УДК 528.2/3+551.24

О.А. Тадєєв[1], О.О. Тадєєва[1], П.Г. Черняга [2]

ПРОБЛЕМА ОЦІНКИ ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ ЗА ГЕОДЕЗИЧНИМИ ДАНИМИ

Проаналізовано сутність оцінки деформацій земної поверхні за геодезичними даними та методів вирішення цієї проблеми в сучасних геодинамічних дослідженнях. Обґрунтовано необхідність вдосконалення чинних методів опрацювання даних. Запропоновано альтернативний підхід до вирішення проблеми на основі теорії відображення поверхонь і шляхи його впровадження.

Ключові слова: деформації земної поверхні; метод скінченних елементів; теорія відображення поверхонь; параметризація поверхні; координатні системи; апроксимація функцій.

Вступ

Оцінювання напружено-деформованого стану земної кори та її фізичної поверхні – одне з актуальних завдань геолого-геофізичних досліджень, пов’язаних з описом перебігу та прогнозуванням низки фізичних процесів, які відбуваються на сучасному етапі еволюції Землі. Завдання є комплексним і вирішується за результатами різнобічного моніторингу земної поверхні за допомогою моделювання полів різної фізичної природи та пошуку їх взаємозв’язків. Одна із складових таких досліджень – геодезичні методи моніторингу геодинамічних процесів. Вони передбачають повторні спостереження на геодезичних мережах, опрацювання та інтерпретацію одержаних результатів з метою отримання кількісних даних про сучасні рухи та деформацій фізичної поверхні Землі.

Аналіз досліджень та невирішені частини загальної проблеми

Теоретичною основою опису напружено-деформованого стану земної кори є математична теорія пружності [Ландау, Лифшиц, 1953]. За канонами теорії, кора розглядається як суцільне середовище і для вираження параметрів деформації поділяється на елементи тих чи інших геометричних форм скінченного розміру за гіпотези, що такі елементи є твердими тілами. Пружне тверде тіло піддається дії сил, які спричиняють зміщення та деформації. Основне положення теорії пружності полягає у тому, що за умови однорідності зміщення є лінійною вектор-функцією координат точок поверхні скінченого елемента, виражених у декартовій прямокутній системі простору E_2 або E_3. По суті, теорія пружності займається дослідженням такої вектор-функції. Дослідження зводяться до встановлення відповідної їй матриці коефіцієнтів як геометричного об’єкта, який залежить від деформувальних сил і структури пружного чи абсолютно твердого тіла і виражає відповідне афінне перетворення векторного поля зміщень. Такий об’єкт називають тензором деформації. Він визначає різні показники деформованого стану скінченних елементів.

Загальна теорія пружності дає змогу виразити будь-які деформації [Оден, 1976]. Однак походження та структура геодезичних даних унеможливлюють пряме застосування теорії до вирішення окресленої проблеми. Адже геодезичні спостереження проводяться тільки на фізичній поверхні Землі і мають дискретну структуру, а вираження нелінійних деформацій твердих тіл можливе лише за умови визначення зміщень у вершинах об’ємних (чи плоских) скінченних елементів і вздовж напрямних сторін між їх вершинами. З цієї причини за геодезичними даними виражають, як правило, лінійні горизонтальні деформації. Для цього за основу беруть класичну теорію деформації суцільного середовища [Ландау, Лифшиц, 1953] і, залучивши метод скінченних елементів, досягають аналітичного вирішення задачі в межах їх найпростіших моделей, здебільшого симплексів. Масове використання методу скінченних елементів у вітчизняних геодинамічних дослідженнях започаткували наукові напрацювання, викладені у монографії М.П. Єсікова [Есиков, 1979]. Відтоді метод набув різних видозмін. Однак практично всі рішення обмежувались симплексною лінійною моделлю і мали за мету вираження відповідних їй компонент тензора деформації. Винятком є дослідження, зведені до роботи [Марченко та ін., 2012], де до визначення тих самих компонент залучено апарат білінійних функцій з їх апроксимацією на скінченних елементах у формі чотирикутника і комбінації локальних сплайн-функцій Ерміта.

