i$ :

$$R_i = -\frac{1}{\kappa_i} w_0 - \frac{a_i}{\kappa_i} \theta_0 + \frac{z_i}{\kappa_i}, \quad i=1, N_R. \quad (12)$$

Підставляємо ці вирази у рівняння (1) та (2) і отримуємо

$$\left\{ \begin{aligned} w_0 \sum_{i=1}^{N_R} \frac{l-a_i}{\kappa_i} + \theta_0 \sum_{i=1}^{N_R} \frac{a_i(l-a_i)}{\kappa_i} &= \sum_{i=1}^{N_R} \frac{z_i(l-a_i)}{\kappa_i} + M_l; \end{aligned} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{aligned} w_0 \sum_{i=1}^{N_R} \frac{1}{\kappa_i} + \theta_0 \sum_{i=1}^{N_R} \frac{a_i}{\kappa_i} &= \sum_{i=1}^{N_R} \frac{z_i}{\kappa_i} + P, \end{aligned} \right. \quad (14)$$

де

$$P = \sum_{k=1}^{N_P} P_k + \sum_{j=1}^{N_Q} q_j \Delta_j, \quad M_l = \sum_{k=1}^{N_P} P_k (l-c_k) + \sum_{j=1}^{N_Q} q_j \Delta_j (l-b_j^0).$$

Розв'язок останньої системи двох рівнянь легко записати аналітично, реакції опор розраховуємо за формулою (11).

Система рівнянь (13) – (14) дещо спрощується, коли податливість усіх опор – однакова:  $\kappa_i = \kappa, i=1, N_R$ :

$$\begin{cases} w_0 \sum_{i=1}^{N_R} (l - a_i) + \theta_0 \sum_{i=1}^{N_R} a_i (l - a_i) = \sum_{i=1}^{N_R} z_i (l - a_i) + \kappa M_l, \\ w_0 N_R + \theta_0 \sum_{i=1}^{N_R} a_i = \sum_{i=1}^{N_R} z_i + \kappa P. \end{cases} \quad (15)$$

Розв'язок системи (15) запишемо за правилом Крамера. Обчислимо визначники:

$$\begin{aligned} \Delta &= \sum_{i=1}^{N_R} a_i \sum_{i=1}^{N_R} (l - a_i) - N_R \sum_{i=1}^{N_R} a_i (l - a_i), \\ \Delta_1 &= \left( \sum_{i=1}^{N_R} z_i (l - a_i) + \kappa M_l \right) \sum_{i=1}^{N_R} a_i - \left( \sum_{i=1}^{N_R} z_i + \kappa P \right) \sum_{i=1}^{N_R} a_i (l - a_i), \\ \Delta_2 &= \left( \sum_{i=1}^{N_R} z_i + \kappa P \right) \sum_{i=1}^{N_R} (l - a_i) - N_R \left( \sum_{i=1}^{N_R} z_i (l - a_i) + \kappa M_l \right). \end{aligned}$$

$$\text{Тоді } w_0 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \theta_0 = \frac{\Delta_2}{\Delta}.$$

*Випадок 3*, коли згинна жорсткість балки скінченна, а опори є абсолютно жорсткими:

$$0 < D_m < \infty, \quad m = 1, N_D; \quad \kappa_i = 0, \quad i = 1, N_R. \quad (16)$$

Цей випадок повністю описується системою рівнянь (1) – (3), яку неможливо істотно спростити.

*Випадок 4*, задано нульову жорсткість балки та нульову жорсткість опор. Він не має практичного змісту та застосування під час розрахунку обертового агрегата. Тому цей випадок не розглядається.

Отже, отримані результати розв'язку системи рівнянь (1) – (3) показують, що у випадку дослідження корпусу обертового агрегата для граничних випадків жорсткості корпусу та опор можна їх істотно спростити. Зокрема, коли згинна жорсткість балки та опор є нескінченними (випадок 1) або коли згинна жорсткість балки нескінченна, а жорсткість опор скінченна (випадок 2), можна отримати для них значно простіші вирази (9) та (15) відповідно. Варіант 3, коли згинна жорсткість балки скінченна, а опори є абсолютно жорсткими, не дає змоги спростити систему рівнянь, але повністю нею описується.

*Числовий аналіз.* Проведемо дослідження впливу жорсткості корпусу на прогин та величину моментів для восьмиопорного обертового агрегата, система навантажень якого наведена в [11]. Застосуємо розвинену вище математичну модель для нерозрізної балки змінного перерізу на пружних опорах (рис. 1) [9]. Розглянемо випадок, коли жорсткість балки поступово зростає. Початкове значення ( $D_m^k$ ) відповідає реальній конструкції та залежить від товщини стінки трубчастої балки в прогонах. Наступні значення отримано, враховуючи такі міркування:  $k = 1, 2, 3$ . Значення приведенного коефіцієнта податливості ( $\kappa_i$ ) прийнято таким, що дорівнює  $0,81 \cdot 10^{-3}$  м/МН.

