

досліджувати поведінку двигуна в перехідних процесах, усталених режимах, здійснити оцінку впливу скосу пазів на статичні характеристики.

1. Гладкий В.М. Магнітно-механічна характеристика асинхронного двигуна з урахуванням скосу пазів // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка». – 2012. – № 736: Електроенергетичні та електромеханічні системи. – С. 16–20. 2. Капустин Г. В., Фінкельштейн Б.В. Математическая модель и схема замещения насыщенной асинхронной машины со скосом пазов // Технічна електродинаміка. – 1998. – № 5. – С. 54–59. 3. Фильц Р.В. Дискретные аналоги дифференциальных операторов и их применение в задачах электромеханики // Изв. вузов. Электромеханика. – 1990. – № 3. – С. 5–11. 4. Фильц Р. В. Магнитно-механические параметры электромеханических преобразователей энергии // Изв. вузов. Электромеханика. – 1988. – № 12. – С. 18–22. 5. Фильц Р.В. Математические основы теории электромеханических преобразователей. – К.: Наук. думка, 1979. – 208 с. 6. Zhao HaiSen, Liu XiaoFang, Chen WeiHua, Peter Baldassari. Time-stepping finite element analysis on the influence of skewed rotors and different skew angels on the losses of squirrel-cage asynchronous motors. // Science China. Technological sciences. – 2011. – Vol. 54. – P. 2511–2519.

УДК 621.3.021

Л.Й. Глухівський

Державний інститут науково-технічної
та інноваційної експертизи, м. Київ

ДО ПИТАННЯ РОЗРАХУНКУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ ДИФЕРЕНЦІЙНИМ ГАРМОНІЧНИМ МЕТОДОМ

© Глухівський Л.Й., 2013

Досліджується можливість застосування диференційного гармонічного методу для чисельного розрахунку перехідних процесів у нелінійних електричних колах з періодичними електрорушійними силами на прикладі нелінійного електричного R-L-C кола.

Ключові слова: нелінійні електричні кола, розрахунок перехідних процесів, диференційний гармонічний метод.

Possibility of application of differential harmonic method for the numerical calculation of transients in nonlinear electric circuits with periodic electromotive forces is studied on the example of the nonlinear R-L-C circuit.

Key words: nonlinear electric circuits, transients, differential harmonic method.

Вступ

У [1] викладено результати дослідження можливості застосування диференційного гармонічного методу (ДГМ) [2, 3] до розрахунку перехідних процесів у нелінійних електричних колах з періодичними електрорушійними силами. У цій роботі застосування ДГМ досліджувалося на двох простих об'єктах: нелінійному і лінійному R-L колах, тобто у випадку, коли розрахунок перехідного процесу зводиться до інтегрування диференціального рівняння першого порядку.

У роботі, яку висвітлено в цій статті, продовжується вивчення особливостей застосування ДГМ до розрахунку перехідних процесів у нелінійних електричних колах. Тут у якості об'єктів для досліджень використовуються також два електричних кола з періодичними електрорушійними

силами, але уже складніших – нелінійне і лінійне R-L-C кола, перехідні процеси у яких зводяться до інтегрування диференціального рівняння другого порядку чи системи двох диференціальних рівнянь першого порядку. Результати дослідження узагальнюються на нелінійні електричні кола, що описуються системами декількох (багатьох) нелінійних звичайних диференціальних рівнянь.

Виклад способу дослідження

Суттю ДГМ є заміна змінних. Якщо у задачі з періодичною змущувальною силою, що має кругову частоту ω , є тільки одна миттєва змінна x як функція часу t , то ця заміна має вигляд

$$x = X_0 + \sum_{v=1}^n (X_{c_v} \cos v\omega t + X_{s_v} \sin v\omega t), \quad (1)$$

при цьому замість однієї змінної x в розгляд вводяться нові змінні X_0, X_{c_v}, X_{s_v} ($v=1, \dots, n$), що є у перехідному процесі функціями часу (у стаціонарному періодичному процесі вони є незалежними від часу величинами). Цю заміну змінних схематично можемо представити так:

$$\begin{aligned} x &\Rightarrow \vec{X}_{\bar{A}}; \quad \vec{X}_{\bar{A}} = \text{colon}(X_0, X_{c1}, X_{s1}, \dots, X_{cn}, X_{sn}); \\ \frac{dx}{dt} &\Rightarrow \frac{d\vec{X}_{\bar{A}}}{dt} + \omega D \vec{X}_{\bar{A}}, \end{aligned} \quad (2a, б, в)$$

де

$$D = \text{diag}(0, \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}, \dots, \begin{vmatrix} 0 & n \\ -n & 0 \end{vmatrix}). \quad (3)$$

У [2, 3] вектор вигляду $\vec{X}_{\bar{A}}$ називається простим вектором амплітуд.

Нові змінні X_0, X_{c_v}, X_{s_v} ($v=1, \dots, n$) мають у перехідному процесі, порівняно з миттєвою змінною x , як показано у [1], інший характер зміни у часі: вони змінюються повільніше, є «спокійнішими».

Якщо у задачі миттєвих змінних є дві або більше (нехай x_1, x_2, \dots, x_k) і якщо їх представити як векторну змінну

$$\vec{x} = \text{colon}(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (4)$$

то у цьому випадку вищезгадану заміну змінних можна зобразити так:

$$\begin{aligned} \vec{x} &\Rightarrow \vec{X}_{\bar{A}}^*; \quad \frac{d\vec{x}}{dt} \Rightarrow \frac{d\vec{X}_{\bar{A}}^*}{dt} + \omega D^* \vec{X}_{\bar{A}}^*; \\ D^* &= \text{diag}(D, \dots, D); \quad \vec{X}_{\bar{A}}^* = \text{colon}(\vec{X}_{1\bar{A}}, \vec{X}_{2\bar{A}}, \dots, \vec{X}_{k\bar{A}}). \end{aligned} \quad (5a, б, в, г)$$

У [2, 3] вектор вигляду $\vec{X}_{\bar{A}}^*$ називається складеним вектором амплітуд.

Розглянемо об'єкт дослідження – R-L-C кола з послідовним з'єднанням активного опору, індуктивності, конденсатора і електрорушійної сили. Поведінку його миттєвих змінних (струму i , потокозчеплення Ψ , напруги конденсатора u_c) описує система двох диференціальних рівнянь

$$\frac{d\Psi}{dt} + r i + u_c = E_m \sin(\omega t + \alpha); \quad \frac{du_c}{dt} - \frac{1}{C} i = 0 \quad (6)$$

або векторне диференціальне рівняння

$$\frac{d\vec{y}}{dt} + \vec{z} = \vec{e}, \quad (7)$$

де

$$\vec{y} = \begin{vmatrix} \Psi \\ u_c \end{vmatrix}; \quad \vec{z} = \begin{vmatrix} r i + u_c \\ -\frac{1}{C} i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} r & 1 \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{vmatrix} \cdot \vec{x}; \quad \vec{x} = \begin{vmatrix} i \\ u_c \end{vmatrix}; \quad \vec{e} = \begin{vmatrix} E_m \sin(\omega t + \alpha) \\ 0 \end{vmatrix}; \quad (8a, б, в, г)$$

r – активний опір контура; C – ємність конденсатора; E_m, α – амплітуда і фаза зовнішньої електрорушійної сили.

Векторне диференціальне рівняння (7) є рівнянням для миттєвих змінних розглядуваного кола. Індуктивний елемент кола може бути лінійним або нелінійним. Якщо він нелінійний, то змінні, які описують його стан – Ψ і i – зв'язані нелінійними залежностями

$$\Psi = \Psi(i); \quad \frac{d\Psi}{di} = L^{\dot{a}} = L^{\dot{a}}(i). \quad (9 \text{ а, б})$$

Якщо він лінійний, то

$$\Psi = L i, \quad (10)$$

де L – постійна індуктивність, і R-L-C коло є лінійним. У цьому разі векторне диференціальне рівняння (7) є лінійним і має аналітичний розв'язок [5].

Розглянемо випадок, коли для значень параметрів лінійного R-L-C кола справедлива нерівність

$$\delta > \omega_0, \quad (11)$$

де

$$\delta = r/(2L); \quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC}, \quad (12 \text{ а, б})$$

і перехідний процес має аперіодичний характер. При цьому струм у колі та напруга конденсатора визначаються виразами

$$\begin{aligned} i &= I_c \cos \omega t + I_s \sin \omega t + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}; \\ u_{\hat{e}} &= U_c \cos \omega t + U_s \sin \omega t + A_3 e^{p_1 t} + A_4 e^{p_2 t}. \end{aligned} \quad (13)$$

Тут

$$I_c = I_m \sin \alpha_i; \quad I_s = I_m \cos \alpha_i; \quad I_m = E_m / \sqrt{r^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}; \quad (14)$$

$$U_c = U_m \sin \alpha_u; \quad U_s = U_m \cos \alpha_u; \quad U_m = I_m / (\omega C);$$

$$\alpha_i = \alpha - \arctg \frac{\omega L - 1/\omega C}{r}; \quad \alpha_u = \alpha_i - \frac{\pi}{2}; \quad (15)$$

$$p_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}; \quad p_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}; \quad (16)$$

$$A_2 = \frac{1}{p_2 - p_1} (p_1 I_c + \frac{E_m \sin \alpha - u_{\hat{e}}(0)}{L} - \omega I_s); \quad A_1 = -A_2 - I_c; \quad (17)$$

$$A_4 = \frac{-\omega U_s + p_1 U_c - p_1 u_{\hat{e}}(0)}{p_2 - p_1}; \quad A_3 = -A_4 + u_{\hat{e}}(0) - U_c;$$

$u_{\hat{e}}(0)$ – початкове значення напруги на конденсаторі $u_{\hat{e}}$ при $t = 0$.

Для розрахунку перехідних процесів у розглядуваних електричних колах за допомогою ДГМ у рівнянні (7) виконаємо перетворення, схематично зображені формулами (5), і у результаті отримаємо диференціальне ДГМ-рівняння

$$\frac{d\vec{Y}_{\bar{A}}^*}{dt} + \omega D^* \vec{Y}_{\bar{A}}^* + \vec{Z}_{\bar{A}}^* = \vec{E}_{\bar{A}}^*, \quad (18)$$

де

$$\vec{Y}_{\bar{A}}^* = \left\| \begin{array}{c} \vec{\Psi}_{\bar{A}} \\ \vec{U}_{\hat{e}\bar{A}} \end{array} \right\|; \quad \vec{Z}_{\bar{A}}^* = \left\| \begin{array}{c} r \vec{I}_{\bar{A}} + \vec{U}_{\hat{e}\bar{A}} \\ -\frac{1}{C} \vec{I}_{\bar{A}} \end{array} \right\|; \quad \vec{E}_{\bar{A}}^* = \left\| \begin{array}{c} \vec{E}_{\bar{A}} \\ 0 \end{array} \right\| \quad (19)$$

– складені вектори амплітуд; $\vec{\Psi}_{\bar{A}}, \vec{I}_{\bar{A}}, \vec{U}_{\hat{e}\bar{A}}, \vec{E}_{\bar{A}}$ – прості вектори амплітуд вигляду (2 б), причому

$$\vec{E}_{\bar{A}} = \text{colon}(0, E_{c1}, E_{s1}, 0, \dots, 0); \quad E_{c1} = E_m \sin \alpha; \quad E_{s1} = E_m \cos \alpha. \quad (20)$$

При розв'язанні рівняння (18) відшукуваною є залежність від часу складеного вектора амплітуд

$$\vec{X}_\Gamma^* = \left\| \begin{array}{c} \vec{I}_\Gamma \\ \vec{U}_{\kappa\Gamma} \end{array} \right\|. \quad (21)$$

Якщо розглядуване R-L-C коло є лінійним, то відповідне йому рівняння (18), подібно як і диференціальні рівняння (6) чи (7), має аналітичний розв'язок. Для випадку (11) він є таким:

$$\vec{I}_{\vec{A}}(t) = \text{colon}(I_0, I_c, I_s); \quad \vec{U}_{\vec{e}\vec{A}}(t) = \text{colon}(U_0, U_c, U_s), \quad (22)$$

де змінними у часі є тільки нульові складові

$$I_0 = I_0(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}; \quad U_0 = U_0(t) = A_3 e^{p_1 t} + A_4 e^{p_2 t}, \quad (23)$$

а косинусні I_c, U_c і синусні I_s, U_s амплітуди першої гармоніки є у часі незмінними. Отже, вектори амплітуд (23) є укороченими [2, 3] і мають тільки по три компоненти.

Подібно можна застосувати ДГМ і для випадку $\delta < \omega_0$ (тоді перехідний процес у лінійному R-L-C колі має коливний характер), але при цьому застосування ДГМ має обмеження: воно можливе тільки для таких значень параметрів кола, коли частота вільних коливань є кратною до частоти ω зовнішньої ЕРС.

Підготовка рівнянь до чисельного інтегрування

Щоб виконати визначені метою статті дослідження, необхідно провести чисельне інтегрування диференціальних рівнянь (7) і (18) при певних параметрах кола, яке вони описують. Для цього було обрано однокроковий метод Кутта-Мерсона четвертого порядку, який дозволяє визначати локальну похибку на кожному кроці [4]. Його робочі формули для обчислення значень приростів змінних величин на кроці вимагають п'ятиразового обчислення правих частин, представлених у нормальній формі Коші диференціальних рівнянь, що інтегруються, тобто розв'язаних відносно похідних.

Нормальна форма Коші для рівняння (7) має вигляд

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \frac{d}{dt} \left\| \begin{array}{c} i \\ u_{\vec{e}} \end{array} \right\| = B^{-1}(\vec{e} - \vec{z}), \quad (24)$$

де

$$B = \frac{d\vec{y}}{d\vec{x}} = \left\| \begin{array}{c} L^\partial \\ 1 \end{array} \right\|. \quad (25)$$

Тут значення диференційної індуктивності L^∂ обчислюється за апроксимацією залежності (9б), а значення векторів \vec{e} і \vec{z} – за формулами (8 б, г). У випадку лінійного кола $L^\partial = L$ незалежно від значення струму.

Нормальна форма Коші для ДГМ-рівняння (18) має вигляд

$$\frac{d\vec{X}_{\vec{A}}^*}{dt} = \frac{d}{dt} \left\| \begin{array}{c} \vec{I}_{\vec{A}} \\ \vec{U}_{\vec{e}\vec{A}} \end{array} \right\| = B_{\vec{A}}^{-1}(\vec{E}_{\vec{A}}^* - \omega D^* \vec{Y}_{\vec{A}}^* - \vec{Z}_{\vec{A}}^*), \quad (26)$$

де

$$B_{\vec{A}} = \frac{d\vec{Y}_{\vec{A}}^*}{d\vec{X}_{\vec{A}}^*} = \left\| \begin{array}{c} d\vec{\Psi}_{\vec{A}} \\ d\vec{I}_{\vec{A}} \\ \vec{E} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{c} L_{\vec{A}} \\ \vec{E} \end{array} \right\|; \quad (27)$$

$L_{\vec{A}}$ – матриця диференційних гармонічних індуктивностей, за наявності нелінійного зв'язку між Ψ і i вона є функцією вектора амплітуд $\vec{I}_{\vec{A}}$, а для лінійного електричного кола це діагональна матриця, діагональні елементи якої дорівнюють L ; \vec{E} – одинична матриця; складені вектори амплітуд $\vec{E}_{\vec{A}}^*$, $\vec{Y}_{\vec{A}}^*$ і $\vec{Z}_{\vec{A}}^*$ визначаються формулами (19), компонентою складеного вектора

амплітуд $\vec{Y}_{\bar{A}}^*$ є вектор амплітуд $\vec{\Psi}_{\bar{A}}$, який за наявності нелінійного зв'язку між Ψ і i є функцією вектора амплітуд $\vec{I}_{\bar{A}}$. Алгоритми і програми обчислення значень $\vec{\Psi}_{\bar{A}}$ і $L_{\bar{A}}$ за значенням $\vec{I}_{\bar{A}}$ і з використанням апроксимацій залежностей (9) можна знайти у [2, 3].

Для забезпечення реалізації алгоритму інтегрування ДГМ-рівнянь необхідно визначити початкові умови. При інтегруванні диференціального рівняння (7) приймаємо початкові умови: при $t = 0$ струм і напруга конденсатора мають значення $i = 0$; $u_c = u_{c(0)}$. При інтегруванні ДГМ-рівняння (18) точні початкові умови є відомими тільки для лінійного випадку: враховуючи (22) і (23) вони є такими при $t = 0$ укорочені вектори амплітуд (серед їх компонент тільки нульова складова і косинусна та синусна амплітуди 1-ї гармоніки) струму і напруги конденсатора мають значення

$$\vec{I}_{\bar{A}} = \text{colon}(A_1 + A_2, I_c, I_s); \quad \vec{U}_{\bar{e}\bar{A}} = \text{colon}(A_3 + A_4, U_c, U_s). \quad (28)$$

Якщо ж рівняння (18) описує процес у нелінійному колі, то для нього початкові умови можна знайти тільки наближено. Один із можливих способів їх визначення наведений у [1].

Програма досліджень

На основі викладених вище математичних моделей для розрахунку перехідних процесів у модельному електричному колі проведено такі дослідження:

1. Виконано верифікацію ДГМ-рівняння (18) для лінійного R-L-C кола шляхом його чисельного інтегрування із заданою повною похибкою, порівнюючи на кожному кроці отримані наближені значення амплітуд гармонік з їх точними значеннями, отриманими із аналітичного розв'язку рівняння (18) – див. формули (22) і (23). При цьому визначались максимально допустимі значення кроків для чисельного інтегрування рівняння (18), при яких повна похибка інтегрування є не гіршою від заданої.

2. Виконано порівняння цих максимальних кроків із максимальними кроками чисельного інтегрування із заданою абсолютною похибкою рівнянь для миттєвих змінних (7) для лінійного R-L-C кола.

3. Проведено верифікацію ДГМ-рівняння (18) для нелінійного R-L-C кола шляхом порівняння результатів його чисельного інтегрування із заданою локальною похибкою на кроці і з врахуванням різної кількості гармонік із результатами чисельного інтегрування системи нелінійних диференціальних рівнянь для миттєвих змінних (7).

Дослідження проводилися для двох варіантів параметрів R-L-C кіл.

1. Варіант **ЛК**, лінійне R-L-C коло зі значеннями параметрів, що визначають аперіодичний характер перехідного процесу:

$$r = 20 \hat{\Omega}; L = 0,06 \hat{A}\hat{t}; C = 0,005 \hat{O}; E_m = 50 \hat{A}; \alpha = 3,0; \omega = 1501/\hat{n}; U_{c(0)} = -30 \hat{A}.$$

Для цього варіанта

$$\delta = 166,7; \omega_0 = 57,74; p_1 = -10,32; p_2 = -323,0.$$

3. Варіант **НК**, нелінійне R-L-C коло зі значеннями параметрів:

$$r = 20 \hat{\Omega}; C = 0,005 \hat{O}; E_m = 50 \hat{A}; \alpha = 3,0; \omega = 150 1/\hat{n}; U_{c(0)} = -30 \hat{A};$$

нелінійна індуктивність має криву намагнічування, зображену на рис. 1 у [1], її початковий нахил дає значення індуктивності 0,06 Гн, що збігається зі значенням L варіанта **ЛК**. При значеннях струму, які є меншими від того значення, коли починається насичення, перехідний процес має аперіодичний характер, подібно як у варіанті **ЛК**.

Аналіз результатів

Результати досліджень ілюструються рис. 1–3.

На рис. 1 наведені залежності похибки чисельного інтегрування від відносної довжини кроку (довжини кроку, поділеної на довжину періоду ЕРС). Крива, крайня справа (суцільна, надалі – крива 1), отримана за результатами чисельного інтегрування ДГМ-рівняння (18) для лінійного кола (варіант **ЛК**). Штрихова крива (на рисунку друга справа, надалі – крива 2) отримана за результатами

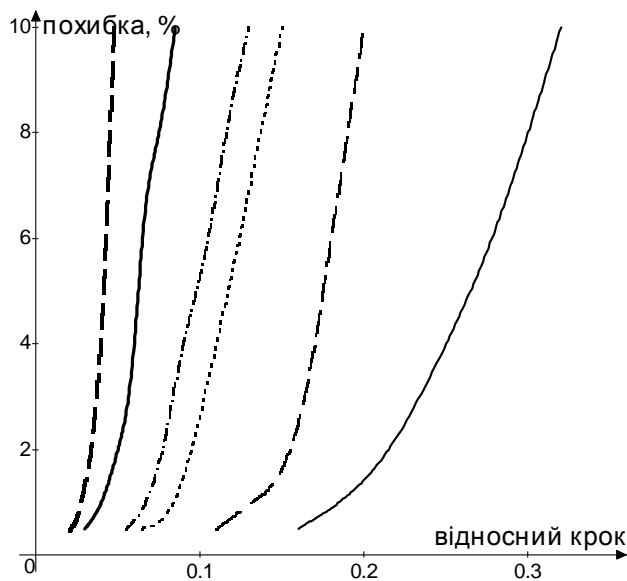


Рис. 1. Залежність похибки від довжини кроку

дових і гармонік по третю включно. Друга зліва крива (товста суцільна, надалі – крива 5) отримана за результатами чисельного інтегрування ДГМ-рівняння (18) для нелінійного кола (варіант **НК**) при врахуванні тільки нульових складових і гармонік по п'яту включно. Перша зліва крива (товста пунктирна, надалі – крива 6) отримана за результатами чисельного інтегрування рівняння (7) – рівняння для миттєвих змінних – для нелінійного кола (варіант **НК**). Відносні похибки для кривих 3–6 є локальними, їх значення обчислювалися на кожному кроці під час інтегрування за формулами Кутта-Мерсона.

Як бачимо із кривої 1, при зменшенні довжини кроку під час інтегрування рівняння (18) для лінійного кола повна похибка прямує до нуля, що верифікує рівняння (18), тобто цим підтверджується, що ДГМ-рівняння (18) адекватно описує перехідний процес у лінійному колі. Із кривих 1 і 2 також бачимо, що при чисельному інтегруванні рівнянь (7) і (18) для лінійного кола з однією і тією ж повною похибкою (наприклад – 2 %) середній крок інтегрування рівняння (18) є приблизно у 1,6 разу більший, ніж при інтегруванні рівняння (7).

Під час інтегрування рівняння (18) для нелінійного кола (див. криві 3, 4 і 5) з однією і тією ж локальною похибкою (візьмемо ті ж 2 %) і при різних кількостях враховуваних гармонік довжини кроків є більшими від довжини кроку при інтегруванні рівняння (7) у 1,5–2,9 разу. Ікує ДГМ-рівняння (18) по відношенню до нелінійного кола.

На рис. 2 показані залежності від часу струму у нелінійному колі (варіант **НК**). Тут суцільна крива отримана внаслідок чисельного інтегрування рівняння (7) з локальною похибкою 0,5 %, надалі вона при порівнянні із іншими кривими на цьому рисунку приймається як еталонна. Штрихова крива отримана шляхом чисельного інтегрування рівняння (18) при врахуванні гармонік по п'яту включно і пунктирна крива – при врахуванні гармонік по третю включно. Порівняння цих кривих, а також те, що при зменшенні довжини кроку локальні похибки (див. криві 3–5 на рис. 1) прямують до нуля, вказує на те, що ДГМ-рівняння (18) адекватно описує перехідний процес і у нелінійному колі. Суцільна, штрихова і пунктирна криві на рис. 2 найбільше не збігаються на початку першого періоду ЕРС, що зумовлюється невисокою точністю визначення початкових умов.

На рис. 3 показані залежності від часу нульової складової струму (суцільна крива) і косинусних амплітуд першої гармоніки (штрихова крива), третьої гармоніки (пунктирна крива) і п'ятої гармоніки (штрих-пунктирна крива). Як видно із цих кривих, із збільшенням порядку гармоніки її амплітуда стає все більше швидкозмінною і це пояснює, чому зі збільшенням кількості враховуваних гармонік для забезпечення заданої похибки інтегрування необхідно зменшувати довжину кроку. Тому, якщо для забезпечення необхідної точності результатів потрібне врахування багатьох гармонік, то перевага ДГМ (збільшення довжини кроку інтегрування) нівелюється. Отже,

чисельного інтегрування рівняння (7) для миттєвих змінних для лінійного кола (варіант **ЛК**). Відносні похибки для цих двох кривих є повними (глобальними), вони дорівнюють різниці між значеннями змінних у вузлах, отриманими чисельним інтегруванням, і точними значеннями цих змінних, отриманими за формулами (13)–(17) і (22), (23). Третя справа крива (пунктирна, надалі – крива 3) отримана за результатами чисельного інтегрування ДГМ-рівняння (18) для нелінійного кола (варіант **НК**) при врахуванні тільки нульових складових і перших гармонік. Четверта справа крива (штрих-пунктирна, надалі – крива 4) отримана за результатами чисельного інтегрування ДГМ-рівняння (18) для нелінійного кола (варіант **НК**) при врахуванні тільки нульових скла-

при застосуванні ДГМ потрібно знаходити розумний компроміс між необхідною точністю обчислень і довжиною кроку.

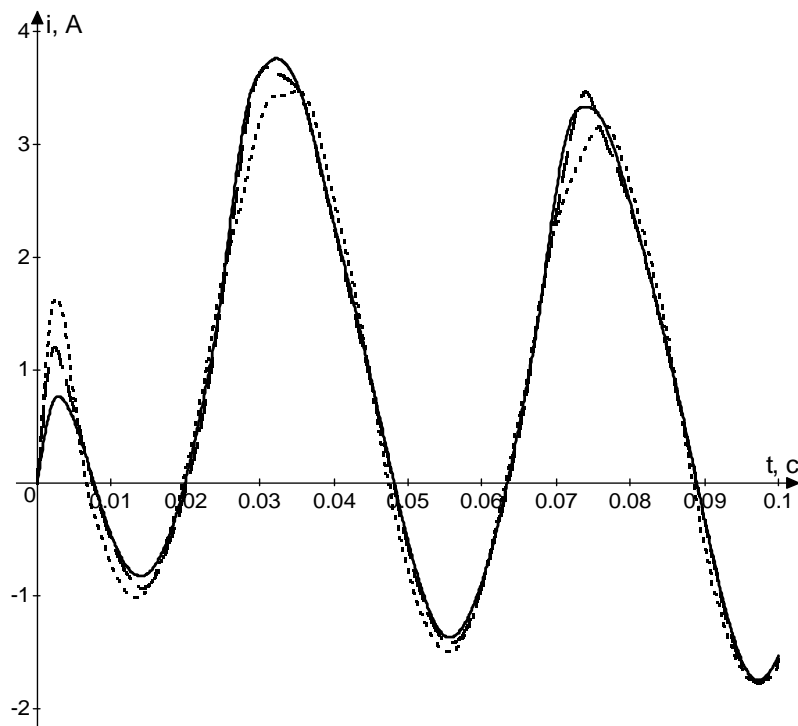


Рис. 2. Перехідний процес у колі

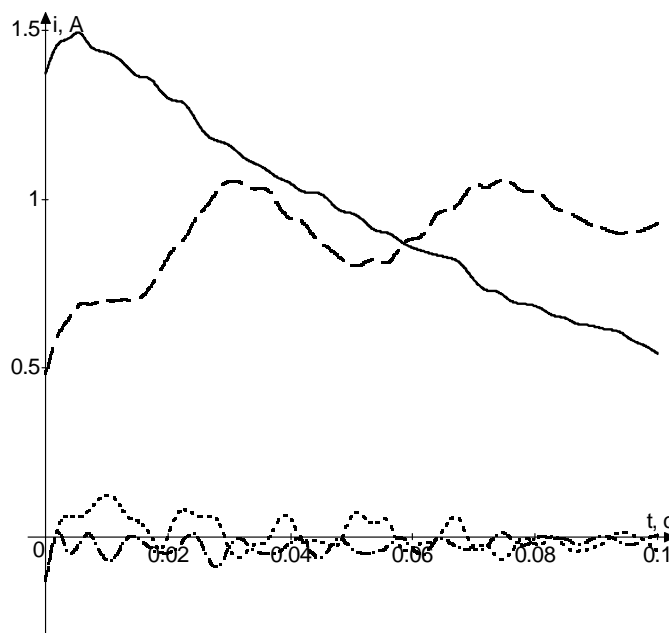


Рис. 3. Залежність від часу нульової складової і амплітуд гармонік струму

Висновки

1. Для розрахунку перехідних процесів у нелінійних електричних колах і електротехнічних пристроях може бути застосований диференціальний гармонічний метод [1, 2]. Диференціальні ДГМ-рівняння адекватно відображають перехідні процеси в електричних колах, в лінійних колах – з похибкою обраного методу чисельного інтегрування і у нелінійних – з похибкою чисельного інтегрування та похибкою, пов’язаною з обмеженням кількості враховуваних гармонік.

2. Змінні ДГМ-рівнянь – амплітуди гармонік – змінюються у часі повільніше, порівняно з миттєвими змінними, і це дозволяє проводити чисельне інтегрування ДГМ-рівнянь із більшими довжинами кроків, порівняно з чисельним інтегрування диференціальних рівнянь для миттєвих змінних.

3. Необхідна довжина кроків під час чисельного інтегрування нелінійних ДГМ-рівнянь вигляду (18) залежить від кількості враховуваних гармонік. Зі збільшенням кількості враховуваних гармонік необхідна довжина кроку зменшується і ефективність використання диференційного гармонічного методу для розрахунку перехідного процесу теж зменшується.

4. Враховуючи повільнішу зміну у часі амплітуд гармонік, маємо підстави вважати, що використання ДГМ-методу може бути корисним у випадках, коли перехідні процеси в нелінійних електричних колах описуються для миттєвих змінних диференціальними рівняннями, що мають високу жорсткість.

5. Оскільки описані вище дослідження можливості і доцільності використання ДГМ для розрахунку перехідних процесів у нелінійних електричних колах виконані як числовий експеримент на достатньо простому електричному колі, то ці дослідження необхідно продовжити і провести числові експерименти на складніших нелінійних електричних колах і пристроях.

1. Глухівський Л.Й. *Моделювання перехідних процесів у нелінійних електричних колах диференційним гармонічним методом* // Вісник Нац. Ун-ту «Львівська політехніка». – 2012. – № 736: *Електроенергетичні та електромеханічні системи*. – С. 21–29. 2. Глухівський Л.Й. *Нелінійні коливання: чисельне полігармонічне моделювання*. – К.: Альфа ПіК, 2008. – 204 с. – Електронна версія: www.nbuiv.gov.ua/books/2008/08gljcrpt.pdf. 3. Глухівський Л.Й. *Періодичні процеси у нелінійній електротехніці (диференційний гармонічний метод і його програмне забезпечення)*. – К.: Альфа ПіК, 2005. – 159 с. 4. Перхач В.С. *Математичні задачі електроенергетики*. – Львів: Вища шк., 1989. – 462 с. 5. Атабеков Г.И. *Теоретические основы электротехники. Ч. 1: Линейные электрические цепи*. – 4-е изд. – М.: Энергия, 1970. – 592 с.