Достатньо висока інформативність методу скінченних елементів для вирішення окресленої проблеми не викликає жодних сумнівів. Однак недотримання вимог його практичного втілення гранично зумовлює формальні результати інтерпретації. Передусім це виникає внаслідок того, що у класичній постановці метод призначений для опису лінійної деформації. Оскільки дійсний закон її перебігу апріорі невідомий, то пряме застосування методу без перевірки відповідності умовам лінійної деформації спричиняє суб’єктивні кінцеві результати. Навіть за належного обґрунтування цих умов для окремих ділянок земної поверхні, інші ділянки позбавлені можливості неупередженого оцінювання деформації. Ця обставина звужує коло

© *О.А. Тадєєв, О.О. Тадєєва, П.Г. Черняга, 2013*

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

застосування методу і зумовлює необхідність його узагальнення для оцінювання нелінійних деформацій або вироблення альтернативних підходів до вирішення проблеми.

Постановка завдання

Метою роботи є систематизація проблематики оцінки деформацій земної поверхні з погляду змісту вирішуваних завдань та перспектив використання результатів опрацювання геодезичних даних, а також обґрунтування альтернативних підходів і визначення шляхів виконання таких завдань.

Виклад основного матеріалу досліджень

Завдання оцінювання деформацій земної поверхні за геодезичними даними можна сформулювати двояко залежно від його змісту та перспектив застосування кінцевих результатів. Відповідно можна визначити два підходи до його вирішення.

1. Вираження тренду – загальної закономірності деформації земної поверхні у певних окреслених межах. Така постановка завдання зумовлює побудову математичної моделі рухів земної поверхні, яка передбачає розділення ефектів ендогенного та екзогенного походження. Структурно така модель містить систематичну складову (тренд), яка системою рівнянь визначеного класу виражає закон деформування поверхні та ідентифікує рухи ендогенного походження, і випадкову складову, зумовлену екзогенними процесами та точністю вихідних даних. В означеній постановці виконання завдання потрібно передбачати чіткий поділ руху на систематичну і на випадкову складові. Позаяк ідеться про математичну модель, то такий поділ повинен ґрунтуватись на формальних математичних та імовірнісних критеріях. З одного боку, критерієм повинна бути точність побудови емпіричних формул, які відповідають визначеному класу функцій у разі опису ними тренду, з іншого – відповідність випадкової складової нормальному законові розподілу, що є наслідком низки граничних теорем теорії ймовірностей. Обидві мотивації встановлення критерію спільні.

Найпростіше можна описати тренд середнім зміщенням поверхні. Таке його вираження задовольняє принцип Коші–Гельмгольца як паралельне перенесення ділянки земної поверхні. Тоді предметом оцінювання її деформованого стану, зокрема чистої деформації та обертання, є випадкова складова моделі.

Ієрархічно вищим рівнем є вираження тренду в межах лінійної геометричної моделі однорідної деформації [Есиков, 1979; Ландау, Лифшиц, 1953]. Якщо припустити, що реальна деформація земної поверхні задовольняє її вимоги, то застосування лінійної моделі для опису тренду цілком виправдане. Лінійна функція виражатиме систематичну частину рухів поверхні, які можна тлумачити як низькочастотні коливання. За таким тлумаченням високочастотні коливання – це випадкова складова моделі, та вони будуть предметом оцінювання відповідно до поставленої проблеми. Сумарні значення систематичної і випадкової складових параметрів деформації опишуть деформований стан території загалом. Якщо такий підхід застосовувати до виконання завдання в чистому вигляді, то необхідно розширити зміст терміна "скінченний елемент". Адже симплекс чи інші прості форми скінченних елементів як моделі систематичної складової позбавлені змісту. Очевидно, скінченним елементом слід вважати геометричну фігуру, яка окреслює межі всієї досліджуваної території. Виразити тензор деформації для такого скінченного елемента аналітичним способом неможливо, адже кількість пунктів, які окреслюють елемент земної поверхні, разом з пунктами, котрі містяться у його межах, значно перевищує кількість коефіцієнтів лінійної функції. Їх різниця виражає кількість надлишкових виміряних величин. За такої додаткової умови встановлення тензора деформації можна досягти апроксимацією лінійної функції способом найменших квадратів [Мазмишвили, 1968]. Щодо випадкової складової деформації, то її можна оцінювати у межах скінченних елементів будь-яких геометричних форм, зокрема й симплексів.

