УДК

Вікторія Гамар, Віталія Гамар, Богдан Демида
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра інформаційних управляючих систем та мереж

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДИКИ ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНОГО МАРШРУТУ ПАСАЖИРІВ У ТРАНСПОРТНІЙ МЕРЕЖІ МІСТА

Запропоновано алгоритм пошуку оптимального маршруту пасажирів у транспортній мережі міста методом відгалужень і меж.

Ключові слова: оптимальний маршрут, метод відгалужень і меж, транспортна мережа.

The shortest path search algorithm in the public transport network is worked out taking into account time of transfers by a branch-and-bound method.

Key words: optimal route, branch-and-bound method, transport network.

Вступ

В умовах сьогодення проблема розв'язання задачі пошуку оптимальних шляхів є надзвичайно актуальною, особливо враховуючи постійну зайнятість населення та бажання ефективно використовувати свій час. Але це завдання є значно складнішим, ніж задача пошуку найкоротшого шляху на транспортній мережі, оскільки в деяких випадках виникає необхідність зміни маршруту та (або) виду транспорту (тобто, здійснення пересадки). Слід також врахувати, що не завжди безпересадочний шлях є найкоротшим за критерієм тривалості чи відстані, оскільки тривалість пересадки найчастіше складається з тривалості пішого переходу пасажира між зупинками (залежить від просторового розміщення зупинок) та тривалості очікування транспорту, що залежить від інтервалу руху транспорту.

Тільки шляхом повного перебору всіх можливих варіантів можна розв'язати задачу пошуку оптимального маршруту у міських транспортних мережах [1]. Як показано у [2], кількість можливих варіантів маршрутних схем дорівнює $2n*(n-1)-1$, де n – кількість зупинок громадського транспорту. Зі збільшенням n це значення швидко зростає, і вже при $n=10$ становить приблизно 1,24×1027 варіантів. Зрозуміло, що повний перебір такої кількості варіантів потребує багато часу і вимагає дуже потужної обчислювальної техніки.

Аналіз публікацій [2–4] показав, що автори не приділили достатньої уваги цій задачі. Так, у [2] наведений приклад розробки раціональної маршрутної схеми на доволі простому прикладі та зазначено, що пошук найкоротших шляхів з врахуванням тривалості пересадок розраховується методом потенціалів за аналогією з пошуком найкоротших шляхів без врахування тривалості пересадок. Однак, у такому випадку цей метод зводиться до перебирання всіх можливих варіантів прямування пасажира, здійснити який можна лише для транспортних мереж з малою кількістю транспортних районів. Аналогічний підхід пропонується і в роботі [3], без конкретної реалізації використовуваного алгоритму. У роботі [4] для побудови маршрутної схеми відшукуються шляхи з однією, двома та трьома пересадками, метод пошуку таких шляхів не наведено.

Опис алгоритму

Метою статті є розробка ефективного алгоритму пошуку найкоротших шляхів на маршрутній мережі з врахуванням тривалості пересадок. Для цього ми використали метод відгалужень і меж.

Для детальнішого пояснення алгоритму наведемо приклад.

На рис. 1 наведена схема маршрутної мережі. У ній є $n=5$ вершин, якими позначені центри транспортних районів, та $R=5$ маршрутів.

Кожен маршрут – це список вершин, через які він проходить. Отже,

маршрут 1 – (1, 2, 3);
маршрут 2 – (2, 3, 4);
маршрут 3 – (1, 4);
маршрут 4 – (1, 5);
маршрут 5 – (4, 5).

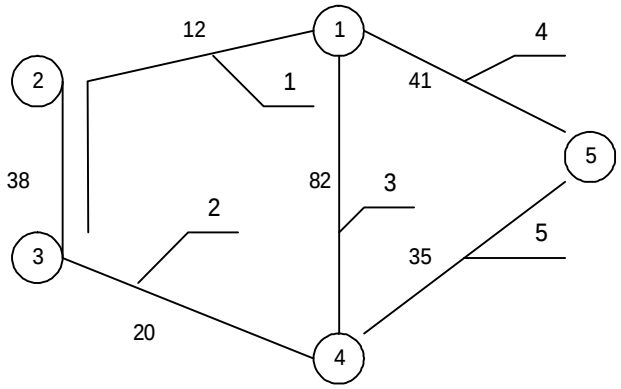

Рис. 1. Схема маршрутної мережі

Вважатимемо, що тривалість руху між вершинами є постійною, а тривалість пересадки у деякій *i -й* вершині залежить тільки від її номера, таблиця.

