

А.С. Василюк, Т.М. Басюк
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра інформаційних систем та мереж

ПІДСИСТЕМА АДАПТАЦІЇ ФОРМУЛ АЛГОРИТМІВ

© Василюк А.С., Басюк Т.М., 2010

Описано означення процесів адаптації формул алгоритмів. Наведено алгоритм комп'ютерної адаптації формул алгоритмів. Синтезовано, мінімізовано, побудовано математичну модель і досліджено алгоритм адаптації базового знака операції.

Ключові слова: адаптація, алгоритм, математична модель.

Determination of processes of adaptation of formulas of algorithms is described. The algorithm of adaptation of formulas of algorithms is resulted. It is synthesized, it is minimized, a mathematical model and probed algorithm of adaptation of base sign of operation is built.

Keywords: adaptation, algorithms, mathematical model.

Постановка проблеми

Відома [1, 2] алгебра алгоритмів, яка має оригінальні операції, наприклад, секвентування, елімінування, паралелення та циклічні операції, котрі позначаються спеціальними знаками, яких немає серед відомих математичних знаків. Для набору та редагування формул абстрактних алгоритмів розроблено спеціалізовану комп'ютерну підсистему МОДАЛІ [3]. Але вона не виконує автоматичної адаптації формул абстрактних алгоритмів.

У таких графічних пакетах, як Microsoft Visio, Corel DRAW, Adobe Illustrator, не реалізовано систему адаптування формул алгоритмів. Без реалізації таких функцій процеси редагування та набору формул алгоритмів значно ускладнюються.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

У роботах [5, 6, 7] описуються підходи до розв'язання описаних задач, проте за усієї різноманітності у жодному з наведених досліджень авторами не було проаналізовано та описано основні задачі, що виникають під час спроби адаптувати формули алгоритмів.

За усієї актуальності задачі сьогодні накопичено досить невеликий досвід її розв'язання, який передусім визначається порівняно новим напрямом досліджень.

Формулювання цілей статті

Як відомо, при спробі набору та редагування формул алгоритмів засобами відомих інформаційних систем виникають значні труднощі. Основна причина в тому, ці системи не реалізують процесу адаптації, без якого фактично неможливо коректно відтворити формулу алгоритму. Метою дослідження є синтез, дослідження та побудова математичного забезпечення процесу адаптації формул алгоритмів.

Ілюстрація адаптації формул абстрактних алгоритмів

Процес адаптації формул абстрактних алгоритмів є складовою частиною процесу набору формул. Цей процес повинен виконуватися після здійснення користувачем будь-яких змін у редакторі, тобто адаптація є автоматичним процесом, який користувач безпосередньо інструментальними засобами не викликає.

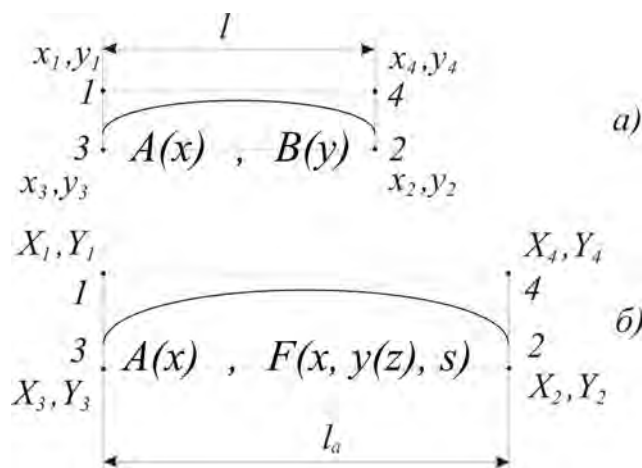


Рис. 1. Адаптація базового знака операції секвенування до унітермів до адаптації (а), після адаптації (б)

Процес адаптації базового знака операції секвенування враховує нелінійне співвідношення його довжини і ширини та залежить від розмірів шрифту унітермів, наявності чи відсутності індексів, типу орієнтації знаків операцій та від розташування вкладених формул.

