

П.М. Гащук*, С.В. Нікіпчук

*Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,
кафедра пожежної та аварійно-рятувальної техніки
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра експлуатації та ремонту автомобільної техніки”

ФЕНОМЕНОЛОГІЧНЕ Й МОДЕЛЬНЕ ОЗНАЧЕННЯ ПОНЯТТЯ “КОЕФІЦІЄНТ ОПОРУ КОЧЕННЮ” КОЛЕСА ТРАНСПОРТНОЇ МАШИНИ

© Гащук П.М., Нікіпчук С.В., 2013

Проналізовано аналітичні засоби спрощеного тлумачення явища деформування колеса транспортної машини, які дають можливість змістовно пов'язати у цілісну систему коефіцієнт опору коченню колеса, радіус кочення, динамічний радіус, коефіцієнт проковзування, в'язке тертя у масиві колеса, деформівність і гістерезисність матеріалу шини тощо. Кожна з наведених примітивних моделей може стати змістовно “багатшою”, якщо її у відповідний спосіб удосконалити чи уточнити.

There are analyzed analytical means of simplified interpretation of a vehicle wheel deformation phenomenon, which enable us to meaningfully link the coefficient of wheel rolling resistance, rolling radius, dynamic radius, slippage coefficient, viscous friction in the wheel array, deformability and hysteresibility of the tyre material, etc. into a comprehensive system. Each of the presented primitive models can become significantly "richer" if it is improved and specified.

Постановка проблеми та аналіз досліджень. Теорія кочення колеса транспортного засобу пояснює процеси і явища, що супроводжують дію колісного механізму, розкриває кінематичні, силові й енергетичні співвідношення, що зумовлюють цю дію. Одним з найважливіших в традиційній теорії є поняття “сила опору коченню” і його відповідник – поняття “коефіцієнт опору коченню” f_k [1, 2]. Зокрема, вплив швидкості v руху колеса поступом на спротив коченню феноменологічно відображається на підставі суто емпіричної інформації поліномом

$$f_k \equiv f(v) = \sum_{i=0}^n f_i v^{k_i}, \quad [3]$$

де f_i , k_i , $i = \overline{1, n}$, – незалежні від v параметри (визначувані суто експериментально). Але виявляється сила опору коченню – радше фіктивний силовий чинник.

Аналізуючи рівномірний з деякою заданою кутовою ω (поступною v) швидкістю рух без проковзування ідеального колеса, що під впливом вертикального навантаження Z взаємодіє тільки з горизонтальною твердою поверхнею (про взаємодію з повітрям, скажімо, не йдеться), можна зробити такий висновок (рис. 1): якщо колесо перебуває у тяжкому режимі (рис. 1, а), опоріві коченню протиставляється горизонтальна сила X , яка унаслідок своєї реалізації, породжує горизонтальну реакцію $F_x = F_f$, яку можна було б назвати силою опору коченню; якщо ж колесо перебуває в тяговому стані (рис. 1, б), опоріві коченню протиставляється обертальний момент M , який через своє втілення породжує лише зміщення вперед на віддаль a_f вертикальної реакції поверхні $F_z = Z$. Отож, у разі тягового режиму сила опору коченню як така не простежується. У разі тяжкого режиму сумарні сили $F_d = F_x + F_z$ і $F_a = X + Z$ утворюють пару на плечі a_f , яка рівновелика до пари сил X і F_f на плечі r_k (r_k – радіус колеса). Можна формально сказати, що добуток $M_f = F_f r_k$ – момент опору коченню.

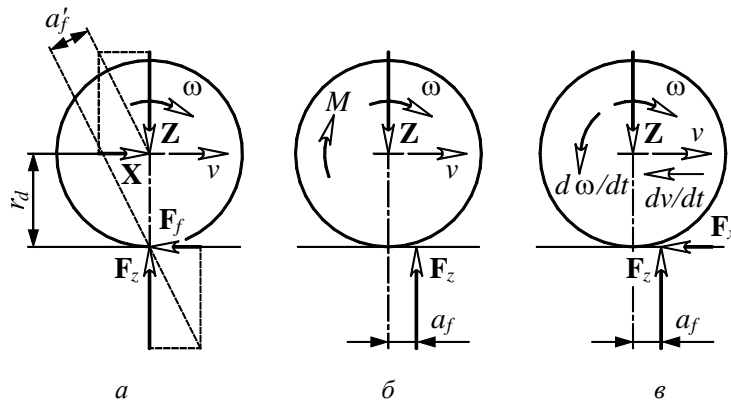


Рис. 1. Схеми сил, що діють на примітивне жорстке колесо

Звісно, тягове колесо споживає деяку потужність $P = M\omega$. Ніщо не заважає запровадити таку умовну (!) силу F_f , яка б задовольняла рівність $F_f v = P = M\omega$. Саме ця сила й може формально правити за силу опору коченню колеса у тяговому режимі. Важливо, що якщо у разі тяглого режиму $Xv = P$, а у разі тяглого режиму $M\omega = P$, то сили F_f в обох випадках мають однакові значення.