Тривалості пересадок у кожній з вершин маршрутної мережі (у хвилинах)

Номер вершини, k	1	2	3	4	5	6	7	8
Тривалість пересадки, хв	5	8	10	2	1	6	2	3

Шукатимемо найшвидший шлях між вершинами $p = 1$ та $q = 4$.

Оскільки між потрібними вершинами може бути декілька шляхів різної довжини та тривалості, то задачу можна розв'язати простим перебором всіх можливих варіантів. Але в реальних умовах цей вихід може бути неефективним і дуже затратним, зважаючи на величезну кількість можливих шляхів. У такому разі доцільно скористатися методом відгалужень і меж, який дасть нам змогу значно скоротити кількість варіантів перебору.

Ідея методу відгалужень і меж під час розв'язання задач комбінаторної оптимізації полягає у послідовному розбитті множини всіх можливих розв'язків задачі на підмножини, які не перетинаються, з подальшим аналізом отриманих елементів розбиття та відкиданням тих з них, які заздалегідь не містять оптимального розв'язку.

Наведемо алгоритм розв'язку поставленої задачі методом відгалужень і меж.

1. Розрахунок найкоротших відстаней між всіма вершинами без врахування необхідності пересадок. Для цього доцільно скористатися алгоритмом Флойда-Воршала.

2. Знаходження довжини найкоротшого шляху між початковою та кінцевою вершинами без врахування пересадок $h(T)$. У нашому прикладі найкоротшим між вершинами 1 та 4 буде шлях $L=(1–2–3–4)$ довжиною = 70 хв.

Отже, $h(T)=70$ *хв*.

3. Пошук верхньої оцінки довжини найкоротшого шляху $H(T)$.

Щоб встановити верхню оцінку довжини найкоротшого шляху, рухатимемось від вершини 1 до вершини 4 так, щоб за можливості здійснювати на шляху прямування якнайменшу кількість пересадок.

Обираємо найдовший маршрут на шляху L – це маршрут 1. Ним з вершини 1 можна без пересадок дістатися вершини 3, у якій ми пересідаємо на маршрут 2. Він нас доводить до кінцевої

вершини 4. Отже, на шляху з вершини 1 до вершини 4 ми здійснили лише одну пересадку у вершині 3. Отже , верхня оцінка довжини найкоротшого шляху дорівнюватиме $H(T)=h(t)+\tau 3=80$ *хв.*

Кроки 2 та 3 нам показали, що шуканий найкоротший шлях буде не коротшим, ніж $h(t)=70$ *хв.* і не довшим, ніж $H(T)=80$ *хв.* Якщо $h(t)=H(T)$ шлях L є оптимальним, а отже, задача розв'язана.

Дуже часто процес вирішення проблеми зручно представити у вигляді дерева, на гілках якого розмітити допустимі розв'язки, а поруч з вершинами дерева – вказати нижню оцінку відповідної підмножини.

4. Розгалуження дерева пошуку розв'язків.

Щоб розгалузити корінь дерева пошуку розв'язків, знайдемо всі маршрути, які проходять через початкову вершину 1. У цьому випадку це маршрути 1, 3 та 4. Кожному з цих маршрутів поставимо у відповідність окрему гілку дерева пошуку розв'язків. Нижню оцінку кожної з цих вершин приймають такою, що дорівнює нижній оцінці довжини найкоротшого шляху $h(t)$, тобто $b(1,1)=b(1,3)=b(1,4)=h(T)=70$ *хв.* (рис. 2). Вершина дерева позначається двома цифрами: перша є номером вузла на маршрутній мережі, а друга – номером маршруту.