Загалом закономірності процесу деформації можуть бути складнішими. Їх можна виразити будь-якими нелінійними функціями, якщо вони неперервні та диференційовані, залучивши той самий спосіб найменших квадратів. Тож, крім лінійної моделі, можливі й альтернативні розв'язки задачі, але у межах класичної постановки методу скінченних елементів вони безперспективні.

2. Оцінювання деформацій окремих геологічних структур. За такого формулювання завдання необхідна побудова структурної моделі поверхні. Початкова стадія її створення передбачає районування – поділ території на частини, які повторюються у просторі і знаходяться у визначених відношеннях одна з одною, залежно від геологічної чи тектонічної будови верхніх горизонтів кори. З огляду на загальну теорію деформації суцільного середовища [Ландау, Лифшиц, 1953], такі частини поверхні є скінченними елементами визначених розмірів з їх середніми фізико-механічними властивостями. За умови доступних достовірних даних про геологічну чи тектонічну будову території, саме ці властивості повинні бути основою районування. Тоді наступні стадії побудови моделі зводяться до систематизації геодезичних пунктів відносно її структурних частин і наступного опрацювання результатів спостережень на цих пунктах. У разі відсутності достовірних даних про будову території, її поділ можна здійснити формально за дискретними результатами вимірів зміщень пунктів геодезичної мережі, спираючись на ті чи інші математичні або ймовірнісні критерії. Ступінь деталізації результатів районування визначає густота покриття території пунктами. Беручи до уваги фізичне походження рухів земної поверхні, можна очікувати пряму кореляцію результатів такого районування з розташуванням

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

геологічних і тектонічних структур. За будь-якого з окреслених підходів до районування закономірність деформації поверхні у межах виділених одиниць структурної моделі потрібно встановлювати емпірично. Це породжує вже розкриту вище проблему: якщо виявлену закономірність виражає нелінійна емпірична формула, оцінити деформацію поверхні методом скінченних елементів у його класичній постановці неможливо.

Обидва підходи до оцінювання деформацій земної поверхні відокремлені та ідеалізовані штучно – їх можна застосовувати й у комплексі. За будь-якого підходу залишається невирішеною задача вираження параметрів деформованого стану поверхні, який відповідає нелінійній моделі.

Рухи земної поверхні, які виражені чисельно за результатами геодезичних спостережень, можна ідентифікувати як перетворення фізичної поверхні Землі, редуковані на ту чи іншу відносну відлікову поверхню. Будь-яка із загальноприйнятих у геодезії відлікових поверхонь має геометричну сутність і зумовлює встановлення відповідної їй координатної системи для геодезичних пунктів, які підлягають спостереженням. Така мотивація дає підстави розглянути проблему з геометричної точки зору безвідносно до походження і характеру рухів земної поверхні. Спробуємо окреслити її з позицій проективно-диференціальної геометрії. Фундаторами цього математичного напряму були ще К. Гаусс, Г. Монж, Л. Ейлер та інші послідовники школи класичної диференціальної геометрії. Вони започаткувала теорію поверхонь, на яку нині спираються численні прикладні розв'язки. Найгрунтовнішими виданнями у цьому напрямі на пострадянському просторі є [Каган, 1948; Норден, 1956; Рашевский, 1950; Фиников, 1937]. Тож для пошуку шляхів вирішення поставленої проблеми використаємо теорію поверхонь та деякі рішення щодо врахування спотворень при їх відображенні, які застосовують у математичній картографії [Мещеряков, 1968].

Розглянемо деяку регулярну поверхню S з довільною криволінійною системою координат x, y і виділимо на ній замкнену неперервну область $\Delta \subset S$. Нехай n точок $M_i(x_i, y_i) \in \Delta$ $(i = \overrightarrow{1, n})$ цілком визначають область Δ. Допустимо, з тих чи інших причин поверхня S зазнала деформації і порушилось взаємне положення точок M_i. Внаслідок деформації поверхня S трансформувалась у деяку поверхню S' з криволінійними координатами x', y', а область Δ відобразилась на область $\Delta' \subset S'$. При цьому Δ' зберегла властивості замкненої неперервної області. Її визначають ті самі точки M_i, але $M_i(x_i', y_i') \in \Delta'$. Нехай відображення точок $M_i(x_i, y_i) \in \Delta$ на точки $M_i(x_i', y_i') \in \Delta'$ описують функції

$$\left.\begin{aligned} x' &= u(x, y) \\ y' &= v(x, y) \end{aligned}\right\}. \quad (1)$$