Отримані прогини конструкцій показано на рис. 2. Тут суцільна лінія відображає прогин реальної конструкції, а решта – прогини під час зростання її жорсткості.

Зростання жорсткості корпусу агрегата приводить до випрямлення його геометричної осі. Однак нерівномірність системи навантаження, зміщення центра мас стосовно серединного перерізу та пружні переміщення в опорних вузлах зумовлюють деякий нахил осі восьмиопорного обертового агрегата.

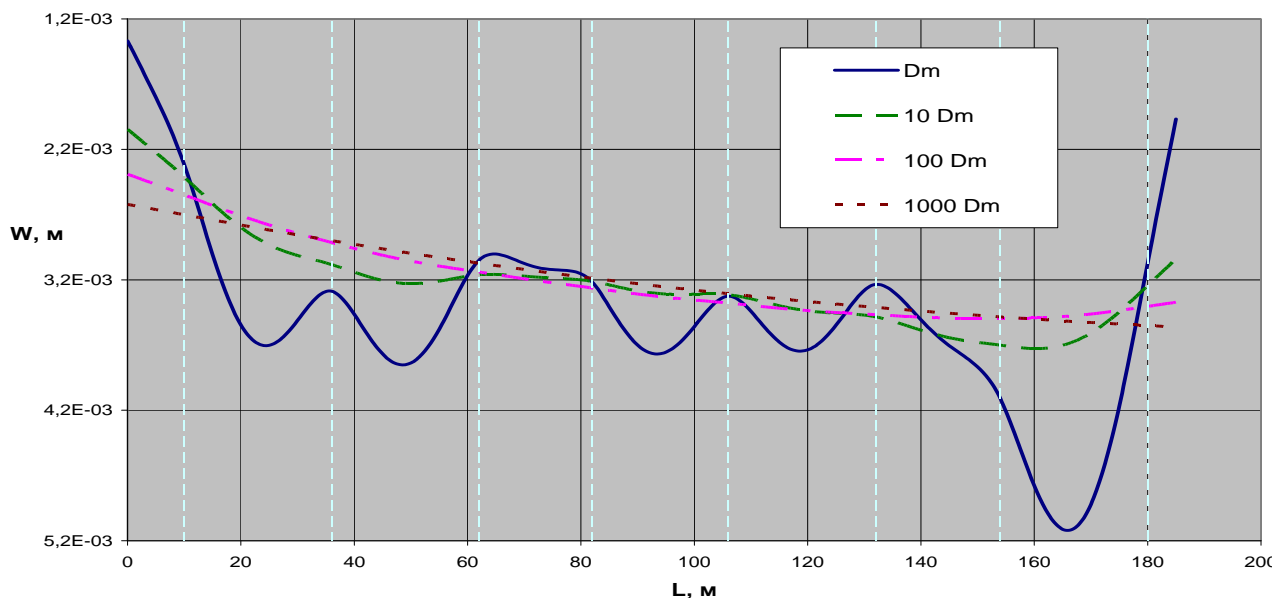


Рис. 2. Величина прогину за зростання згинної жорсткості корпусу на пружних опорах

Істотної різниці між прогинами за підвищеної жорсткості, особливо за  $k = 2$  ( $100 \cdot D_m$ ) і більше, не спостерігається.

Розглянемо, як змінюються моменти на опорах та прогонах за зростання жорсткості корпусу. Вихідні дані аналогічні до попереднього випадку. Результати обчислень показано на рис. 3.

