

## ДОСЛІДЖЕННЯ АСИНХРОННОГО РЕЖИМУ РОБОТИ ПАРАМЕТРИЧНИХ ПІДСИЛЮВАЧІВ ЧАСТОТНИМ СИМВОЛЬНИМ МЕТОДОМ

© Маньковський С.В., 2010

На основі частотного символьного методу проаналізовано асинхронний режим роботи одноконтурного та двоконтурного параметричних підсилювачів. Виконано порівняння миттєвих значень вихідної напруги, отриманих за програмою MicroCap та за частотним символьним методом, при різній кількості гармонік, прийнятих у апроксимації.

In this paper on the base of frequency symbolic method the asynchronous mode of the single-circuit and double-circuit parametric amplifiers performed. Comparison of the instantaneous values of output voltage obtained with the calculations done by MicroCAP programme and frequency-symbolic method with different quantity of harmonics in approximation is done.

**Вступ.** У реальних умовах роботи параметричних підсилювачів (ПП) частоти вхідного сигналу та накачки можуть змінюватись у деяких межах. Тому умова точної синхронізації цих частот не завжди виконується. Такий режим роботи параметричного підсилювача називають асинхронним [1, 2]. Як відомо, в асинхронному режимі на виході параметричного підсилювача виникають паразитні амплітудні биття. Відомо, що середня за період биття потужність коливань може бути більшою, ніж за відсутності параметричної дії, а отже, в асинхронному режимі теж відзначається підсилення [1].

У цій роботі на основі частотного символьного методу (ЧСМ) [3] проаналізовано асинхронний режим одно- та двоконтурного параметричних підсилювачів. Виконано порівняння миттєвих значень вихідної напруги, отриманих за ЧСМ та за допомогою програми MicroCap.

Згідно з ЧСМ комплексну передавальну функцію підсилювача як лінійного параметричного кола з одним змінним параметром (параметр змінюється періодично) апроксимуємо зрізаним рядом Фур'є [3]:

$$\hat{W}(s, t) = W_0(s) + \sum_{i=1}^k [W_{-i}(s) \cdot \exp(-j \cdot i \cdot \Omega \cdot t) + W_{+i}(s) \cdot \exp(+j \cdot i \cdot \Omega \cdot t)], \quad (1)$$

де  $k$  – кількість гармонік у ряді,  $\Omega = 2p/T$ ;  $T$  – період зміни параметра параметричного елемента кола під дією сигналу накачки,  $W_0(s)$ ,  $W_{-i}(s)$ ,  $W_{+i}(s)$  – дробово-раціональні вирази комплексної змінної  $s$ , які згідно з ЧСМ отримуються у вигляді:

$$W_0(s) = \frac{A_0(s)}{D(s)}, \quad W_{-i}(s) = \frac{A_{-i}(s)}{D(s)}, \quad W_{+i}(s) = \frac{A_{+i}(s)}{D(s)}. \quad (2)$$

Для дослідження асинхронного режиму ПП за ЧСМ знаходимо символьні вирази для  $A_0(s)$ ,  $A_{-i}(s)$ ,  $A_{+i}(s)$ ,  $D(s)$ , у яких змінні  $s$  та  $\Omega$  залишені у символьному вигляді. Вихідну напругу ПП як функцію часу визначасмо за виразом:

$$u(t) = \operatorname{Re} \left[ \hat{W}(s, t) \cdot I_m \exp(s \cdot t) \right], \quad (3)$$

де  $\hat{W}(s, t)$  – визначена за (1) комплексна передавальна функція параметричного кола,  $s = j\omega$ ,  $I_m \exp(s \cdot t)$  – вхідний гармонічний струм з амплітудою  $I_m$  та частотою  $\omega$ ,  $u(t)$  – вихідна напруга.