Співвідношення між точками $M \in \Delta$ поверхні S і точками $M \in \Delta'$ поверхні S', яке виражають функції (1), називається відображенням (або проекцією) області $\Delta \subset S$ на область $\Delta' \subset S'$. За теорії відображення поверхонь, функції (1) повинні бути однозначними, неперервними і двічі диференційованими з умовою

$$\frac{\partial(x', y')}{\partial(x, y)} \neq 0 .$$

Такі вимоги виражають властивість гомеоморфізму – відображення, яке реалізується такими функціями, взаємно однозначне і взаємно неперервне. Властивість гомеоморфізму дає змогу задавати поверхні їх метричними формами і, отже, описувати не тільки власне проекцію а й внутрішню геометрію відображуваних поверхонь, зумовлену зміною їх метричних властивостей. Остання обставина є вирішальною з точки зору перспектив застосування теорії відображення поверхонь до вирішення поставленої у роботі проблеми, якщо взяти до уваги, що зміна метричних властивостей поверхонь спричинена їх деформацією. Тоді геометричні параметри гомеоморфного відображення (1), які описують такі зміни і виражають спотворення проекції, і є, по суті, характеристиками деформації поверхні.

Отже, якщо описати лінійний елемент ds, який відповідає поверхні S, першою квадратичною формою

$$ds^2 = Edx^2 + 2Fdxdy + Gdy^2, \quad (2)$$

де коефіцієнти E, F, G є неперервними і двічі диференційованими функціями криволінійних координат x, y, і так само – лінійний елемент ds' на поверхні S', то співвідношення ds'/ds розкриває можливості з урахуванням функцій (1) отримати різні величини, які характеризують властивості відображення $\Delta \subset S$ на $\Delta' \subset S'$: коефіцієнт спотворення проекції μ у довільному азимуті α, коефіцієнти екстремальних спотворень $\mu_{\max} = a$ і $\mu_{\min} = b$ та відповідні їм головні напрями $\alpha_\circ$ і $\alpha_\circ$+π/2, коефіцієнти m і n спотворень на поверхні S' координатних ліній поверхні S та азимути ψ та χ їх зображень на S', кути ϑ і ε спотворення ортогональності координатних ліній x, y на поверхні S', коефіцієнт p спотворення площі замкненої області $\Delta \subset S$ при її відображенні на S'. У зв'язку з цим важливо зазначити таке.

1. Зміст означених величин тотожний змістові відповідних їм аналогів, якими оперують у теорії деформації суцільного середовища. Зокрема, дилатації θ відповідає коефіцієнт спотворення площі

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

p, максимальному та мінімальному розширенням E_1, E_2 і головному напрямку деформації φ – коефіцієнти екстремальних спотворень $\mu_{\max} = a$, $\mu_{\min} = b$ і азимут $\alpha_\circ$, зсув γ_m виражає різниця $a - b$, а обертання ω ділянки поверхні як абсолютно твердого тіла описують кути ϑ і ε. Така тотожність має просте пояснення: вказані параметри деформації виражає тензор, який в обох теоріях має диференціальне походження. Його компонентами є частинні похідні функцій, які виражають закономірність деформації. Важливо додати, що за канонами теорії пружності при формуванні тензора і вираженні за ним параметрів деформації здійснюється лінеаризація функцій і враховуються лише малі величини першого порядку. Це обмеження викликане умовою вираження однорідної деформації твердого тіла нескінченно малого розміру і перспективою досягнення аналітичного розв'язку задачі. У зв'язку з цим вирішення проблеми з позицій теорії поверхонь буде узагальнюючим і точнішим.

2. Окреслені величини описують відповідні їм властивості гомеоморфного відображення незалежно від виду функцій (1). Це розкриває нові перспективи вирішення проблеми оцінювання деформованого стану земної поверхні. Крім того, окреслений підхід до її вирішення у межах теорії відображення поверхонь забезпечує ров'язок, який враховує ефект деформування координатних систем. Характеристики спотворення вихідної поверхні внаслідок її деформації можуть виражатись у системах координат обох відображуваних поверхонь. У цьому сенсі характеристики інваріантні.