Ще один очевидний приклад.

Якщо колесо перебуває у стані вільного бігу (у стані вибігу (рис. 1, в)), його рух описується рівняннями (аеродинамічний опір знову до уваги не береться; можна сказати, що колесо аеродинамічно екрановане)

$$m_k \frac{dv}{dt} = F_x, \quad I_k \frac{d\omega}{dt} = M_f - F_x r_k, \quad v(t=0) = v_0, \quad \omega(t=0) = \omega_0, \quad (1)$$

де m_k і I_k – маса і момент інерції колеса; $M_f = -F_z a_f$ – момент опору коченню; F_x – сила тертя між поверхнею і колесом; v_0 і ω_0 – значення величин v і ω у мить часу $t=0$. Якщо колесо при цьому котиться без ковзання, то

$$v = r_k \omega, \quad \frac{dv}{dt} = r_k \frac{d\omega}{dt}, \quad (2)$$

а отже, рівняння руху набувають вигляду

$$m_k \frac{dv}{dt} = F_x, \quad \frac{I_k}{r_k} \frac{dv}{dt} = M_f - F_x r_k.$$

З них випливає таке співвідношення:

$$\frac{M_f}{F_x} = -\frac{F_z}{F_x} a_f = \frac{I_k}{r_k m_k} + r_k = \text{const} \quad (3)$$

або

$$\frac{M_f}{dv/dt} = -\frac{F_z}{dv/dt} a_f = m_k r_k \left(\frac{I_k}{m_k r_k^2} + 1 \right) = \text{const}.$$

Отже, виглядає так, ніби опір коченню визначають сукупно: і сила F_x , і плече a_f сили F_z . Якщо є підстави стверджувати, що $a_f = \text{const}$, то доведеться визнати й те, що $dv/dt = \text{const}$ та $F_x = \text{const}$ (див. (3) і (1)).

Якою б малою не була величина M_f , завжди знайдеться відповідне F_x , аби колесо котилося без ковзання. Але сповільнення колеса відбуватиметься без проковзування тільки тоді, коли сила F_x не перевищуватиме максимальне значення сили F_μ тертя спокою. Отже, занадто великих значень величини M_f сили F_x може виявитись недостатньо, щоб забезпечити максимально можливе сповільнення центра мас колеса. У разі виникнення проковзування темп зменшення швидкості руху центра мас уповільниться порівняно з темпом зменшення швидкості обертання колеса. Умова

$$v = r_k \omega > 0, \quad \frac{dv}{dt} = r_k \frac{d\omega}{dt} < 0$$

буде порушена, чинними стануть такі співвідношення:

$$v > r_k \omega, \quad \frac{dv}{dt} > r_k \frac{d\omega}{dt}.$$

Величини

$$v_s = v - r_k \omega \quad \text{і} \quad j_s = \frac{dv_s}{dt} = \frac{dv}{dt} - r_k \frac{d\omega}{dt}$$

доречно вважати швидкістю і прискоренням ковзання. Інтенсивність ковзання можна вимірювати так званим коефіцієнтом ковзання, чи

$$s = \frac{v_s}{v} = \frac{v - r_k \omega}{v} = 1 - r_k \frac{\omega}{v}, \quad (4)$$

чи

$$s' = \frac{j_s}{j} = \frac{dv_s/dt}{dv/dt} = \frac{dv/dt - r_k d\omega/dt}{dv/dt} = 1 - r_k \frac{d\omega/dt}{dv/dt} = 1 - r_k \frac{d\omega}{dv}.$$

У цьому разі сила інерції й момент інерції правлять за рушійні чинники і водночас – за “індикатори” опору коченню. Отож, тут силу опору коченню слід означувати як величину

$$F_f = -\frac{m_k \frac{dv}{dt} v + I_k \frac{d\omega}{dt} \omega}{v} = -m_k \frac{dv}{dt} - I_k \frac{d\omega}{dt} \frac{\omega}{v}. \quad (5)$$

Відтак (див. (1), (2)):

$$F_f = -F_x - (M_f - F_x r_k) \frac{\omega}{v} = -\frac{M_f}{r_k} = \frac{a_f}{r_k} F_z \quad \left(f_k = \frac{F_f}{F_z} = \frac{a_f}{r_k} \right) \quad (6)$$

– сила опору не зводиться безпосередньо до сили F_x .