**Експерименти з одноконтурним параметричним підсилювачем (ОПП).** Схема ОПП наведена на рис. 1. Параметри  $L$  та  $C_0$  визначають резонансну частоту  $\omega_0 = 2\pi \cdot 10^8$  рад/с. Для випадку синхронного режиму ОПП частота вхідного сигналу  $\omega_{c0} = \omega_0$ , а частота накачки дорівнює  $\Omega_0 = 2 \cdot \omega_{c0} = 2 \cdot \omega_0$ . Для асинхронного режиму можливі такі випадки:

$$\left. \begin{array}{l} 1. \omega_c = \omega_{c0} + \Delta\omega_c; \Omega = \Omega_0 \\ 2. \omega_c = \omega_{c0} - \Delta\omega_c; \Omega = \Omega_0 \\ 3. \omega_c = \omega_{c0}; \Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega_0 \\ 4. \omega_c = \omega_{c0}; \Omega = \Omega_0 - \Delta\Omega_0 \\ 5. \omega_c = \omega_{c0} - \Delta\omega_c; \Omega = \Omega_0 - \Delta\Omega \\ 6. \omega_c = \omega_{c0} - \Delta\omega_c; \Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega \\ 7. \omega_c = \omega_{c0} + \Delta\omega_c; \Omega = \Omega_0 - \Delta\Omega \\ 8. \omega_c = \omega_{c0} + \Delta\omega_c; \Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega \end{array} \right\}, (4)$$

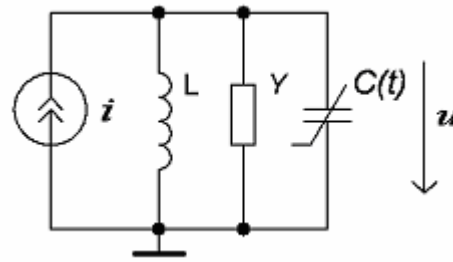


Рис.1. Одноконтурний параметричний підсилювач.

$$i = 1 \cdot 10^{-4} \cdot \cos(\omega_c \cdot t + j) \text{ А}; j = -45^\circ;$$

$$L = 0,253303 \text{ мкГн}; Y = 0,0004 \text{ См};$$

$$C(t) = C_0 \cdot (1 + m \cdot \cos(\Omega \cdot t)); C_0 = 10 \text{ пФ}; m = 0,1.$$

де  $\Delta\omega_c$  та  $\Delta\Omega$  абсолютні відхилення частоти вхідного сигналу та частоти накачки, відповідно. Відносні відхилення частоти вхідного сигналу та частоти накачки позначимо через  $d\omega_c$  та  $d\Omega$ , відповідно.

Чисельники та знаменники виразів (2), отримані за ЧСМ для ОПП з рис. 1, при  $k = 1$  мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} A_{-1} &= -0.1907349 \cdot 10^{-28} \cdot (-262144 \cdot \Omega^2 - 0.1048576 \cdot 10^{14} \cdot j \cdot \Omega + 0.1034903 \cdot 10^{24} - \\ &- 524288 \cdot j \cdot s \cdot \Omega + 0.1048576 \cdot 10^{14} \cdot s + 262144 \cdot s^2) \cdot s \cdot (j \cdot \Omega + s)^2; \\ A_0 &= (-10^{-11} \cdot \Omega^2 + 3947841 + 2 \cdot 10^{-11} \cdot j \cdot \Omega \cdot s + 4 \cdot 10^{-4} \cdot j \cdot \Omega + 10^{-11} \cdot s^2 + \\ &+ 4 \cdot 10^{-4} \cdot s) \cdot s \cdot (-10^{-11} \cdot \Omega^2 + 3947841 - 2 \cdot 10^{-11} \cdot j \cdot \Omega \cdot s - 4 \cdot 10^{-4} \cdot j \cdot \Omega + 10^{-11} \cdot s^2 + 4 \cdot 10^{-4} \cdot s); \\ A_1 &= -0.1907349 \cdot 10^{-28} \cdot (-262144 \cdot \Omega^2 + 0.1034903 \cdot 10^{24} + 524288 \cdot j \cdot s \cdot \Omega + \\ &+ 0.1048576 \cdot 10^{14} \cdot j \cdot \Omega + 262144 \cdot s^2 + 0.1048576 \cdot 10^{14} \cdot s) \cdot s \cdot (-j \cdot \Omega + s)^2; \\ D &= 0.995 \cdot 10^{-33} \cdot s^6 + 0.1198 \cdot 10^{-24} \cdot s^5 + (0.1187178 \cdot 10^{-14} + 0.199 \cdot 10^{-32} \cdot \Omega^2) \cdot s^4 + \\ &+ (0.1598 \cdot 10^{-24} \cdot \Omega^2 + 0.9481219 \cdot 10^{-7}) \cdot s^3 + (0.6773921 \cdot 10^{-17} \cdot \Omega^2 + 469.4584 + \\ &+ 0.995 \cdot 10^{-33} \cdot \Omega^4) \cdot s^2 + (0.1870254 \cdot 10^{11} + 4 \cdot 10^{-26} \cdot \Omega^4 + 0.64 \cdot 10^{-10} \cdot \Omega^2) \cdot s + \\ &+ 0.6152888 \cdot 10^{20} + 0.3947841 \cdot 10^{-15} \cdot \Omega^4 - 311.0733 \cdot \Omega^2. \end{aligned} \quad (5)$$

У виразах (4) всі параметри, крім  $s$  та  $\Omega$ , числові.

На рис. 2 та 3 подано часові залежності вихідної напруги ОПП з рис.1 для випадку  $\omega_c = \omega_{c0} + \Delta\omega_c$ ,  $\Omega = \Omega_0$  та випадку  $\omega_c = \omega_{c0}$ ,  $\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega$ , відповідно. У табл. 1, 2, 3 та 4 для цих випадків наведено миттєві значення вихідної напруги, одержані за програмою MicroCap (стовпець 2) та за ЧСМ за різних  $k$  (стовпці 3, 4, 5). Миттєві значення у табл. 1, 2, 3 та 4 взято з часових ділянок вихідної напруги, що відповідають найбільшим та найменшим амплітудам напруг.

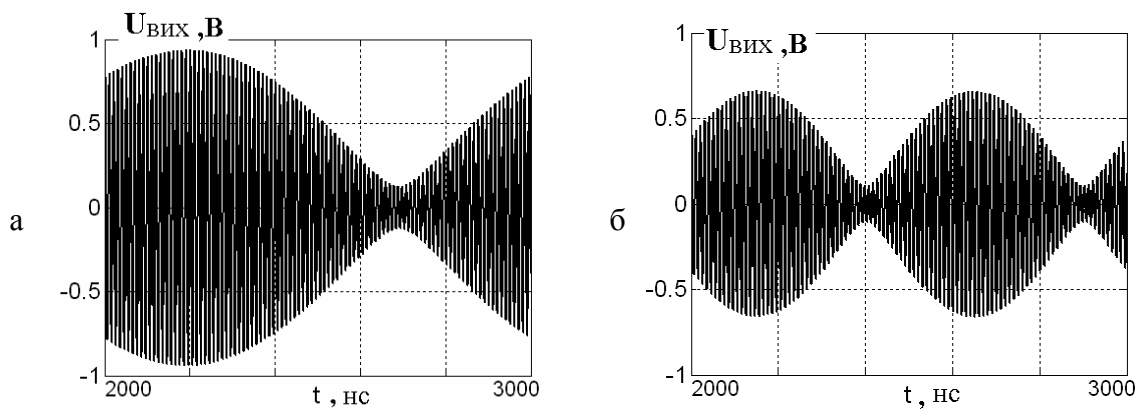


Рис.2. Вихідна напруга ОПП для випадку  $w_c = w_{c0} + \Delta w_c$ ;  $\Omega = \Omega_0$ , при  
 а)  $\Delta w_c = 2p \cdot 0,5 \cdot 10^6 \text{ рад/с}$  ( $dw_c = 0.5\%$ ) та б)  $\Delta w_c = 2p \cdot 10^6 \text{ рад/с}$  ( $dw_c = 1\%$ ).

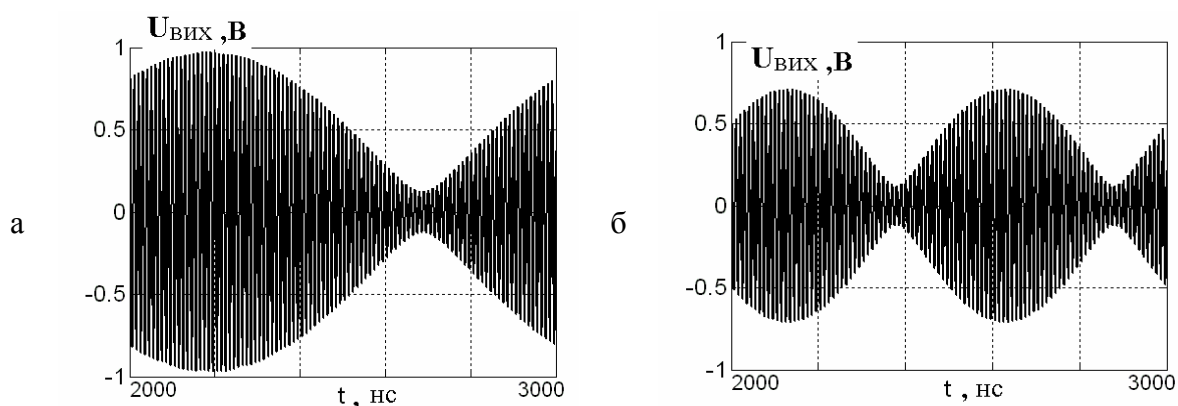


Рис.3. Вихідна напруга ОПП для випадку  $w_c = w_{c0}$ ;  $\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega$ , при  
 а)  $\Delta\Omega = 2p \cdot 10^6 \text{ рад/с}$  ( $d\Omega = 0.5\%$ ) та б)  $\Delta\Omega = 2p \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ рад/с}$  ( $d\Omega = 1\%$ ).

Таблиця 1

Миттєві значення вихідної напруги ОПП для випадку  
 $w_c = w_{c0} + \Delta w_c$ ;  $\Omega = \Omega_0$ , при  $\Delta w_c = 2p \cdot 0,5 \cdot 10^6 \text{ рад/с}$  ( $dw_c = 0.5\%$ )

Час, нс	Вихідна напруга, мВ			
	MicroCap	Символьний метод		
		1 гар-ка	2 гар-ки	3 гар-ки
1	2	3	4	5
2180	683	725	682	683
2182	848	870	847	848
2184	-275	-258	-276	-275
2186	-917	-971	-918	-917
2188	-327	-364	-328	-327
2190	686	726	685	686
2680	109	56	109	109
2682	-31	-78	-30	-31
2684	-127	-101	-126	-127
2686	-41	-12	-40	-41
2688	116	160	116	116
2690	87	34	88	87

Таблиця 2

Миттєві значення вихідної напруги ОПП для випадку  
 $w_c = w_{c0} + \Delta w_c$ ;  $\Omega = \Omega_0$ , при  $\Delta w_c = 2p \cdot 10^6$  рад/с ( $dw_c = 1\%$ )

Час, нс	Вихідна напруга, мВ			
	MicroCap	Символьний метод		
		1 гар-ка	2 гар-ки	3 гар-ки
1	2	3	4	5
2140	508	538	507	508
2142	575	589	574	575
2144	-237	-227	-238	-237
2146	-653	-688	-654	-653
2148	-185	-212	-186	-185
2150	513	542	513	513
2400	69	49	70	69
2402	-55	-67	-55	-55
2404	-94	-79	-94	-94
2406	5	3	5	5
2408	109	129	110	109
2410	37	15	37	37