Основи загальної теорії відображення поверхонь розглядаються в довільній криволінійній системі координат x, y. Застосування теорії до розв'язання різних прикладних задач змушує конкретизувати координатні системи на відображуваних поверхнях з метою досягнення відповідності змісту досліджуваних проблем або отримання простих розв'язків. У зв'язку з цим встановлюють таку параметризацію поверхонь, щоб лінійний елемент ds виражався найменшим числом коефіцієнтів.

Питання параметризації поверхонь прямо пов'язані з вибором координатних систем на геодезичних відлікових поверхнях. Враховуючи те, що перетворення фізичної поверхні Землі внаслідок деформації відображаються в таких координатних системах, а також беручи до уваги масштаби перетворень, спробуємо систематизувати різні підходи і визначити відповідні шляхи вирішення проблеми оцінки деформацій з позицій теорії відображення поверхонь.

1. Ріманова (евклідова) параметризація поверхонь. За такого вибору поверхні мають нульову кривину, а їх внутрішня геометрія описується елементарними співвідношеннями. Зокрема, для лінійного елемента ds маємо:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2. \qquad (3)$$

У теорії поверхонь практичне застосування ріманової системи обмежене, оскільки її вважають виключно локальною і в разі відображення скінченних областей поверхонь доводиться перераховувати їх координати за переходу від однієї точки поверхні до іншої, що ускладнює розрахунки. Така вада не суперечить її використанню для вирішення поставленої проблеми, якщо координати геодезичних пунктів виразити у прямокутній системі проекції Гаусса–Крюгера і взяти до уваги добре налагоджений механізм перетворення координат з однієї зони проекції на іншу. Подібна аргументація виправдовує застосування ріманової параметризації поверхонь для оцінювання деформацій локального і регіонального масштабів. Враховуючи, що плоскі області Δ і Δ' є конформними проекціями відповідних їм областей земної поверхні до та після деформації, відображення $\Delta \subset S$ на $\Delta' \subset S'$, задане функціями (1), є квазіконформним [Мещеряков, 1968].

У роботі [Тадеев, 1986] доведено, що за умови реалізації відображення лінійними функціями, величини, які характеризують його властивості, тотожні їх аналогам класичної теорії лінійної деформації суцільного середовища, але обчислюються точніше. Наприклад, коефіцієнт спотворення площі $p = 1 + e_{11} + e_{22} + e_{11}e_{22} - e_{12}e_{21}$, де e_{ij} – коефіцієнти лінійної функції (компоненти тензора деформації), тоді як дилатація $\Theta = e_{11} + e_{22} \approx p - 1$. Знак наближеної рівності вказує, що дилатація обчислюється лише з точністю малих величин першого порядку. Оскільки результати вирішення проблеми з точки зору обох теорій тотожні, цим засвідчується їх взаємозв'язок, а спільне використання дає змогу інтерпретувати досліджувану проблему як з геометричної, так і з фізичної точок зору. З іншого боку, розв'язок з позицій теорії відображення поверхонь можна трактувати як узагальнений, якщо прийняти до уваги перспективу оцінювання не лише лінійних деформацій. Адже функції (1) можуть мати будь-яку аналітичну форму, аби лиш вони задовольняли умову гомеоморфізму. З цієї точки зору окреслене вирішення проблеми має очевидні переваги.

2. Ізометрична параметризація поверхонь. Ортогональність координатних ліній в ізометричній системі породжує властивість коефіцієнтів квадратичної форми (2), яка має вигляд $E = G = \lambda^2(x, y)$, де функція $\lambda(x, y)$ характеризує кривину поверхні. Внаслідок цього лінійний елемент ds розкриває співвідношення

$$ds^2 = \lambda^2(x, y)[dx^2 + dy^2], \qquad (4)$$

а його напрям α визначає така сама проста рівність, як і при рімановій параметризації: $tg\alpha = dy/dx$. За такої властивості ізометричної системи спрощується вираження характеристик відображення поверхонь порівняно із системою довільних криво-

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

лінійних координат. Незначне ускладнення викликає хіба що необхідність врахування функцій $\lambda(x, y)$. З іншого боку, ця властивість ізометричної системи прямо пов'язана з параметризацією поверхні земного еліпсоїда обертання. Тут координатними лініями є меридіани і паралелі, які визначають собою геодезичну систему координат як найоптимальнішу для визначення положення пунктів на цій відліковій поверхні. Врахування її кривини чітко регламентує сфероїдальна геодезія, тому з точки зору практичного запровадження ізометричної параметризації для вирішення поставленої проблеми немає жодних перешкод. Якщо дотримуватись критеріїв класифікації геодинамічних рухів [Войтенко та ін., 2008], то оцінювання геодеформацій, редукованих на поверхню земного еліпсоїда обертання і виражених за канонами теорії відображення, має безсумнівні перспективи з точки зору оцінки деформацій земної поверхні не лише регіонального, а й глобального (зокрема планетарного) масштабів.