У разі проковзування колеса вираз (5) трансформується у вираз (див. (4), (1)):

$$F_f = -F_x - (M_f - F_x r_k) \frac{\omega}{v} = -F_x s + F_z a_f \frac{1-s}{r_k} = -m_k \frac{dv}{dt} s + F_z \frac{a_f}{r_k} (1-s), \quad (7)$$

звідки

$$f_k = \frac{F_f}{F_z} = -\frac{F_x}{F_z} s + \frac{a_f}{r_k} (1-s) = -\frac{m_k}{F_z} \frac{dv}{dt} s + \frac{a_f}{r_k} (1-s). \quad (8)$$

Вирази (7) і (8) загальніші за відповідні вирази (6): (6) впливає із ((7), (8)) у разі $s \rightarrow 0$. А ще виразові (5) можна надати змістовнішого вигляду:

$$F_f = -\frac{1}{v} \frac{dT}{dt},$$

де $T = (m_k v^2 + I_k \omega^2)/2$ – кінетична енергія колеса.

Навіть цих простих міркувань достатньо, щоб зрозуміти, що означування-визначування сили (і відповідно коефіцієнта) опору коченню – це не суто проблема укладання силового балансу на колесах. Значною мірою дуже корисне поняття сили опору кочення, зумовлене процесом енергоперетворення-енергопересилання у масиві колеса. Отож, було б добре з'ясувати механізм трансформування внутрішніх силових чинників (зокрема, внутрішнього тертя) у зовнішні.

Звісно, допоки про кочення колеса йдеться як про явище, особливо само по собі пізнаване й трактоване в єдності зі своєю сутністю і подаване цілісно в досліді [2, 4, 5], доти можна вважати, що воно тлумачиться суто феноменологічно. Якщо ж властивості колеса взяти з [4–8], покладаючись на моделі пружності, в'язкості, сухого тертя тощо, то йтиметься про методологію модельного відображення явища. Саме модельність відіграватиме у подальшому велику роль.

Основний матеріал. Модель еластичного колеса з внутрішнім в'язким тертям. Втрати механічної енергії й зростання через це опору коченню колеса можна у першому наближенні відсте-

жити у загальний спосіб [4, 8], покладаючись на якусь дуже просту модель колеса та спрощене тлумачення явища його деформування (знеформлення). Суто пружні властивості еластичного колеса могли б імітувати уявне “пружинне колесо” (рис. 2): кожна окрема радіальна пружинка жорсткістю c , досягаючи сліду шини, стискається, а полишаючи його, випрямляється (й без розвіювання енергії коливається за умови, що її та ідеально гнучкий біжник наділено якоюсь масою). А от явище внутрішніх енергетичних втрат можна врахувати, доповнюючи ідеальне “пружинне колесо” гасниками енергії (демпферами) з коефіцієнтом опору k (рис. 2, а), які перетворюють частину роботи деформації у тепло, моделюючи тим самим ефект опору коченню (r_0 – геометричний радіус колеса, z' – радіальна деформація колеса, що відповідає кутовій координаті $\alpha \in [-\alpha_0, \alpha_0]$ в межах сліду l ; z_m – максимальна радіальна деформація в центрі сліду, ω і v – швидкість руху колеса обертом і поступом). Примітивно явище гістерезису можна зімітувати, вводючи в модель ще й сухе тертя, що оцінюється коефіцієнтом k' (рис. 2, б). У ще загальнішому випадку демпфер k можна наділити послідовною пружністю c' . Звісно, ніщо не заважає ускладнити модель ще більше. Але користі від цього не буде.