Таблиця 3

Миттєві значення вихідної напруги ОПП для випадку  
 $w_c = w_{c0}$ ;  $\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega$ , при  $\Delta\Omega = 2p \cdot 10^6$  рад/с ( $d\Omega = 0.5\%$ )

Час, нс	Вихідна напруга, мВ			
	MicroCap	Символьний метод		
		1 гар-ка	2 гар-ки	3 гар-ки
1	2	3	4	5
2180	853	823	853	853
2182	585	564	586	585
2184	-513	-486	-512	-513
2186	-958	-893	-957	-958
2188	37	3	38	38
2190	865	834	865	865
2680	126	154	125	126
2682	74	39	74	74
2684	-72	-118	-73	-72
2686	-117	-83	-118	-117
2688	-24	-2	-25	-24
2690	118	144	118	118

Перевіримо наявність підсилення ОПП в асинхронному режимі. Для цього обчислимо середню за період биття  $T_\sigma$  потужність, виділену у провідності  $Y$  за формулою:

$$P = \frac{1}{T_\sigma} \cdot \int_0^{T_\sigma} u^2 \cdot Y \cdot dt, \quad (6)$$

та порівняємо її з середньою потужністю, виділеною у провідності  $Y$  за такий самий проміжок часу за відсутності параметричного підсилення при  $m = 0$ . Отримані результати наведені в табл. 5.

Таблиця 4

Миттєві значення вихідної напруги ОПП для випадку  
 $w_c = w_{c0}$ ;  $\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega$ , при  $\Delta\Omega = 2p \cdot 2 \cdot 10^6$  рад/с ( $d\Omega = 1\%$ )

Час, нс	Вихідна напруга, мВ			
	MicroCap	Символьний метод		
		1 гар-ка	2 гар-ки	3 гар-ки
1	2	3	4	5
2120	644	623	645	644
2122	366	365	367	366
2124	-400	-388	-399	-400
2126	-679	-638	-678	-679
2128	75	54	75	75
2130	660	636	661	660
2370	128	138	128	128
2372	54	53	53	54
2374	-96	-115	-96	-96
2376	-107	-90	-108	-107
2378	0	-2	0	0
2380	120	125	119	120

Таблиця 5

Порівняння середньої за період биття  $T_b$  потужності, виділеної у провідності  $Y$  у асинхронному режимі

$m$	Середня потужність, мкВт			
	$w_c = w_{c0} + \Delta w_c$ ; $\Omega = \Omega_0$		$w_c = w_{c0}$ ; $\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega$ ,	
	$dw_c = 0.5\%$	$dw_c = 1\%$	$d\Omega = 0.5\%$	$d\Omega = 1\%$
0,1	90,08	45,53	91,84	48,84
0	12,20	11,39	12,50	12,50

На рис. 2 – 3 та з табл. 1 – 5 легко бачити описані у літературі [1, 2] особливості роботи ОПП в асинхронному режимі:

- у вихідному сигналі з'являються биття:
  - з частотою  $2 \cdot \Delta w_c$  для випадку відхилення частоти вхідного сигналу;
  - з частотою  $\Delta\Omega$  для випадку відхилення частоти накачки;
- амплітуда вихідного сигналу зменшується зі збільшенням розстроювання;

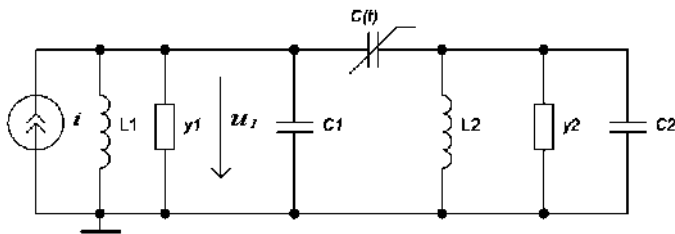


Рис. 4. Двоконтурний параметричний підсилювач.

$$i(t) = \text{Im} \cdot \cos(\omega \cdot t + j); \quad j = 45^\circ; \quad \text{Im} = 0,1 \text{ мА};$$

$$y1 = y2 = 10^{-4} \text{ См}; \quad C1 = C2 = 68 \text{ нФ}; \quad L1 = 36,70795 \text{ нГ};$$

$$L2 = 9,312609 \text{ нГ}; \quad C(t) = C0 \cdot (1 + m \cdot \cos(\Omega \cdot t));$$

$$m = 0,1; \quad C0 = 1 \text{ нФ}.$$

○ у асинхронному режимі при відрізнях розстроюваннях спостерігається підсилення сигналу.

Крім того, можемо відзначити такі особливості ЧСМ:

○ точність ЧСМ істотно залежить від кількості гармонік  $k$ , врахованих у апроксимації;

○ для кола з рис. 1 результати обчислень з точністю до трьох значущих цифр за програмою MicroCAP та ЧСМ, при трьох гармоніках у апроксимації, практично збігаються.

Такі самі експерименти були виконані для ОПП з усіма іншими випадками значень  $w_c$  та  $\Omega$  з (4), для яких отримано аналогічні результати.

**Двоконтурний параметричний підсилювач (ДПП).** Схема ДПП наведена на рис.4. Сигнальний контур L1C1, з урахуванням його шунтування елементами C0, L2, C2, налаштований на частоту  $w_0 = 2p \cdot 10^8$  рад/с. Для випадку синхронного режиму ДПП частота вхідного сигналу  $w_{c0} = w_0$  та частота накачки дорівнює  $\Omega_0 = 2 \cdot p \cdot 298,573$  рад/с (згідно з [1, 2] частота накачки є сумою резонансних частот сигнального та холостого контурів з урахуванням їх взаємного шунтування). Для асинхронного режиму роботи ДПП можливі такі самі відхилення  $w_c$  та  $\Omega$ , як і для ОПП, що наведені у (4).

На рис. 5 та 6 подано часові залежності вихідної напруги ДПП для випадку  $w_c = w_{c0} + \Delta w_c$ ,  $\Omega = \Omega_0$  та випадку  $w_c = w_{c0}$ ,  $\Omega = \Omega_0 + \Delta \Omega$ , відповідно. У табл. 6, 7, 8 та 9 для цих випадків наведені миттєві значення вихідної напруги ДПП, отримані за програмою MicroCap (стовпець 2) та за частотним символьним методом при різній кількості прийнятих у апроксимації (1) гармонік (стовпці 3, 4, 5).

Рис. 5 – 6 та табл. 6 – 9 переконливо свідчать, що ЧСМ дає достатньо точні результати функціонування ДПП в асинхронному режимі. Серед цих результатів:

- відсутність биття у режимі розстроювання;
- достатня збіжність результатів ЧСМ з програмою MicroCAP досягається, якщо  $k=4$ .

Виконані експерименти для ДПП з усіма іншими відхиленнями  $w_c$  та  $\Omega$ , що наведені у (4), дають аналогічні результати.

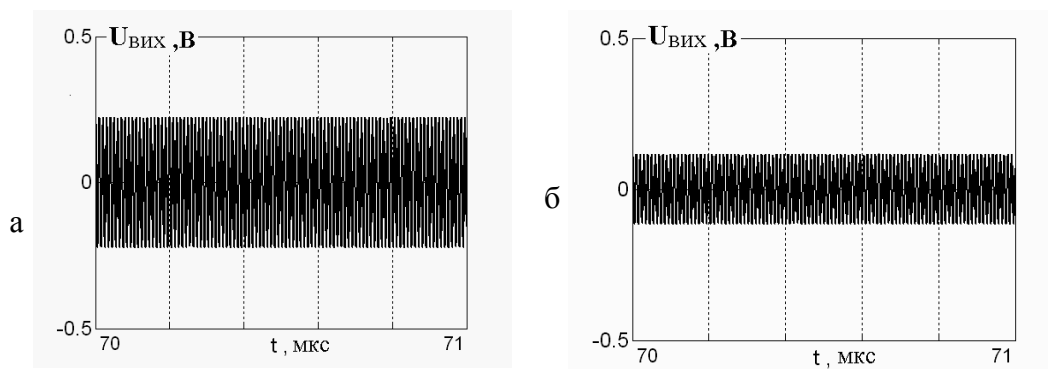


Рис.5. Вихідна напруга ДПП для випадку  $w_c = w_{c0} + \Delta w_c$ ;  $\Omega = \Omega_0$ , при  
а)  $\Delta w_c = 2p \cdot 0,5 \cdot 10^6$  рад/с ( $dw_c = 0,5\%$ ) та б)  $\Delta w_c = 2p \cdot 10^6$  рад/с ( $dw_c = 1\%$ ).

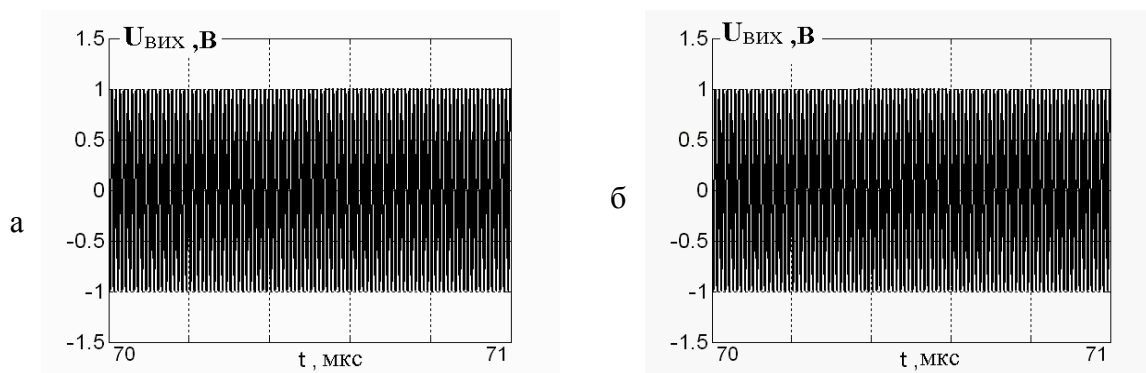


Рис.6. Вихідна напруга ДПП для випадку  $w_c = w_{c0}$ ;  $\Omega = \Omega_0 + \Delta \Omega$ , при  
а)  $d\Omega = 0,5\%$  та б)  $d\Omega = 1\%$ .

Таблиця 6

Миттєві значення вихідної напруги ДПП для випадку  
 $w_c = w_{c0} + \Delta w_c$ ;  $\Omega = \Omega_0$ , при  $\Delta w_c = 2p \cdot 0,5 \cdot 10^6$  рад/с ( $dw_c = 0.5\%$ )

Час, нс	Вихідна напруга, мВ				
	MicroCap	Символьний метод			
		1 гар-ка	2 гар-ки	3 гар-ки	4 гар-ки
70000	188,4	208,1	189,9	188,5	188,4
70001	223,5	242,3	224,1	223,5	223,5
70002	171,4	182,3	171,1	171,4	171,4
70003	52,7	52,0	52,3	52,7	52,7
70004	-86,1	-98,1	-86,6	-86,2	-86,1
70005	-191,4	-210,6	-192,2	-191,4	-191,4
70006	-221,9	-241,2	-223,1	-221,9	-221,9
70007	-167,8	-179,4	-168,6	-167,8	-167,8
70008	-49,5	-48,5	-49,0	-49,5	-49,5
70009	88,1	101,3	89,6	88,1	88,1

Таблиця 7

Миттєві значення вихідної напруги ДПП для випадку  
 $w_c = w_{c0} + \Delta w_c$ ;  $\Omega = \Omega_0$ , при  $\Delta w_c = 2p \cdot 10^6$  рад/с ( $dw_c = 1\%$ ).