3. Параметризація поверхонь у системі геоцентричних просторових координат XYZ. Потреба пошуку вирішення проблеми за такої умови вмотивована перспективою використання результатів геодезичного моніторингу в мережах перманентних *GPS*-станцій та станцій інших методів супутникової геодезії. Вирішення проблеми у такій постановці однаково актуальне під час оцінювання деформацій будь-яких масштабів, а результат залежить від географічної прив'язки земної поверхні, густоти і масштабів її мережевого покриття. Очевидно, розв'язання може бути двояке. По-перше, враховуючи однозначні зв'язки координатної системи XYZ з системами геодезичних і плоских прямокутних координат, оцінювати деформації можна на засадах ріманової та ізометричної параметризації поверхонь за умови відповідного перетворення координат XYZ. Тоді опису підлягає горизонтальна складова рухів земної поверхні. За такого підходу до вирішення проблеми втрачаються інформативні можливості координування земної поверхні, які забезпечує просторова геоцентрична система. Тому з метою повноцінного їх використання і оцінювання просторових деформацій доцільно шукати розв'язок на засадах опису триортогональної системи співфокусних поверхонь. Функції, які реалізовують відображення у довільних криволінійних координатах x, y, z такої системи, мають вигляд

$$\left.\begin{aligned} x' &= u(x, y, z) \\ y' &= v(x, y, z) \\ z' &= w(x, y, z) \end{aligned}\right\}, \qquad (5)$$

а лінійний елемент простору ds, відповідно до умови Ламе [Каган, 1947; Норден, 1956], виражає диференціальне співвідношення

$$ds^2 = A^2dx^2 + B^2dy^2 + C^2dz^2. \qquad (6)$$

Коефіцієнти A, B, C визначають кривину поверхонь yOz, xOz, xOy. Беручи до уваги, що в геоцентричній просторовій системі XYZ координатні поверхні мають нульову кривину, $A = B = C \equiv 1$. Цим спрощується вираз для елемента ds і посвідчується факт, що система координат XYZ – це частковий випадок триортогональної системи поверхонь, параметризованих довільними криволінійними координатами x, y, z. Така обставина дає змогу за співвідношенням ds'/ds виразити властивості гомеоморфного відображення (деформації) областей земної поверхні, яке реалізують функції (5) у системі геоцентричних просторових координат XYZ.

Найбільшою проблемою запровадження розкритих підходів є вираження функцій, які реалізують відображення. Адже такі функції повинні виражати закономірності та відтворювати рухи геологічних структур.

У класичній постановці теорії поверхонь така задача інтерпретується як обернена задача теорії. Вона застосовується, зокрема, в математичній картографії [Мещеряков, 1968], де за областями $\Delta \subset S$ і $\Delta' \subset S'$ і характеристиками відображення встановлюється вид функцій (1). Використання класичного розв'язку оберненої задачі для вирішення поставленої проблеми безперспективне, оскільки характеристики відображення апріорі невідомі, а вихідними даними є лише дискретні показники зміни координат пунктів. Можна тільки допустити можливість отримання подібного розв'язку, якщо залучити додаткову інформацію геолого-геофізичного походження про напружено-деформований стан земної поверхні.