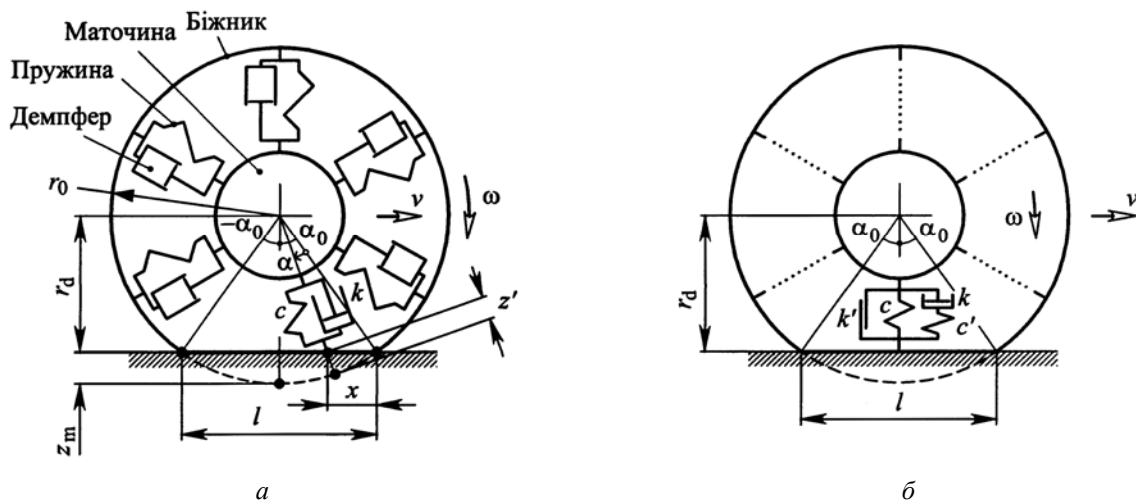


Рис. 2. Модель деформівного колеса з внутрішнім в'язким та внутрішнім сухим тертям

Вважаючи, що деформація колеса симетрична стосовно вертикальної осі (як у нерухомого колеса), і покладаючи, що ніби один елементарний гасник поглинає енергію за ціле колесо, дійдемо висновку, що виконувану колесом за один оберт роботу визначатиме формула

$$W = \frac{2k\omega r_d^2}{3} \tan^3 \alpha_0 = \frac{k\omega l^3}{12 r_d} \quad (\tan \alpha_0 = l/(2r_d)).$$

Вважатимемо також, що поза слідом l гасник роботи не виконує.

Таку саму роботу на лінійному переміщенні, що відповідає одному оберту колеса, виконала б умовна горизонтальна сила опору коченню:

$$F_f = \frac{k\omega r_d^2}{3\pi r_k} \tan^3 \alpha_0 = \frac{k\omega l^3}{24\pi r_d r_k}.$$

Ігноруючи аеродинамічний чинник та оперуючи радіальною жорсткістю c колеса, визначуваною як відношення $c = Z/z_m$ вертикального навантаження Z до спричинюваної ним радіальної деформації z_m колеса, можна зробити висновок, що так званий коефіцієнт опору коченню буде:

$$f_k = \frac{F_f}{Z} = \frac{k\omega r_d^2}{3\pi c r_k z_m} \tan^3 \alpha_0 = \frac{k\omega l^3}{24\pi c r_d r_k z_m}. \quad (9)$$

Добуток $k\omega$ для гуми (та й усіх високополімерних матеріалів) є приблизно сталим, майже незалежним від швидкості кочення колеса. Але якщо коефіцієнт в'язкого тертя k визнати незмінним для цього колеса, то доведеться визнати й те, що коефіцієнт f_k опору коченню колеса є

пропорційним до швидкості ω . Відповідно до (9) в'язкий опір коченню посилюється еластичністю колеса (зростає зі зменшенням c). В'язке розвіювання енергії в колесі, зрозуміло, посилюється й за зростання вертикального навантаження: збільшуються деформації колеса – зростають величини z_m , l та справджується умова:

$$\frac{\partial l^2}{\partial z_m r_d z_m} = 4 \frac{\partial}{\partial z_m} \frac{2z_m r_0 - z_m^2}{(r_0 - z_m) z_m} = 4 \frac{r_0}{(r_0 - z_m)^2} > 0.$$

Те саме стається і внаслідок зростання локального (не глобального упорядкованого) проковзування (внаслідок зменшення величини r_k).

Модель еластичного колеса з сухим тертям. Замінімо тепер демпфування k сухим тертям k' (див. рис. 2). Воно імітуватиме власне примітивну гістерезність матеріалу колеса. Отож, хай елемент сухого тертя створює силу

$$F = \begin{cases} k', & \dot{z}' > 0, \\ -k', & \dot{z}' < 0 \end{cases}$$

($k' = \text{const} > 0$). У такому разі

$$W = 2k' z_m, \quad f_k = \frac{k' l}{\pi c r_k}. \quad (10)$$

Вирази (10) відтворюють те, що гістерезний опір коченню колеса зумовлений саме внутрішнім сухим тертям (зростає зі збільшенням параметра k'), еластичністю колеса (зростає зі зменшенням жорсткості c і зникає, коли $c \rightarrow \infty$), локальним проковзуванням (зростає зі зменшенням радіуса кочення r_k).

Опір коченню унаслідок локального проковзування еластичного колеса. Звернімося до показаної на рис. 3 схеми деформування колеса, відповідно до якої знеформлення колеса відбувається тільки в сліді l , де біжник змушений вкорочуватись [6]. Справді ж спостерігається явище “стягування” сліду біжника пневматичної шини – ніби зменшення його площі. Отож, крива $AB'C$, яка на рис. 3 імітує частину колеса в сліді, коротша за дугу $AB''C$, яка імітує частину вільного колеса.