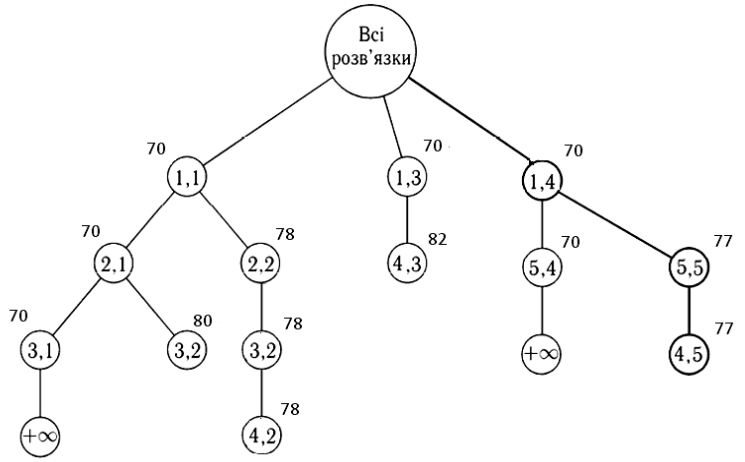

Рис. 2. Дерево пошуку розв'язків задачі

5. Наступним кроком є вибір вершини-кандидата для розгалуження. Необхідно вибрати нерозгалужену вершину (k^*, r^*) з мінімальним значенням оцінки, не враховуючи ті вершини, оцінка яких вже перевищує верхню оцінку довжини найкоротшого шляху $H(T)$. Отже, ми зменшуємо кількість кроків, необхідних для розв'язку поставленої задачі. У нашому випадку три вершини мають однакову мінімальну оцінку:

$$b^*=b(1,1)=b(1,3)=b(1,4)=70.$$

Обираємо будь-яку з них. Нехай це буде вершина (1,4).

6. Перевірка вершини, її оцінки.

Якщо $k^*=q$, то оптимальний розв'язок знайдено і довжина найкоротшого шляху дорівнює b^*. Інакше слід перейти до виконання кроку 7. Наразі, у нашому прикладі $(k^*=1)!=(q=5)$, тому рухаємося далі.

7. Розгалуження вершини-кандидата.

Для розгалуження обраної вершини (k^*, r^*) необхідно розглянути наступну вершину мережі, яка повинна бути сусідньою вершиною до обраної і знаходитись на тому ж маршруті. Нагадаємо, що k^* – номер вершини, r^* – номер маршруту в маршрутній мережі. Вже відвідані вершини не враховуються, тобто можливість повернення на крок назад виключається.

Для обраної на кроці 5 вершини $(1,4)$ це буде вершина $k`=5$.

Розглянемо маршрути, до яких належить вершина 5: це маршрути $r_5^{(5)}$ та $r_5^{(4)}$. Отже, з вершини-кандидата $(1,4)$ маємо два відгалуження – у вершини $(5,4)$ та $(5,5)$.

Якщо на обраній вершині k^* завершується маршрут r^*, то наступним відгалуженням з цієї вершини з оцінкою $+\infty$ позначимо неможливість подальшого розгалуження.

8. Розрахунок оцінок відгалужених вершин.

Оцінка кожної з вершин, відгалужених на кроці 7, визначається за формулою

$$b` = b^* + t_{k^*k`} + d_{k`q} - d_{k^*q} + f(k`, r^*, r`), \quad (1)$$

де b^* – оцінка попередньої вершини дерева пошуку розв'язків, хв; $t_{k^*k`}$ – відстань між вершинами $k^*$ та $k`$ за маршрутом r^*, хв; $d_{k`q}$ – найкоротша відстань між відгалуженою вершиною $k`$ та кінцевою вершиною q на маршрутній мережі без врахування пересадок (див. крок 1), хв; d_{k^*q} – найкоротша відстань між попередньою вершиною дерева пошуку розв'язків та кінцевою вершиною q на маршрутній мережі без врахування пересадок, хв; $f(k`, r^*, r`)$ – функція, що враховує тривалість пересадки:

$$f(k', r^*, r') = \begin{cases} 0, \ якщо \ \ r^* = r'; \\ t_{k'}, \ якщо \ \ r^* \neq r'. \end{cases} \quad (2)$$

Покажемо, наприклад, обчислення оцінки для відгалуженої вершини *(5,5)*. Оскільки попередньою вершиною дерева розв'язків є вершина *(1,4)*, це відгалуження відповідає пересуванню з вершини $k^*=1$ до вершини $k`=5$ з використанням маршруту $r^*=4$ з пересадкою у вершині 5 на маршрут $r`=5$.