Час, нс	Вихідна напруга, мВ				
	MicroCap	Символьний метод			
		1 гар-ка	2 гар-ки	3 гар-ки	4 гар-ки
1	2	3	4	5	6
70000	89,8	94,0	89,9	89,8	89,8
70001	115,1	119,8	115,0	115,1	115,1
70002	95,1	98,6	94,9	95,1	95,1
70003	37,9	39,0	37,9	37,9	37,9
70004	-33,8	-35,7	-33,7	-33,8	-33,8
70005	-92,4	-96,5	-92,3	-92,4	-92,4
70006	-114,6	-119,5	-114,7	-114,6	-114,6
70007	-92,6	-96,2	-92,7	-92,6	-92,6
70008	-34,7	-35,5	-34,7	-34,7	-34,7
70009	36,8	39,1	37,0	36,9	36,8

Таблиця 8

Миттєві значення вихідної напруги ДПП для випадку  
 $w_c = w_{c0}$ ;  $\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega$ , при  $\Delta\Omega = 2p \cdot 10^6$  рад/с ( $d\Omega = 0.5\%$ )

Час, нс	Вихідна напруга, мВ				
	MicroCap	Символьний метод			
		1 гар-ка	2 гар-ки	3 гар-ки	4 гар-ки
1	2	3	4	5	6
70000	697	418	725	696	697
70001	141	-161	180	140	141
70002	-468	-679	-433	-468	-468
70003	-900	-938	-881	-900	-900
70004	-986	-837	-990	-986	-986
70005	-697	-417	-722	-696	-697
70006	-141	162	-180	-141	-141
70007	469	679	433	469	469
70008	898	935	878	898	898
70009	986	837	992	986	986

Таблиця 9

Миттєві значення вихідної напруги ДПП для випадку  
 $w_c = w_{c0}$ ;  $\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega$ , при  $\Delta\Omega = 2p \cdot 2 \cdot 10^6$  рад/с ( $d\Omega = 1\%$ ).

Час, нс	Вихідна напруга, мВ				
	MicroCap	Символьний метод			
		1 гар-ка	2 гар-ки	3 гар-ки	4 гар-ки
1	2	3	4	5	6
70000	701	408	724	701	701
70001	148	-169	182	148	148
70002	-462	-682	-431	-462	-462
70003	-894	-933	-877	-894	-894
70004	-987	-831	-992	-987	-987
70005	-702	-410	-726	-702	-702
70006	-148	168	-182	-148	-148
70007	461	682	431	461	461
70008	896	937	880	896	896
70009	986	830	990	986	986

**Висновки.** Виконані у роботі експерименти показали, що частотний символьний метод забезпечує достатню точність аналізу параметричних підсилювачів у асинхронному режимі. Ця точність визначається кількістю гармонік  $k$ , урахованих у апроксимації (1).

На закінчення відзначимо такі переваги ЧСМ:

- 1) істотною перевагою ЧСМ є те, що при його використанні формуються символьні вирази передавальних функцій, аналогічні (1), (2), (5), які дають змогу обчислювати, наприклад, корені поліномів, що утворюють передавальну функцію, чи похідні цих функцій за параметрами сигналів або елементів кола, які залишені у символьному вигляді;
- 2) у символьному вигляді можуть бути залишені довільні параметри сигналів чи елементів кола;
- 3) істотною перевагою ЧСМ є те, що він дає змогу одноразово отримати вираз (1) і на його основі багаторазово виконати подальший аналіз, оптимізацію чи синтез лінійних параметричних кіл.

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. 2. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Высшая школа, 1988. 3. Шаповалов Ю., Мандзій Б. Символьний аналіз лінійних параметричних кіл: стан питань, зміст і напрямки застосування // Теоретична електротехніка. – 2007. – Вип. 59. – С.3–9.