На рис. 1 зображено адаптацію базового знака операції секвенування з урахуванням геометричних параметрів вкладених унітермів, де $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4$ – абсциси й ординати першої, другої, третьої та четвертої точок побудови знака операції секвенування до адаптації, $X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3, X_4, Y_4$ – абсциси й ординати першої, другої, третьої та четвертої точок побудови знака операції секвенування після адаптації, l – довжина знака операції секвенування до адаптації, l_a – довжина знака операції секвенування після адаптації.

Загальний абстрактний алгоритм процесу адаптації формул алгоритмів

1. *Синтез секвенцій.* Секвенція, яка описує процес адаптації за горизонтальної орієнтації формули алгоритму і за наявності першої вкладеної формули, має такий вигляд:

$$S_1 = \overbrace{P_1(l_a, Z_1); F_1; F_2},$$

де Z_1 – позначення алгоритму зміни адаптованих геометричних розмірів за наявності першої вкладеної формули і горизонтальної орієнтації базового знака операції; F_1 – алгоритм адаптації будь-якої базової формули до вкладеної; F_2 – алгоритм переміщення вкладеної формули до базової.

Процес адаптації за горизонтальної орієнтації формули алгоритму і за наявності другої вкладеної формули описується такою секвенцією:

$$S_2 = \overbrace{P_1(l_a, Z_2); F_1; F_2},$$

де Z_2 – позначення алгоритму зміни адаптованих геометричних розмірів за наявності другої вкладеної формули і горизонтальної орієнтації базового знака операції.

Секвенція, яка описує процес адаптації за вертикальної орієнтації формули алгоритму і за наявності першої вкладеної формули, має такий вигляд:

$$S_3 = \overbrace{P_1(H_a, Z_3); F_1; F_2},$$

де Z_3 – позначення алгоритму зміни адаптованих геометричних розмірів за наявності першої вкладеної формули і вертикальної орієнтації базового знака операції.

Процес адаптації за вертикальної орієнтації формули алгоритму і за наявності другої вкладеної формули описується такою секвенцією:

$$S_4 = \overbrace{P_1(H_a, Z_4); F_1; F_2},$$

де Z_4 – позначення алгоритму зміни адаптованих геометричних розмірів за наявності другої вкладеної формули і вертикальної орієнтації базового знака операції.

2. *Синтез елімінувань.* Секвенції S_1 і S_2 елімінуються за умовою перевірки на наявність першої вкладеної формули (u_2), отримаємо такий вираз:

$$L_1 = \overline{S_1 ; S_2 ; u_2 - ?}$$

За умовою перевірки на наявність першої вкладеної формули (u_2) елімінуємо секвенції S_3 і S_4 , одержимо таку формулу алгоритму:

$$L_2 = \overline{S_3 ; S_4 ; u_2 - ?}$$

Елімінування L_1 і L_2 елімінуємо за умовою перевірки на тип орієнтації, в результаті чого отримаємо таку формулу:

$$L_3 = \overline{E_1 ; E_2 ; u_1 - ?}$$

Після підстановки секвенцій у відповідні елімінування одержимо такий абстрактний алгоритм загального алгоритму адаптації формул:

$$\overline{\left(\begin{array}{c} P_1(l_a, Z_1) \\ \vdots \\ F_1 \\ F_2 \end{array} ; \begin{array}{c} P_1(l_a, Z_2) \\ \vdots \\ F_1 \\ F_2 \end{array} ; u_2 - ? \right) ; \left(\begin{array}{c} P_1(h_a, Z_3) \\ \vdots \\ F_1 \\ F_2 \end{array} ; \begin{array}{c} P_1(h_a, Z_4) \\ \vdots \\ F_1 \\ F_2 \end{array} ; u_2 - ? \right) ; u_1 - ?}$$

На підставі властивості дистрибутивності знака операції елімінування алгебри алгоритмів вносимо унітерми F_1 і F_2 за знак операції елімінування. Отримаємо таку формулу:

$$A = \overline{\left(\begin{array}{c} P_1(l_a, Z_1) \\ \vdots \\ P_1(l_a, Z_2) \\ \vdots \\ u_2 - ? \\ \vdots \\ F_1 \\ F_2 \end{array} ; \begin{array}{c} P_1(h_a, Z_3) \\ \vdots \\ P_1(h_a, Z_4) \\ \vdots \\ u_2 - ? \\ \vdots \\ F_1 \\ F_2 \end{array} ; u_1 - ? \right)}$$