Оцінка вершини *(5,5)* відповідно до формули (1):

$$b(5,5) = b(1,4) + t_{15} + d_{54} - d_{14} + f(5,4,5) = 70 + 41 + 35 - 70 + 1 = 77 \ хв.$$

Тут, $f(5, 4, 5)=\tau_5=1$ *хв*.

Визначивши оцінки всіх відгалужених на кроці 7 вершин, повертаємося до кроку 5.

Результатом виконання алгоритму для розглянутого прикладу є отримання оптимального розв'язку у вершині *(4,5)* з оцінкою *77 хв*. Відповідна гілка дерева позначена на рис. 2 потовщеною лінією. Рухаючись від вершини *(4,5)* до кореня дерева, легко знайти оптимальний шлях. Він відповідає послідовності вершин *(1,4) – (5,5) – (4,5)*. Отже, найкоротший шлях між вершинами 1 та 4 заданої у прикладі маршрутної мережі проходить через вершини 1 – 5 – 4 та дорівнює 77 хв. При цьому необхідно виконати пересадку у вершині 5 (з маршруту 4 на маршрут 5).

Структура бази даних

Для успішного розв'язання задачі знаходження оптимального маршруту в міській мережі варто користуватися такою структурою бази даних, яка наведена на рис. 3 (тут зображено лише основні таблиці).

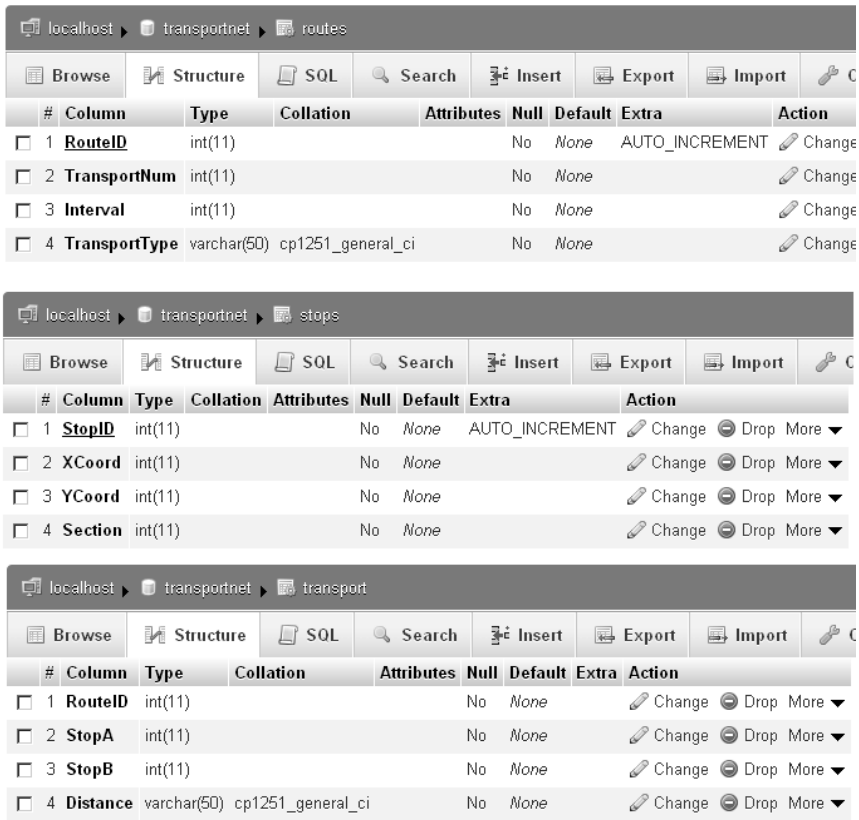

Рис. 3. Структура бази даних

Всю карту ми розбили на секції для зручнішого знаходження зупинок.