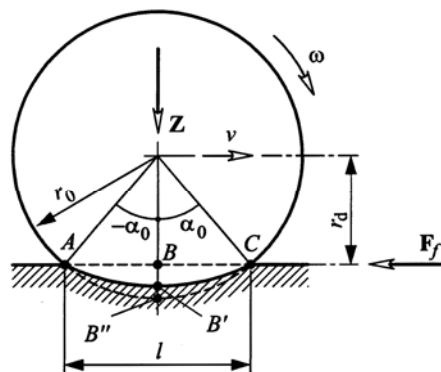


Рис. 3. Схема симетричного деформування колеса з проковзуванням

Ігноруючи колову еластичність біжника, вважатимемо, що знеформлення колеса й поверхні супроводжується лише їх взаємним проковзуванням нібито у два етапи: перший зумовлений незалежним вкороченням дуги $AB''C$, що імітує частину вільного колеса в сліді, до довжини кривої $AB'C$, що імітує знеформлене колесо, а другий – ніби незалежним видовженням відрізка прямої ABC , що імітує частину поверхні у сліді перед її знеформленням, з набуттям нової форми кривої $AB''C$. Сумарний шлях взаємного проковзування

$$S = (AB''C - AB'C) + (AB'C - ABC) = AB''C - ABC$$

в такому разі не залежить від нової форми колеса, від вигляду кривої $AB'C$.

Відповідно до рис. 3, $r_d / r_0 = \cos \alpha_0$, $S = 2r_0(\alpha_0 - \sin \alpha_0)$. Під час обертання колеса на кут $2\alpha_0$ його центр переміститься на віддаль $S_O = 2r_0 \sin \alpha_0$. Тому радіус кочення і швидкість колеса мають визначатися як $r_k = S_O / (2\alpha_0) = r_0 \sin \alpha_0 / \alpha_0$, $v = \omega r_k = \omega r_0 \sin \alpha_0 / \alpha_0 < \omega r_0$.

Отож, унаслідок знеформлення колесо проковзує, і це проковзування можна оцінити коефіцієнтом

$$s = \frac{v_t - v}{v_t} = 1 - \frac{\sin \alpha_0}{\alpha_0},$$

де $v_t = \omega r_0$ – теоретично можлива (за відсутності знеформлення) швидкість руху колеса. Через коефіцієнт проковзування швидкість колеса визначається за формулою

$$v = \omega r_0 (1 - s).$$

Сила тертя, що виникає внаслідок проковзування колеса, за час одного його оберту виконує роботу $W = \mu Z S = 2\mu Z r_0 (\alpha_0 - \sin \alpha_0)$ (μ – коефіцієнт тертя ковзання колеса на поверхні). Сила ж опору коченню F_f за той самий час мала б виконати роботу $W' = F_f S_O = 2F_f r_0 \sin \alpha_0$.

У разі рівномірного руху колеса, ігноруючи аеродинамічний опір, можна вважати, що $W' = W$, звідки $F_f / Z = \mu(\alpha_0 - \sin \alpha_0) / \sin \alpha_0$. Величину ж

$$\frac{F_f}{Z} = \mu \frac{\alpha_0 - \sin \alpha_0}{\frac{\sin \alpha_0}{\alpha_0}} = \mu \frac{s}{1 - s} = f_k \quad (11)$$

можна умовно вважати коефіцієнтом опору коченню, зумовленим знеформленням колеса.

Вираз (11) формально унаочнює факт того, що причиною опору коченню колеса, окрім суто внутрішнього тертя в колесі, може стати локальне проковзування в його сліді на поверхні. При цьому

$$\frac{\partial}{\partial s} f_k = \mu \frac{\partial}{\partial s} \frac{s}{1 - s} = \mu \frac{1}{(1 - s)^2} > 0,$$

а величина μ є мірилом прояву зовнішнього тертя.

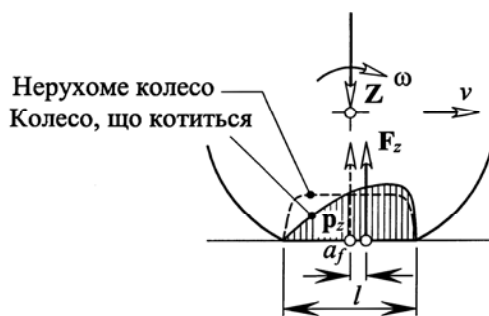


Рис. 4. Розташування нормальної рівнодійної, що діє на колесо

Опір коченню несиметрично знеформленого колеса. Викладений щойно енергетичний підхід до визначення опору коченню спирається на припущення, що еластичне колесо весь час має задане (див. рис. 2) симетричне знеформлення. Натомість можна міркувати інакше.