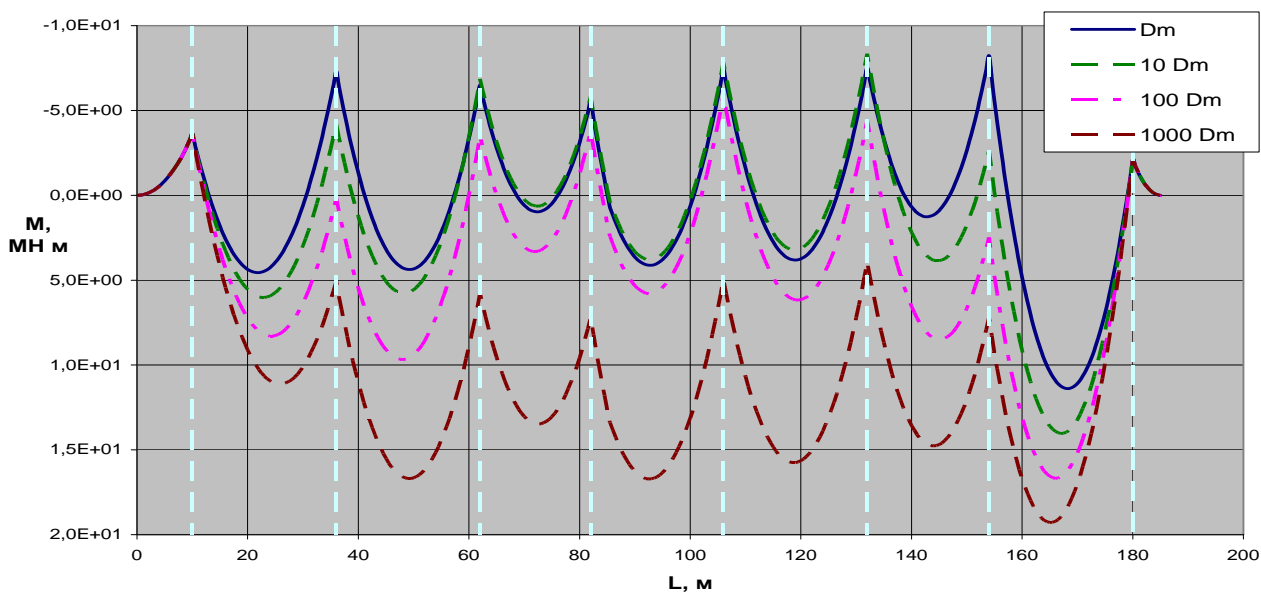


Рис. 3. Розподіл моментів за зростання згинної жорсткості корпусу на пружних опорах

Із зростанням жорсткості корпусу обертового агрегата спостерігається вирівнювання його геометричної осі. Однак при цьому відбувається зміна величини та характер розподілу моментів як на опорах, так і в прогонах агрегата.

**Висновки.** Збільшення жорсткості корпусу великогабаритного обертового агрегата зменшує вплив пружних деформацій опор на сумарні переміщення опорних вузлів. Тому забезпечення прямолінійності осі обертового агрегата за підвищеної жорсткості корпусу спрощується.

Отримано вирази для різних розрахункових схем, що характеризують граничні стани взаємодії елементів у системі “корпус-опори”, залежно від їх жорсткості (податливості).

1. *Процеси та апарати хімічної технології: навч. посіб. – Ч. 3: Теплові процеси, нагрівання, охолодження конструкції теплообмінників, випарювання / Я.М. Ханик, Є.М. Семенишин, О.В. Станіславчук, Д.П. Кіндзера. – Львів: Вид-во Національного університету “Львівська політехніка”, 2006. – 340 с.*
2. *Химико-технологические агрегаты механической обработки дисперсных материалов / Н.М. Варенных, А.Н. Веригин, В.Г. Джангирян, А.Г. Ииутин. – СПб.: Санкт-Петербургский университет, 2002. – 482 с.*
3. *Хапп К.Р. Некоторые соображения по созданию систем производства клинкера большой мощности / К.Р. Хапп // Цемент и его применение. – 2008. – № 6. – С. 36 – 37.*
4. *Сур С.К. Модернизация печи с повышением ее производительности и эффективности работы / С.К. Сур, О. Михельсвирт, Х. Мезер, Д. Шмидт // Цемент и его применение. – 2008. – № 6. – С. 44 – 47.*
5. *Кузьо И.В. Расчет и контроль установки агрегатов непрерывного производства / И.В. Кузьо, Т.Г. Шевченко. – Львов: Вища шк., 1987. – 176 с.*
6. *Повышение эффективности работы вращающихся печей / Е.Г. Древицкий, А.Г. Добровольский, А.А. Коробок. – М.: Стройиздат, 1990. – 224 с.*
7. *Механическое оборудование цементных заводов: учеб. для техникумов / Ф.Г. Банит, О.А. Несвижский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1975. – 318 с.*
8. *Кузьо І.В. Оптимізація раціонального положення оберткових агрегатів / І. В. Кузьо, Л.В. Дзюбик // 8-й Міжнар. симпозіум укр. інж.-мех. у Львові: тези доп., 23 – 25 трав. 2007 р. – Львів, 2007. – С. 84 – 85.*
9. *Дзюбик Л.В. Статична рівновага балки змінної жорсткості на пружних опорах з попереднім зміщенням / Л.В. Дзюбик, І.В. Кузьо, І.А. Прокопишин // Машинознавство. – 2009. – № 11 (149). – С. 27 – 30.*
10. *Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. – Т. 2. – М.: Высш. шк., 1988. – 576 с.*
11. *Кузьо І.В. Розрахунок пружних деформацій опор та точність діагностування оберткових печей / І.В. Кузьо, Л.В. Дзюбик, І. Єфремов // зб. наук. пр.: “Галузеве машинобудування, будівництво”. – 2009. – Т. 3, Вип. 3(25). – С. 135 – 138.*