Таблиця *Routes* містить інформацію про інтервали руху кожного виду транспорту, таблиця *Stops* вказує, до якої секції входить зупинка, з уточненням її координат, а *Transport* – відстань між зупинками, хв.

На рис. 4 показана екранна форма адміністративної частини наповнення бази даних параметрами транспортної мережі.

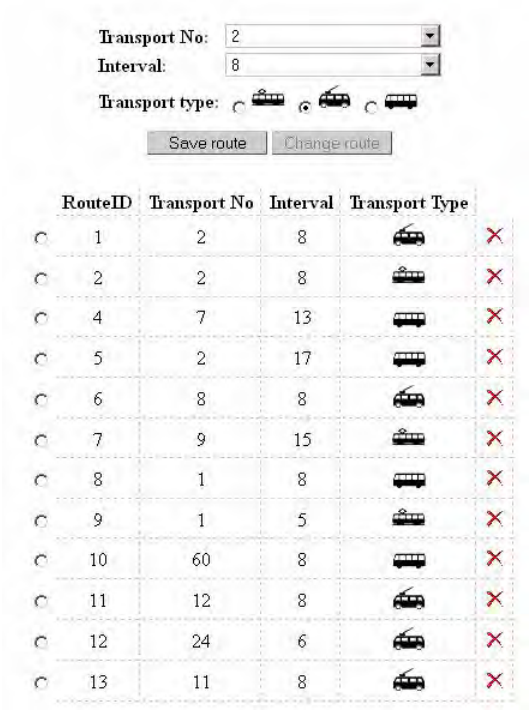

Рис. 4. Екранна форма адміністративної частини транспортної мережі

Висновки

Алгоритм призначений для пошуку найкоротшого шляху між заданою парою вершин, але фактично він дає змогу отримати набагато більше корисної інформації. Якщо повернутися до розглянутого прикладу, то ми знайшли найкоротші шляхи не лише між парою вершин 1 та 4, а й найкоротші шляхи від вершини 1 до всіх інших вершин маршрутної мережі. Це значно скорочує час та обсяг розрахунків у разі пошуку найкоротших шляхів між всіма парами вершин маршрутної мережі.

На кроці 5з'являється необхідність зберігати і сортувати оцінки всіх нерозгалужених вершин у порядку зростання. Найкращим рішенням під час реалізації на ЕОМ буде зберігання нерозгалужених вершин та їх оцінок у бінарній купі, яка виконує операції додавання та витягнення вершини за логарифмічний час $O(\log_n)$. При цьому кожна розгалужена вершина до купи не повертається. Такий підхід дозволяє значно скоротити час, затрачений на виконання алгоритму, оскільки якщо попередньо обчислити оцінку кожної з вершин $b`$ і у випадку $b`>H(T)$, відгалуження у цю вершину не виконувати.

1. Magnanti T.L. Network design and transpotation planning: models and algorithms / T.L. Magnanti, R. T. Wong // Transportation Science. – 1984. – № 18(1). – P. 1–55. 2. Геронимус Б.Л. Экономико-математические методы в планировании на автомобильном транспорте / Б.Л. Геронимус, Л.В. Царфин. – М.: Транспорт, 1988. – 192 с. 3. Хрущев М.В. Исследование методов маршрутизации автобусного транспорта в городах: дис. … д-ра экон. наук / М.В. Хрущев. – М., 2000. – 206 с. 4. Ігнатенко О.С. Організація автобусних перевезень у містах / О.С. Ігнатенко, В.С. Марунич. – К.: УТУ, 1998. – 196 с. 5. Кузькін О.Ф. Пошук найкоротших шляхів у міських маршрутних мережах / О.Ф. Кузькін // Східноєвропейський журнал передових технологій. – 2011. – № 6/4(54). – С. 8–12.