У разі нерухомого колеса рівнодійна F_z поверхневого тиску p_z проходить через середину (центр) сліду, а от “елементарні гасники” у разі перекочування колеса збільшують поверхневий тиск у передній частині сліду і тому рівнодійна F_z зміщена вперед на віддаль a_f (рис. 4), яка називається плечем опору коченню. Спробуймо відстежити це на моделі колеса, подібної до зображеної на рис. 2, б (вважаємо, що $c' = 0$).

Радіальній деформації z' , що виникає у межах сліду l , еластична шина “протиставляє” пружну протидію $p_{rc} = cz'$ (рис. 5). Кожну елементарну радіальну пружну силу (тиск) $p_{rc} = cz'$ можна розк-

ласти на нормальну й дотичну складові. Нормальні складові пружних сил мають, звісно, симетричний розподіл, а отже, їх рівнодійна скерована через центр колеса. Водночас дотичні складові зводяться лише до нульової рівнодійної.

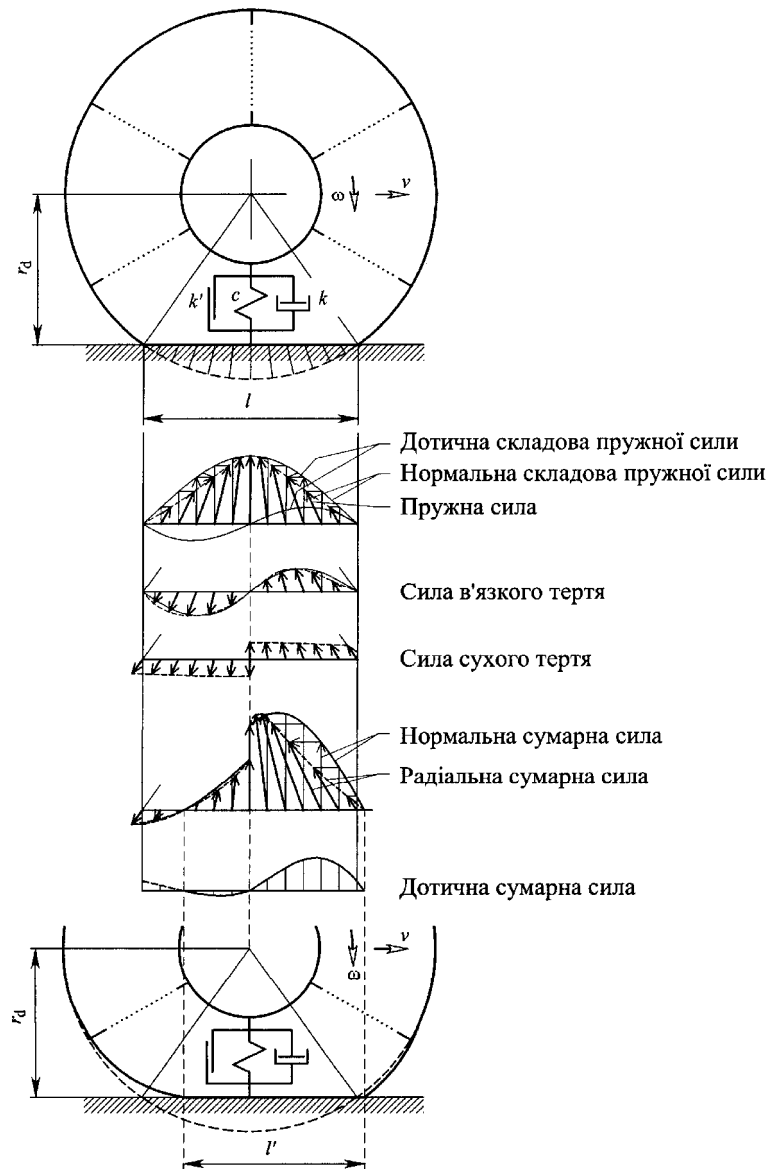


Рис. 5. Схема виникнення несиметричності у розподілі сил у сліді колеса і несиметричності у деформаціях шини унаслідок прояву внутрішніх чинників в'язкого та сухого тертя

Натомість і елементарні сили в'язкого тертя $p_{rk} = k\dot{z}'$, і елементарні сили сухого тертя

$$p_{rk'} = \begin{cases} k', & \dot{z}' > 0, \\ -k', & \dot{z}' < 0 \end{cases}$$

є такими, що нормальні їх складові розподілені несиметрично, а дотичні, спрямовані тільки в один бік – проти швидкості v руху колеса. Отож, суми елементарних радіальних пружної сили і відповідних елементарних сил тертя визначають сумарні радіальні елементарні сили, нормальні складові яких розподілені також цілком несиметрично (див. рис. 5). До того ж розподіл нормальних сумарних сил має розрив неперервності, причиною якого є наявність сухого тертя. Рівнодійна нормальних сил зміщується стосовно центра колеса у напрямку його руху. При цьому, дотичні складові сумарних сил мають ненульову рівнодійну, спрямовану протилежно до напрямку руху колеса.

Як впливає з рис. 5, нормальна складова сумарної радіальної сили є додатною величиною у деякій зоні l' поверхні. Отож, власне l' є сенс вважати новим (замість l) слідом колеса; отже, деформація колеса перестане бути симетричною. Якщо знехтувати сухим тертям, то рис. 5 перетвориться на рис. 6.



Рис. 6. Схема виникнення несиметричності у розподілі сил у сліді колеса і несиметричності у деформаціях шини унаслідок прояву внутрішнього в'язкого тертя

Знехтувавши сухим тертям, опишемо тепер явище деформування колеса в аналітичній формі. Хай елемент “пружина-демпфер” (див. рис. 2) створює у разі своєї деформації радіальну силу (рис. 7, а) $p_r = cz' + k\dot{z}'$ – питомий радіальний тиск. Цей тиск можна розкласти на нормальну $p_z = p_r \cos(\alpha_0 - \alpha)$ і дотичну $p_x = p_r \sin(\alpha_0 - \alpha)$ складові.

Керуючись рис. 7, а (див. також рис. 2), матимемо

$$\frac{p_z}{cr_d} = \frac{k\omega}{c} \tan(\alpha_0 - \alpha) + \frac{r_0}{r_d} \cos(\alpha_0 - \alpha) - 1.$$

Керуючись рис. 7, а (див. також рис. 2), матимемо

$$\frac{p_z}{cr_d} = \frac{k\omega}{c} \tan(\alpha_0 - \alpha) + \frac{r_0}{r_d} \cos(\alpha_0 - \alpha) - 1,$$

$$\frac{p_x}{cr_d} = \frac{p_z}{cr_d} \tan(\alpha_0 - \alpha) = \frac{k\omega}{c} \tan^2(\alpha_0 - \alpha) - \tan(\alpha_0 - \alpha) + \frac{r_0}{r_d} \sin(\alpha_0 - \alpha).$$

Очевидно, що величина p_z не може бути від'ємною. Але умова $p_z \geq 0$ справджується не для усіх α в межах сліду l , але стає чинною поза l , (рис. 7, б). Отож, слідові l доведеться протиставити слід l' , в якому деформація колеса не може бути симетричною. Несиметричність стає причиною того, що рівнодійна F_z тисків p_z зміщується на віддаль a_f стосовно центра O_k колеса у напрямку його руху, а рівнодійна F_x тисків p_x набуває ненульового значення і спрямована проти руху.

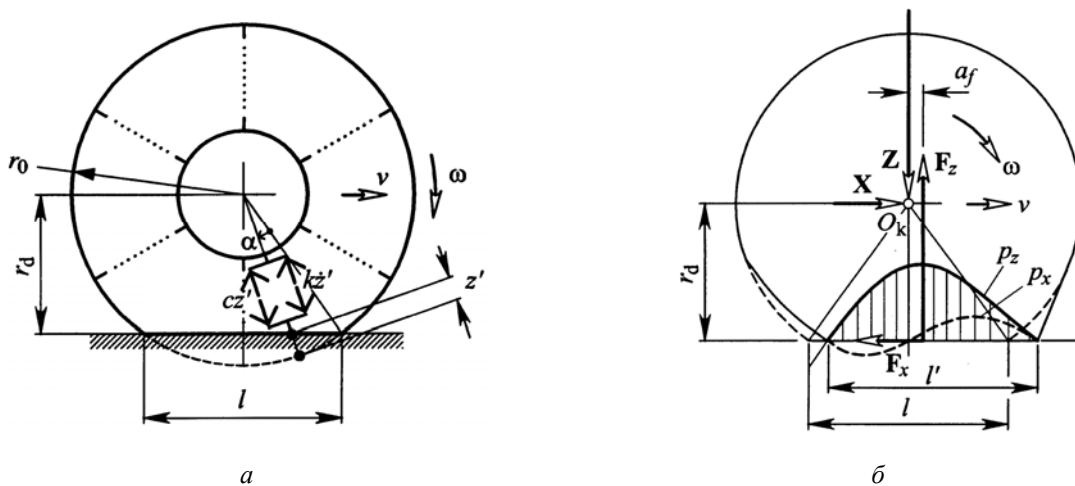


Рис. 7. Модель розподілу тисків у сліді колеса

Зміщення вертикальної сили F_z на деяку віддаль a_f у напрямку руху колеса стосовно навантаження $Z = -F_z$ є проявом опору рухові колеса, як і наявність горизонтальної сили F_x . Проте існування сили F_x привертає й критичну увагу: у цьому разі, щоб колесо могло котитися, до нього має бути прикладена ззовні горизонтальна штовхальна сила $X = -F_x$; отож, колесо веде себе як тягнє. Але ж такого припущення заздалегідь не було зроблено.

Хай колесо є тяжним. У разі його рівномірного руху за відсутності корисного опору повинна справджуватись умова рівноваги моментів сил стосовно центра O_k : $F_z a_f - F_x r_d = 0$. А отже, коефіцієнт опору коченню у цьому разі визначається як

$$f_k = \frac{X}{Z} = \frac{F_x}{F_z} = \frac{a_f}{r_d}.$$

Опір коченню під кутом. Хай площина обертання і напрям руху колеса утворюють кут β – так збігаються передні колеса автомобіля. Отож, у разі еластичних коліс і невеликих β (коли $\sin \beta \approx \beta$) виникатиме сила опору коченню, якій відповідатиме коефіцієнт $f_k = \kappa \beta^2 / G$, де κ – коефіцієнт опору збоченню колеса. Наприклад, стосовно легкового авто, у якого $\kappa / G = 30 \text{ рад}^{-2}$ та $\beta = 0,25$ град, матимемо: $f_\beta = \kappa / G (\beta \pi / 180)^2 = 30 (0,25 \pi / 180)^2 = 0,0006$ – приблизно 1/25 від сумарного коефіцієнта опору коченню автомобіля на добрій дорозі.

Висновки. Звісно, сила опору коченню колеса – суто фіктивний чинник. Але все ж таки впроваджують в теорію колеса цей чинник на цілком логічних підставах, – віддаючи належне особливій зручності його використання [2, 5]. Проте було б доречно означувати і силу опору коченню, і однойменний коефіцієнт змістовно точно (а не суто феноменологічно та емпірично). Навіть дуже спрощене тлумачення модельними засобами явища деформування колеса дає можливість пов'язати у цілісну систему коефіцієнт опору коченню колеса, радіус кочення, динамічний радіус, коефіцієнт проковзування, в'язке тертя у масиві колеса, деформівність і гістерезність матеріалу шини тощо. Покладаючись на дуже прості моделі, виявляється, що можна легко висувати коефіцієнт опору коченню колеса найчастіше як незалежний від швидкості його руху параметр. До того ж ніщо не заважає “впровадити” в модель також інформацію про вплив швидкості кочення.

Щоб змістовно “багатше” описати явища кочення колеса, довелося б вдатися до складніших моделей колеса. А загалом адекватні описи неминуче мають містити як змістовність, так і емпіричність – в пропорціях, що компромісно гарантують наочність та прагматичність. Зрештою,

кожна з наведених примітивних моделей може стати “багатшою”, якщо її відповідно удосконалити. Наприклад, показана на рис. 5 схема виникнення несиметричності у розподілі сил безпосередньо не враховує ефект дії обертового моменту і поздовжньої сили, коли маточина зміщується стосовно біжника так, що пружно-дисипативні елементи колеса відхиляються від своїх звичних радіальних положень.

1. Сахно В.П. Автомобілі: тягово-швидкісні властивості та паливна економічність / В.П. Сахно, Г.Б. Безбородова, М.М. Маяк, С.М. Шарай. – К: Вид-во “КВІЦ”, 2004. – 174 с.
2. Фуфаев Н.А. Простейшие теории качения колеса / Н.А. Фуфаев. – Горький: ГГУ им. Н.И. Лобачевского, 1984. – 27 с.
3. Гацук П.М. Зумовлені зволоженістю дороги, акустичним випромінюванням та проковзуванням шини складові коефіцієнта опору коченню колеса транспортної машини / П.М. Гацук, С.В. Нікіпчук // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”. – 2012. – № 730. – С. 14–21.
4. Гацук П.М. Теорія автомобіля: Колесо / П.М. Гацук, Т.Г. Миськів. – Львів : Українські технології, 2010. – 254 с.
5. Eckert V. Das Kraftfahrzeug-Wechselgetriebe, Aufgaben und Grundlagen der Auslegung / V. Eckert // ATZ. – 1941. – Н. 9. – S. 225–239.
6. Зимелев Г.В. Теория автомобиля / Г.В. Зимелев. – М.: Военное изд-во Министерства обороны Союза ССР, 1957. – 456 с.
7. Jazar R. N. Vehicle Dynamics: Theory and Application / R. N. Jazar. – New York: Springer Science+Business Media, LLC, 2008. – 1015 p.
8. Mitschke M. Dynamik der Kraftfahrzeuge / M. Mitschke, H. Wallentowitz. – Berlin: Springer, 2010. – 709 s.