З огляду на реалії і враховуючи дискретну структуру геодезичних даних, єдиним доступним засобом оцінювання неперервних у просторі деформацій є емпіричний, який передбачає апроксимацію функцій за відомим дискретним розподілом. Завдання виводу емпіричних формул, які відповідають функціям (1), не має однозначного виконання. Тим самим порушуються умови гомеоморфізму. З цієї причини розв'язання необхідно аргументувати з точки зору коректності постановки, а одержаний емпіричним шляхом результат оцінювати показниками точності. Якщо вибір аналітичної форми функцій аргументований змістом поставленого завдання, то ймовірним є й аналітичний розв'язок. Однак можливості його отримання обмежуються умовою рівності числа k невідомих коефіцієнтів емпіричної формули та числа n пунктів M_i, які визначають відображувані області. Крім того, таке розв'язання позбавлене перспектив порівняння кінцевих результатів і вибору альтернативи. На основі цього, доцільно залучати числові методи розв'язувань, наприклад, спосіб найменших квадратів [Мазмишвили, 1968]. Під час опрацювання вихідних

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

даних цим способом обов'язкове виконання умови $n > k$. Така умова, крім визначення коефіцієнтів емпіричних формул, забезпечує оцінку точності коефіцієнтів, формул загалом, а також обчислених за ними параметрів деформації. Крім того, спосіб найменших квадратів враховує неминучі похибки координат геодезичних пунктів. Точність апроксимації емпіричних даних є критерієм вибору оптимальних аналітичних форм функцій, які реалізують відображення, а також показником, який оцінює ступінь наближення кінцевого розв'язку до строгого з погляду відповідності умові гомеоморфізму.

Висновки

Аналіз сутності проблеми та методів її вирішення за геодезичними даними в сучасних геодинамічних дослідженнях показує необхідність вдосконалення чинних методів та вироблення альтернативних рішень. У роботі розглянено постановку проблеми з позицій проективно-диференціальної геометрії. Беручи за основу теорію відображення поверхонь, окреслено шляхи вирішення проблеми. Її розв'язання пов'язано з координатними системами, які визначають положення геодезичних пунктів, та масштабами геодинамічних процесів.

Література

Войтенко С., Учитель И., Ярошенко В. и др. Классификация геодинамических движений глобального масштаба // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 2008. – № 1(15). – С. 313–319.

Есиков Н.П. Тектонофизические аспекты анализа современных движений земной поверхности. – Новосибирск: Наука, 1979. – 173 с.

Каган В.Ф. Основы теории поверхностей в тензорном изложении. – Ч. 1, 2. – М.–Л.: ГИТТЛ, 1947–1948. – 919 с.

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. – М.: Гостехиздат, 1953. – 788 с.

Мазмишвили А.И. Способ наименьших квадратов. – М.: Недра, 1968. – 440 с.

Марченко О., Третяк К., Кульчицький А. та ін. Дослідження гравітаційного поля, топографії океану та рухів земної кори в регіоні Антарктики. – Львів: Львівська політехніка, 2012. – 308 с.

Мещеряков Г.А. Теоретические основы математической картографии. – М.: Недра, 1968. – 160 с.

Норден А.П. Теория поверхностей. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 261 с.

Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 465 с.

Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. – М.–Л.: ГИТТЛ, 1950. – 428 с.

Тадеев А.А. О картографическом смысле инвариантных характеристик деформации земной поверхности // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. – 1986. – № 43. – С. 117–121.

Фиников С.П. Проективно-дифференциальная геометрия. – М.-Л.: ОНТИ, 1937. – 265 с.

ПРОБЛЕМА ОЦЕНКИ ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПО ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ ДАННЫМ

А.А. Тадеев, О.А. Тадеева, П.Г. Черняга

Проанализированы сущности оценки деформаций земной поверхности по геодезическим данным и методов решения этой проблемы в современных геодинамических исследованиях. Обоснована необходимость усовершенствования действующих методов обработки данных. Предложен альтернативный подход к решению проблемы на основе теории отображения поверхностей и пути его реализации.

Ключевые слова: деформации земной поверхности; метод конечных элементов; теория отображения поверхностей; параметризация поверхностей; координатные системы; аппроксимация функций.

PROBLEM OF ASSESSING OF THE EARTH'S SURFACE STRAIN STATE BY GEODETIC DATA

O.A. Tadyeyev, O.O. Tadyeyeva, P.G. Chernyaha

Analysis of nature of estimation of the earth's surface deformations by geodetic data and the methods to solve this problem has been done in recent geodynamical research. The necessity of improvement of existing methods of data processing has been substantiated. The alternative approach to solving the problem based on the theory of surface reflection and the ways of its implementations are suggested.

Key words: deformation of the earth's surface; finite element method; theory of surfaces reflection; parameterization of surfaces; coordinate systems; approximation of functions.

[1]***Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне***
[2]***Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів***

Надійшла 4.06.2013

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua