Розроблена модель дає змогу враховувати завадову обстановку та вплив шумів на результат формування та виділення об'єктів, що дає змогу на етапі проектування систем оцінити їх ефективність. Також досліджені в роботі алгоритми формування РМ зображень та виділення об'єктів дають змогу враховувати різного роду шумів та інших дестабілізуючих факторів, що спрощує аналіз роботи систем моніторингу.

1. Борозов А.Б. Радиолокационные системы: научно-технические достижения и проблемы развития техники миллиметрового диапазона радиоволн. / А.Б. Борозов, Р.П. Быстров, В.Г. Дмитриев и др. // Успехи современной радиоэлектроники. – 2001. – №5. – С. 3–49. 2. Формирование радиотепловых контрастов объектов в миллиметровом диапазоне длин волн. /Л. И. Федосеев, А.А. Швецов // Российская академия наук "Журнал радиоэлектроники". – № 7. – 2010 (электронный журнал, ISSN 1684-1719) – С.1–13. 3. Prudyus I.N., Lazko L.V., Mymrikov D.O., Multilobes radiometric monitoring system MWK'2011 Metrologia Wspomagana Komputerowo Waplewo – WDW "Warmia" 24÷27 таја 2011 г. 4. Прудиус I.Н., Лазько Л.В., Мимріков Д.О. Моделювання процесу формування радіолокаційного зображення системи моніторингу // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка" "Радіоелектроніка та телекомунікації". – 2011. – № 705. – С. 190–193. 5. Гонсалес Р., Вудс Р., Єддине С. Цифровая обработка изображений в среде МАТLAB. – М.: Техносфера, 2006. – 616 с.

УДК 621.372.061

**Ю.І. Шаповалов, Б.А. Мандзій, Д.Р. Смаль** Національний університет "Львівська політехніка"

## ЗАСТОСУВАННЯ ЧАСТОТНОГО СИМВОЛЬНОГО МЕТОДУ ДО БАГАТОВАРІАНТНОГО АНАЛІЗУ ЛІНІЙНИХ ПАРАМЕТРИЧНИХ КІЛ

## © Шаповалов Ю.І, Мандзій Б.А., Смаль Д.Р., 2012

Розглянуто застосування частотного символьного методу до багатоваріантного аналізу лінійних параметричних кіл на підставі визначення їх чутливості.

Ключові слова: лінійні параметричні кола, відхилення параметрів, частотний символьний метод, чутливість кіл.

In this paper are considered the application of frequency symbolic method to multivariate analysis of linear parametric circuits on the basis of determining of their sensitivity.

Key words: linear parametric circuits, deviation of parameters, frequency symbolic method, sensitivity of circuits.

Вступ. Важливим питанням багатоваріантного аналізу у процесі проектування кіл є визначення чутливості характеристик цих кіл до зміни параметрів їх елементів. Наявність функцій чутливості зазвичай позитивно впливає на вибір методів проектування, що забезпечує вищу якість та цілеспрямованість процесу проектування загалом. У статті це продемонстровано під час визначення відхилень характеристик лінійного параметричного кола методом моментів за такою залежністю [1]:

$$\delta W \cong \sum_{i=1}^{n} S_{l_i}^{W} \cdot \delta l_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} S_{l_i l_j}^{W} \cdot \delta l_i \cdot \delta l_j,$$
(1)

де  $\delta W$ ,  $\delta l_i$ ,  $\delta l_j$  – відносні відхилення параметричної передавальної функції W та параметрів елементів кола  $l_i$  та  $l_j$  від номінальних значень, відповідно; n – кількість параметрів елементів кола;

$$\mathbf{S}_{\mathbf{l}_{i}}^{\mathbf{W}} = \left(\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{l}_{i}}\right) \cdot \left(\mathbf{l}_{i} / \mathbf{W}\right) \mathbf{i} \mathbf{S}_{\mathbf{l}_{i} \mathbf{l}_{j}}^{\mathbf{W}} = \left(\frac{\partial^{2} \mathbf{W}}{\partial \mathbf{l}_{i} \partial \mathbf{l}_{j}}\right) \cdot \left(\mathbf{l}_{i} \cdot \mathbf{l}_{j} / \mathbf{W}\right) (2)$$

– чутливості першого та другого порядків функції W до зміни параметрів елементів кола, відповідно.

Основна складність багатоваріантного аналізу, зокрема, обчислення відхилень характеристик лінійних параметричних кіл методом моментів полягає у формуванні обраної параметричної передавальної функції кола W у символьному вигляді, тобто у вигляді, за якого параметри елементів кола представлені символами. Такі передавальні функції пропонуємо визначати частотним символьним методом (ЧС-методом) [2]. Зрозуміло, що наявність таких функцій робить тривіальним подальше визначення чутливості та відносних відхилень, наприклад, за допомогою програми MATLAB.

У роботі наведено результати обчислювальних експериментів з визначення функції чутливості одноконтурного та двоконтурного параметричних підсилювачів, на основі яких визначено відносні відхилення обраних параметричних передавальних функцій та приведені залежності відносних відхилень вихідних напруг від величин відхилень параметрів кола.

## Експериментальна частина

**Експеримент 1**. Визначити модуль відносного відхилення параметричного опору Z(s,t) = U(s,t)/I(s) кола, наведеного на рис.1, у якому  $c(t) = c_0(1 + m\cos(\Omega t)) \Phi$ ,  $c_0 = 1 \Phi$ ,

 $\Omega = 1$ рад/с, m = 0,1,  $\omega = 1$ рад/с, i(t) = cos( $\omega \cdot t$ ), за відносної зміни параметрів с<sub>0</sub>, m у межах 1%.

Крок 1. За ЧС-методом параметричний опір Z(s,t) = U(s,t)/I(s) у символьному вигляді дорівнює:

$$Z(s,t) = Z_0(s) + Z_{c1}(s) \cdot \cos(\Omega \cdot t) + Z_{s1}(s) \cdot \sin(\Omega \cdot t),$$
(3)  
$$z_0 = \frac{2}{c_0 \cdot m^2 \cdot s - 2 \cdot c_0 \cdot s}, \quad Z_{c1} = \frac{2 \cdot m}{c_0 \cdot m^2 \cdot s - 2 \cdot c_0 \cdot s}, \quad Z_{s1} = 0, \quad s = j \cdot \omega.$$
(3)

(4)

(5)

Миттєві значення напруги u(t) обчислюємо за виразом

$$\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \operatorname{Re}[\mathbf{Z}(\mathbf{s}, \mathbf{t}) \cdot \mathbf{I}(\mathbf{s})],$$

 $\downarrow^{c(t)}$  u(t)

Рис. 1. Параметрична ємність c(t)

отриманим за ЧС-методом, та виразом

$$\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \operatorname{Re}\left[\frac{1}{\mathbf{s} \cdot \mathbf{c}(\mathbf{t})} \cdot \mathbf{I}(\mathbf{s})\right],$$

який випливає з аналітичного виразу для параметричного опору Z(s,t). Результати обчислення виразів (4) та (5) при  $c_0 = 1\Phi$ ;  $\Omega = 1$ рад/с; m = 0,1;  $\omega = 1$ рад/с наведено у табл. 1 для кількості гармонічних складових k= 1,2,3 у апроксимації Z(s,t).

Крок 2. За виразом (3) визначаємо чутливість функції Z(s,t) до зміни глибини модуляції т:

$$S_{m}^{Z(m,s,t)}(m,s,t) = \frac{\partial Z(m,s,t)}{\partial m} \cdot \frac{m}{Z(m,s,t)} \,.$$
(6)

Результати обчислення виразу (6) при m = 0,1 наведено у табл. 2.

Дані табл. 1 та табл. 2 свідчать, що результати, отримані за ЧС-методом, вже при трьох гармонічних складових у параметричній передавальній функції Z(s,t) збігаються з результатами, отриманими за аналітичним виразом.

## Таблиця 1

Миттєві значення напруги на параметричній ємності u(t)

	u(t) за ЧС методом, В			u(t) за
t, c	k=1	k=2	k=3	аналітич- ним виразом, В
100	-0.4650	-0.4662	-0.4662	-0.4662
102	0.9897	0.9847	0.9848	0.9848
103	0.6751	0.6759	0.6759	0.6759
104	-0.3538	-0.3552	-0.3553	-0.3553
105	-0.9989	-0.9947	-0.9945	-0.9945





Рис. 2. Залежність модуля δZ(t) від часу t, за відносної зміни параметрів елементів у межех 1 %

Таблиця 2 Миттєві значення модуля чутливості S<sup>Z(m,s,t)</sup>(m s t)

~ III (,-,-,-)							
t, c	Модуль чутливості			Модуль			
	$S_m^{Z(m,s,t)}(m,s,t)$ 3a YC			чутливості			
	III	методом	$S_m^{Z(m,s,t)}(m,s,t)$				
	k=1	k=2	k=3	за аналітичним			
				виразом			
100	0.0843	0.0794	0.0794	0.0794			
101	0.0879	0.0818	0.0819	0.0819			
102	0.0002	0.0103	0.0101	0.0101			
103	0.0826	0.0852	0.0849	0.0849			
104	0.0965	0.1042	0.1046	0.1046			
105	0.0336	0.0252	0.0247	0.0247			

За аналогією з виразом (6), використовуючи вирази (2), знаходимо чутливості за іншими параметрами схеми, а саме чутливості функції Z(s,t)першого (для параметра  $c_0$ ) та другого порядку (для пар параметрів m,  $c_0$ ; m, m;  $c_0, c_0$ .).

Крок 3. За виразом (1) та чутливістю, визначеною на кроці 2, обчислюємо шуканий модуль відносного відхилення  $\delta Z(t)$  параметричного опору Z (рис. 2).

**Експеримент 2.** Визначити модуль відносного відхилення параметричного вхідного опору  $Z(s,t) = U_1(s,t)/I(s)$  та відносне відхилення вихідної напруги  $u_2(t) = \text{Re}[U_2(s,t)]$  одноконтурного



Рис. 3. Одноконтурний параметричний підсилювач

параметричного підсилювача з рис.3 з параметрами  $c(t)=10^{-11}(1+0.05 \cos(4\cdot10^8\pi t)) \Phi$ ,  $I(s)=10^{-4}\exp(j\cdot2\cdot10^8\pi t-\pi/4)$  A, L = 253.3 нГн, Y<sub>1</sub> = 0.25 Cм, Y<sub>2</sub>=0.4 мСм, c<sub>0</sub>= =10 п $\Phi$ , m=0.05 за відносної зміни параметрів  $c_0$ , L, Y<sub>1</sub>, Y<sub>2</sub>, m у межах 1 %.

Крок 1. За ЧС-методом апроксимацію параметричного вхідного опору Z при символьних параметрах m, c<sub>0</sub>, L, Y<sub>1</sub>, Y<sub>2</sub>,  $\Omega$ , s, t отримують у вигляді:

$$Z(m, c_0, L, Y_1, Y_2, \Omega, s, t) = Z_0(m, c_0, L, Y_1, Y_2, \Omega, s) + \sum_{i=1}^{k} [Z_{-i}(m, c_0, L, Y_1, Y_2, \Omega, s) \cdot \exp(-ji\Omega t) + Z_{+i}(m, c_0, L, Y_1, Y_2, \Omega, s) \cdot \exp(ji\Omega t)].$$
(7)

При k = 1 вираз (7) набуває вигляду:

$$Z(m, c_0, L, Y_1, Y_2, \Omega, s, t) = Z_0(m, c_0, L, Y_1, Y_2, \Omega, s) + Z_{-1}(m, c_0, L, Y_1, Y_2, \Omega, s) \cdot \exp(-j \cdot \Omega \cdot t) + Z_{+1}(m, c_0, L, Y_1, Y_2, \Omega, s) \cdot \exp(j \cdot \Omega \cdot t), (8)$$

$$\mathbb{Z}_{0}(\mathbf{m}, \mathbf{c}_{0}, \mathbf{L}, \mathbf{Y}_{1}, \mathbf{Y}_{2}, \Omega, \mathbf{s}) = \frac{\mathbf{z}_{0}(\mathbf{m}, \mathbf{c}_{0}, \mathbf{L}, \mathbf{Y}_{1}, \mathbf{Y}_{2}, \Omega, \mathbf{s})}{\Delta(\mathbf{m}, \mathbf{c}_{0}, \mathbf{L}, \mathbf{Y}_{1}, \mathbf{Y}_{2}, \Omega, \mathbf{s})}; \mathbb{Z}_{-1}(\mathbf{m}, \mathbf{c}_{0}, \mathbf{L}, \mathbf{Y}_{1}, \mathbf{Y}_{2}, \Omega, \mathbf{s}) = \frac{\mathbf{z}_{-1}(\mathbf{m}, \mathbf{c}_{0}, \mathbf{L}, \mathbf{Y}_{1}, \mathbf{Y}_{2}, \Omega, \mathbf{s})}{\Delta(\mathbf{m}, \mathbf{c}_{0}, \mathbf{L}, \mathbf{Y}_{1}, \mathbf{Y}_{2}, \Omega, \mathbf{s})}; \mathbb{Z}_{+1}(\mathbf{m}, \mathbf{c}_{0}, \mathbf{L}, \mathbf{Y}_{1}, \mathbf{Y}_{2}, \Omega, \mathbf{s}) = \frac{\mathbf{z}_{+1}(\mathbf{m}, \mathbf{c}_{0}, \mathbf{L}, \mathbf{Y}_{1}, \mathbf{Y}_{2}, \Omega, \mathbf{s})}{\Delta(\mathbf{m}, \mathbf{c}_{0}, \mathbf{L}, \mathbf{Y}_{1}, \mathbf{Y}_{2}, \Omega, \mathbf{s})},$$

 $z_{-1}(m, c_0, L, Y_1, Y_2, \Omega, s) = .50*L^3*c0^2*m*s^5 + (.50*L^2*(L*Y2+2.*j*\Omega*L*c0)*c0*m-1.0*j*L^3*)$  $c0^{2}m^{2}\Omega)^{*}s^{4} + (.50^{*}L^{2}(-1.*L^{*}c0^{*}\Omega^{2}+1.+1.*j^{*}\Omega^{*}L^{*}Y2)^{*}c0^{*}m^{-1}.0^{*}j^{*}L^{2}(L^{*}Y2 + 2.*j^{*}\Omega^{*}L^{*}c0))$  $^{2*}(L^{*}Y2+2.*j^{*}\Omega^{*}L^{*}c0)^{*}c0^{*}m^{*}\Omega^{*}2)^{*}s^{2}-.50^{*}L^{*}2^{*}(-1.*L^{*}c0^{*}\Omega^{*}2+1.+1.*J^{*}\Omega^{*}L^{*}Y2)^{*}c0^{*}m^{*}\Omega^{*}2^{*}s;$  $c0))*L*s^{4-1}.*((-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*i*\Omega*L*Y2)*L*c0+(L*Y2-2.*i*\Omega*L*c0)*(L*Y2+2.*i*\Omega*L*c0)+(L*Y2+2.*i*\Omega*L$  $*L*c0) + (L*Y2-2.*j*\Omega*L*c0)*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.+1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*Y2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*L*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.-1.*j*\Omega*U2))*L*s^2-1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.*L*c0*\Omega^2+1.*(-1.*L*c0*\Omega^2+1.*L*c0*1.*L*c0*1.*L*c0*\Omega^2+1.*L*c0*\Omega^2+1.*L*c0*1.*L*c0*1.*L*c0*1.*$ L\*Y2)\*(-1.\* $L*c0 *\Omega^{2}+1.+1.*j*\Omega*L*Y2$ )\*L\*s;  $z_{+1}(m, c_0, L, Y_1, Y_2, \Omega, s) = .50*L^{3*}c0^{2*}m^*s^{5} + (.50*(L^*Y2 - 2.*j^*\Omega^*L^*c0)*L^*c0*m + 1.0*j^*L^{2*} c0^{2*}m^*s^{5} + (.50*(L^*Y2 - 2.*j^*\Omega^*L^*c0)*L^*c0*m + 1.0*j^*L^*c0*m + 1.0*j^*L^*c$  $.50*L^{2}*c0^{2}*m*\Omega^{2})*L*s^{3}+(1.0*j*(-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega*L*Y2)*L*c0*m*\Omega-.50*(L*Y2-2.*j*\Omega)+(1.0*j*(-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega*L*Y2)*L*c0*m*\Omega-.50*(L*Y2-2.*j*\Omega)+(1.0*j*(-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega*L*Y2)*L*c0*m*\Omega-.50*(L*Y2-2.*j*\Omega)+(1.0*j*(-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega*L*Y2)*L*c0*m*\Omega-.50*(L*Y2-2.*j*\Omega)+(1.0*j*(-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega*L*Y2)*L*c0*m*\Omega-.50*(L*Y2-2.*j*\Omega)+(1.0*j*(-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega*L*Y2)*L*c0*m*\Omega-.50*(L*Y2-2.*j*\Omega)+(1.0*j*(-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega*L*Y2)*L*c0*m*\Omega-.50*(L*Y2-2.*j*\Omega)+(1.0*j*(-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega*L*Y2)*L*c0*m*\Omega-.50*(L*Y2-2.*j*\Omega)+(1.0*j*(-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega*L*Y2)*L*c0*m*\Omega-.50*(L*Y2-2.*j*\Omega)+(1.0*j*(-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega*L*Y2)*L*c0*m*\Omega)+(1.0*j*(-1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega)+(1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega)+(1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega)+(1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega)+(1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega)+(1.*L*c0*\Omega^{2}+1.-1.*j*\Omega)+(1.*L*c0*\Omega^{2}+1.*J*\Omega)+(1.*L$  $L^{c}(0) + L^{c}(0) + L^{c}(0)$  $\Delta(m, c_0, L, Y_1, Y_2, \Omega, s) = (-1.*L^3*c0^3 + .50*L^3*c0^3*m^2)*s^6 + (.50*L^3*c0^2*m^2*Y_2 - 3.*L^3*m^2) + .50*L^3*c0^3 +$  $L^{2}c0^{2})*s^{4}+(-1.*L^{3}*Y2^{3}-6.*L^{2}*Y2^{2}c0+.50*L^{3}*c0^{2}*m^{2}*Y2^{2}\Omega^{2}-4.*L^{3}*Y2^{2}c0^{2}*\Omega^{2})$ \*s^3+(-3.\*L^3\* Y2^2 \*c0\*Q^2-3.\*L^2\*Y2^2-.50\*L^2\*c0^2\*m^2 \*Q^2+.50\*L^3\*c0^3\*m^2\*Q^4- $1.*L^{3}*c0^{3}*\Omega^{4}-3.*L*c0)*s^{2}+(-1.*\Omega^{2}*L^{3}*Y^{2}-3.*L*Y^{2}-1.*L^{3}*c0^{2}*\Omega^{4}*Y^{2})*s+2.*L*$  $c0*\Omega^{A2} - 1.*L^{A2}*c0^{A2}*\Omega^{A} - 1.*\Omega^{A2}*L^{A2}*Y2^{A2} - 1.$ 

Результати обчислення виразу (7) при k=2, що забезпечує необхідну точність, наведено на рис. 4. Крок 2. За символьним виразом (7) при k=2 визначаємо чутливість вхідного опору Z до зміни параметрів кола. Зокрема, чутливість першого порядку по твизначаємо за виразом, аналогічним виразові (6) (рис. 5).



Рис. 4. Поверхні модуля параметричного вхідного опору Z(s,t,m) кола з рис.3, обчислені при  $\Omega = 4 \cdot 10^8 \pi \text{ рад/c}$ ,  $L = 253.3 \text{ нГн}, Y_1 = 0.25 \text{ См}, Y_2 = 0.4 \text{ мСм}, c_0 = 10 \text{ n}\Phi$ , та зміні т від 0 до 0,05,  $\omega$  від 4,5·10<sup>8</sup> до 8·10<sup>8</sup> рад/c та для різних моментів часу t:  $a - t = 0 \cdot T/4$ ;  $6 - t = 1 \cdot T/4$ ;  $e - t = 2 \cdot T/4$ ;  $c - t = 3 \cdot T/4$ 



Рис. 5. Поверхні модуля чутливості  $S_m^Z$  (m, s, t) параметричного вхідного опору Z(m, s, t) кола з рис. 3, обчислені при  $\Omega = 4 \cdot 10^8 \pi$  рад/с, L = 253.3 нГн,  $Y_1 = 0.25$  См,  $Y_2 = 0.4$  мСм,  $c_0 = 10$  пФ, та зміні т від 0 до 0,05,  $\omega$  від 4,5 $\cdot 10^8$  до 8 $\cdot 10^8$  рад/с та для різних моментів часу t:  $a - t = 0 \cdot T/4$ ;  $6 - t = 1 \cdot T/4$ ;  $e - t = 2 \cdot T/4$ ;  $c - t = 3 \cdot T/4$ 

Вираз для чутливості другого порядку по m, Y<sub>2</sub> має вигляд:

$$S_{m,Y_2}^{Z}(m,Y_2,t) = \frac{\partial^2 Z(m,Y_2,t)}{\partial m \partial Y_2} \cdot \frac{m \cdot Y_2}{Z(m,Y_2,t)}.$$
(9)

Результати обчислення виразу (9) наведено на рис. 6.



Рис.6. Поверхні модуля чутливості  $S_{m,Y_2}^Z(m,Y_2,t)$  параметричного вхідного опору Z(m,s,t) кола з рис. 3, обчислені за виразом (9), при  $\Omega = 4 \cdot 10^8 \pi$  рад/с, L = 253.3 нГн,  $Y_1 = 0.25$  См,  $\omega = \pi \cdot 2 \cdot 10^8$  рад/с,  $c_0 = 10$  пФ, та зміні т від 0 до 0,05,  $Y_2$  від  $4 \cdot 10^4$  до  $10 \cdot 10^{-4}$  См та для різних моментів часу t:  $a - t = 0 \cdot T/4$ ;  $6 - t = 1 \cdot T/4$ ;  $e - t = 2 \cdot T/4$ ;  $c - t = 3 \cdot T/4$ 

За виразами (6) та (9), згідно з виразами (2), знаходимо чутливість функції Z першого порядку (для параметрів  $c_0, L, Y_1, Y_2$ ) та другого порядку (для пар параметрів m, m;  $c_0, c_0$ ; L,L;  $Y_1, Y_1; m, c_0; m,L; m, Y_1; c_0, L; c_0, Y_1; c_0, Y_2; L, Y_1; L, Y_2; Y_1Y_2; Y_2Y_2)$ .

Крок 3. За виразом (1) та чутливістю, визначеною на кроці 2, обчислюємо модуль відносного відхилення  $\delta Z(t)$  параметричного вхідного опору Z за заданих відносних змін параметрів елементів кола m, c<sub>0</sub>, L, Y<sub>1</sub>, Y<sub>2</sub> (рис.7), а також відносне відхилення  $\delta u_2(\delta L, \delta Y_2, t)$  вихідної напруги  $u_2(t)$  (рис. 8).



Рис. 7. Часова залежність модуля  $\delta Z(t)$  параметричного вхідного опору Z за відносної зміни параметрів елементів у межах 1 %



**Експеримент 3.** Визначити модуль відносного відхилення параметричного вхідного опору  $Z(s,t) = U_1(s,t)/I(s)$  та відносне відхилення вихідної напруги  $u_1(t) = \text{Re}[U_1(s,t)]$  двоконтурного



Рис.9. Двоконтурний параметричний підсилювач

хідної напруги  $u_1(t) = \text{Re}[U_1(s, t)]$  двоконтурного параметричного підсилювача з рис. 9 з параметрами  $c(t)=1^{-12}(1+0.1\cos(597,146\cdot10^6\pi t))$  Ф,  $I(s)=10^4 \exp(j\cdot2\cdot10^8\pi t+\pi/4)$  А,  $L_1 = 36.70795$  нГн,  $L_2=$ 9.312609 нГн,  $Y_1 = 0.1$  мСм,  $Y_2=0.1$  мСм,  $Y_3=0.5$  Сm  $c_0=1$  пФ, m=0.1,  $C_1=68$  пФ,  $C_2=68$  пФ, k=4 за відносної зміни параметрів m,  $c_0$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  у межах 0,1 %. Результати обчислення параметричного вхідного опору, отримані за ЧС-методом, наведено на рис. 10.



Рис. 10. Поверхні модуля параметричного вхідного опору Z(s,t) кола з рис.9, обчислені при  $L_1 = 36.70795$  нГн,  $L_2 = 9.312609 \ \mu\Gamma\mu, Y_1 = 0.1 \ mCm, Y_2 = 0.1 \ mCm, Y_3 = 0.5 \ Cm, c_0 = 1 \ n\Phi, m = 0.1, C_1 = 68 \ n\Phi, C_2 = 68 \ n\Phi, \Omega = \pi \cdot 597, 146 \cdot 10^6 \ mCm, Y_3 = 0.5 \ Cm, C_0 = 1 \ n\Phi, m = 0.1, C_1 = 68 \ n\Phi, C_2 = 68 \ n\Phi, \Omega = \pi \cdot 597, 146 \cdot 10^6 \ mCm, Y_3 = 0.5 \ Cm, C_0 = 1 \ n\Phi, m = 0.1, C_1 = 68 \ n\Phi, C_2 = 68 \ n\Phi, \Omega = \pi \cdot 597, 146 \cdot 10^6 \ mCm, Y_3 = 0.5 \ Cm, C_0 = 1 \ n\Phi, m = 0.1, C_1 = 68 \ n\Phi, C_2 = 68 \ n\Phi, \Omega = \pi \cdot 597, 146 \cdot 10^6 \ mCm, Y_3 = 0.5 \ Cm, C_0 = 1 \ n\Phi, m = 0.1, C_1 = 68 \ n\Phi, C_2 = 68 \ n\Phi, \Omega = \pi \cdot 597, 146 \cdot 10^6 \ mCm, Y_3 = 0.5 \ Cm, C_0 = 1 \ n\Phi, m = 0.1, C_1 = 68 \ n\Phi, C_2 = 68 \ n\Phi, \Omega = \pi \cdot 597, 146 \cdot 10^6 \ mCm, Y_3 = 0.5 \ Cm, C_0 = 1 \ n\Phi, m = 0.1, C_1 = 68 \ n\Phi, C_2 = 68 \ n\Phi, \Omega = \pi \cdot 597, 146 \cdot 10^6 \ mCm, Y_3 = 0.5 \ Cm, C_0 = 1 \ n\Phi, m = 0.1, C_1 = 68 \ n\Phi, C_2 = 68 \ n\Phi, \Omega = \pi \cdot 597, 146 \cdot 10^6 \ mCm, Y_3 = 0.5 \ mCm$ рад/с та зміні т від 0 до 0,15,  $\omega$  від 6,25·10<sup>8</sup> до 6,31·10<sup>8</sup> рад/с та для різних моментів часу t: a – t = 0·T/4;  $\delta - t = 1 \cdot T/4$ ;  $\epsilon - t = 2 \cdot T/4$ ;  $\epsilon - t = 3 \cdot T/4$ 

утливість першого та другого порядків функції Z до зміни параметрів кола. Зокрема чутливість першого порядку за т визначають за виразом, аналогічним до виразу (6) (рис. 11).



Рис.11. Поверхні модуля чутливості  $S_m^Z$  (m, s, t) параметричного вхідного опору Z(m, s, t) кола з рис.9, обчислені при L<sub>1</sub> = 36.70795 нГн, L<sub>2</sub> = 9.312609 нГн, Y<sub>1</sub> = 0.1 мСм, Y<sub>2</sub>=0.1 мСм, Y<sub>3</sub>=0.5 См, c<sub>0</sub>=1 пФ, m=0.1,  $C_1$ =68 nФ,  $C_2$ =68 nФ,  $\Omega$ = $\pi$ ·597,146·10<sup>6</sup> рад/с та зміні т від 0 до 0,147,  $\omega$  від 6,261·10<sup>8</sup> до 6,97·10<sup>8</sup> рад/с та для різних моментів часу  $t: a - t = 0 \cdot T/4$ ;  $6 - t = 1 \cdot T/4$ ;  $e - t = 2 \cdot T/4$ ;  $r - t = 3 \cdot T/4$ 

Вираз для чутливості другого порядку по m, Y<sub>1</sub> має вигляд:

$$S_{m,Y_1}^{Z}(m,Y_1,t) = \frac{\partial^2 Z(m,Y_1,t)}{\partial m \partial Y_1} \cdot \frac{m \cdot Y_1}{Z(m,Y_1,t)}.$$
(10)

Результати обчислення виразу (10) наведено на рис. 12.



Рис.12. Поверхні модуля чутливості  $S_{m,Y_1}^{Z}(m,Y_1,t)$  параметричного вхідного опору  $Z(m,Y_1,t)$  кола з

рис.9, обчисленні з виразу (10) при L<sub>1</sub> = 36.70795 нГн, L<sub>2</sub>= 9.312609 нГн, Y<sub>2</sub>=0.1 мСм, Y<sub>3</sub>=0.5 См,  $c_0 = 1 n\Phi$ , m = 0.1,  $C_1 = 68 n\Phi$ ,  $C_2 = 68 n\Phi$ ,  $\Omega = \pi \cdot 597, 146 \cdot 10^6 \text{ pad/c}$ ,  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 10^8 \text{ pad/c}$  ma зміні m від 0 до 0,15,  $Y_1$  від  $1 \cdot 10^{-4}$  до  $5 \cdot 10^{-4}$  См та для різних моментів часу t: a)  $t = 0 \cdot T/4$ ; б)  $t = 1 \cdot T/4$ ; в)  $t = 2 \cdot T/4$ ; г)  $t = 3 \cdot T/4$ 

За виразами (6) та (10), згідно з виразами (2), знаходимо чутливість за іншими параметрами схеми. А саме, чутливості функції Z першого (для параметрів m, c<sub>0</sub>, L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>, Y<sub>1</sub>, Y<sub>2</sub>, Y<sub>3</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>.) та дру-



Рис. 13. Часова залежність модуля δZ(t) параметричного вхідного опору Z за відносної зміни параметрів елементів (m,c<sub>0</sub>,L<sub>1</sub>,L<sub>2</sub>,Y<sub>1</sub>,Y<sub>2</sub>,Y<sub>3</sub>,C<sub>1</sub>,C<sub>2</sub>) ν межах 0,1%

гого порядку (для пар параметрів  $C_2, C_2$ ;  $Y_3, Y_3; C_1, C_1$ ;  $Y_2, Y_2;$  m,m;  $c_0, c_0; L_1, L_1; L_2, L_2; Y_1, Y_1;$ m, $c_0; m, L_1; m, L_2; m, Y_1;$  m, $C_2; c_0, L_1; c_0, L_2; c_0, Y_1;$ m, $Y_2;$  m, $Y_3;$  m, $C_1; C_1, C_2;$   $c_0, Y_2; c_0, Y_3; c_0, C_1; c_0, C_2;$   $L_1, L_2; L_1, Y_1;$   $Y_2, Y_3;$   $Y_1, C_1; Y_1, C_2; Y_3, C_1; Y_3, C_2;$   $L_1, Y_2; L_1, Y_3; L_1, C_1; L_1, C_2;$   $L_2, Y_1; L_2, Y_2;$   $L_2, Y_3; L_2, C_1; L_2, C_2; Y_1, Y_2; Y_1, Y_3;$   $Y_2, C_1; Y_2, C_2)$  за формулами (2).

Крок 3. За виразом (1) та чутливістю, визначеною на кроці 2, обчислюємо модуль відносного відхилення  $\delta Z(t)$  параметричного вхідного опору Z за заданих відносних змін параметрів елементів кола m, c<sub>0</sub>, L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>, Y<sub>1</sub>, Y<sub>2</sub>, Y<sub>3</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> (рис. 13), а також відносне відхилення  $\delta u_1(\delta L_1, \delta L_2, \delta Y_1, \delta Y_2, t)$  вихідної напруги u<sub>1</sub>(t) (рис.14).



Рис. 14. Залежності відносного відхилення  $\delta u_1(\delta L_1, \delta L_2, \delta Y_1, \delta Y_2, t)$  вихідної напруги  $u_1(t)$  від часу та відхилень параметрів кола з рис.9: а — відхилення  $L_1$  від 0 до 0,1%, б — відхилення  $L_2$  від 0 до 0,1%, в — відхилення  $Y_1$  від 0 до 5%, г — відхилення  $Y_2$  від 0 до 5%

Висновки. З наведених обчислювальних експериментів випливає таке.

1. Частотний символьний метод аналізу лінійних параметричних кіл уможливлює розрахунки функцій чутливості і відносних відхилень характеристик кіл.

2. Основна складність визначення функцій чутливості і відносних відхилень полягає у формуванні символьних виразів передавальних функцій.

3. Наявність символьних виразів для передавальних функцій дає змогу стандартними засобами MATLAB визначати функції чутливості за параметрами кола, які задано символами.

4. Функція чутливості лінійного параметричного кола, як і інші його характеристики, залежить від часу.

5. Точність розрахунку передавальної функції та функції чутливості лінійного параметричного кола збільшуються із збільшенням кількості гармонічних складових *k* у апроксимації параметричної передавальної функції.

1. Повышение эффективности преобразовательных и радиотехнических устройств / B.Ф. Дмитриков, B.B. Сергеев, И.Н. Самылин. – М.: Радио и связь, 2004. – 424 с. 2. Shapovalov Yu., Mandziy B., Mankovsky S. The peculiarities of analysis of linear parametric circuit per-formed by frequency-symbolic method // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review), R.86 NR 1/2010, pp. 158-160.(Eng.)