Алгоритм адаптації
будь-якої базової
формули до вложеної

Абстрактний алгоритм процесу адаптації формул алгоритмів

1. *Синтез секвенцій.* Секвенції, які описують процес адаптації, мають такий вигляд:

$$S_5 = \begin{pmatrix} P_1(i, i_0) \\ \vdots \\ K_1 \end{pmatrix} \quad S_6 = \begin{pmatrix} P_1(i, i_0) \\ \vdots \\ K_2 \end{pmatrix} \quad S_7 = \begin{pmatrix} P_1(i, i_0) \\ \vdots \\ K_3 \end{pmatrix} \quad S_8 = \begin{pmatrix} P_1(i, i_0) \\ \vdots \\ K_4 \end{pmatrix} \quad S_9 = \begin{pmatrix} P_1(i, i_0) \\ \vdots \\ K_5 \end{pmatrix} \quad S_{10} = \begin{pmatrix} P_1(i, i_0) \\ \vdots \\ K_6 \end{pmatrix}$$

де $P_1(i, i_0)$ – унітерм присвоєння змінній i значення порядкового номера i_0 будь-якого базового знака операції; $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6$ – алгоритми адаптації базових знаків паралелення, елімінування, секвентування, циклічного секвентування, циклічного елімінування і циклічного паралелення, відповідно.

2. *Синтез елімінувань.* За умовою перевірки на тип операції, чи він є знаком операції циклічного паралелення (u_6), елімінуємо секвенцію S_{10} і порожній унітерм, отримаємо такий вираз:

$$L_4 = \overline{S_{10} ; * ; u_6^{-?}}$$

Секвенцію S_9 і елімінування L_4 елімінуємо за умовою перевірки на тип операції, чи він є циклічним елімінуванням (u_5), одержимо таку формулу алгоритму:

$$L_5 = \overline{S_9 ; L_4 ; u_5^{-?}}$$

За умовою перевірки на тип операції, чи він є знаком операції циклічного секвентування (u_4) елімінуємо секвенцію S_8 і елімінування L_5 , отримаємо такий вираз:

$$L_6 = \overline{S_8 ; L_5 ; u_4^{-?}}$$

Секвенцію S_7 і елімінування L_6 елімінуємо за умовою перевірки на тип операції, чи він є секвентуванням (u_3), отримаємо таку формулу алгоритму:

$$L_7 = \overline{S_7 ; L_6 ; u_3^{-?}}$$

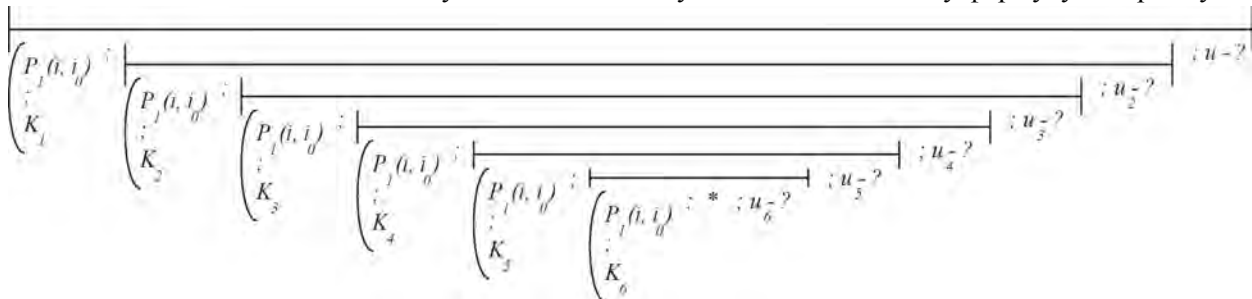
За умовою перевірки на тип операції, чи він є знаком операції елімінування (u_2), елімінуємо секвенцію S_6 і елімінування L_7 , одержимо такий вираз:

$$L_8 = \overline{S_6 ; L_7 ; u_2^{-?}}$$

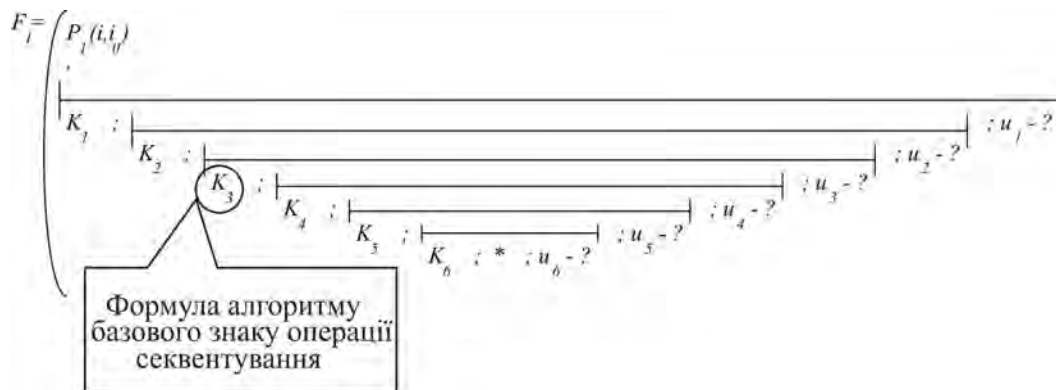
Секвенцію S_5 і елімінування L_8 елімінуємо за умовою перевірки на тип операції, чи він є паралеленням (u_1), одержимо таку формулу алгоритму:

$$L_9 = \overline{S_5 ; L_8 ; u_1^{-?}}$$

Після підстановки секвенцій у відповідні елімінування матимемо таку формулу алгоритму:



На підставі властивості дистрибутивності знака операції елімінування алгебри алгоритмів вносимо унітерм $P_l(i, i_0)$ за знак операції елімінування, у результаті чого отримаємо таку формулу:



Абстрактний алгоритм процесу адаптації базового знака операції секвентування

Синтез абстрактного алгоритму процесу адаптації базового знака операції секвентування виконано секвентним методом, який передбачає два етапи – синтез секвенцій і синтез елімінувань.

Синтез секвенцій. Абстрактний алгоритм адаптації базового знака операції передбачає:

а) секвенції S_1 і S_2 обчислення координат першої та другої точок:

$$S_1 = \overline{P_l(X_1, x_1) ; P_l(Y_1, y_1)} \quad S_2 = \overline{P_l(X_2, x_1 + l_w) ; P_l(Y_2, y_1 + f(l_w, c_l))}$$

де f – унітерм, який описує взаємозв'язок між висотою і довжиною знака операції секвентування, $P_1(X_1, x_1)$, $P_1(Y_1, y_1)$, $P_1(X_2, x_1+l_a)$, $P_1(Y_2, y_1+f(l_a, c_1))$ – унітерми присвоєння абсцис і ординат першої та другої точок знака операції секвентування;

б) секвенції S_3 і S_4 обчислення координат третьої та четвертої точок:

$$S_3 = \overbrace{P_1(X_3, x_1) ; P_1(Y_3, y_1+f(l_a, c_1))} \quad S_4 = \overbrace{P_1(X_4, x_1+l_a) ; P_1(Y_4, y_1)}$$

де $P_1(X_3, x_3)$, $P_1(Y_3, y_1+f(l_a, c_1))$, $P_1(X_4, x_1+l_a)$, $P_1(Y_4, y_1)$ – унітерми присвоєння абсцис і ординат третьої і четвертої точок знака операції секвентування.

Процес обчислення геометричних параметрів знака операції секвентування для його горизонтальної орієнтації описується так:

$$S_5 = \overbrace{\overbrace{S_1 ; S_2} ; S_3 ; S_4}$$

Процес обчислення геометричних параметрів знака операції за його вертикальної орієнтації подається аналогічно:

$$S_6 = \overbrace{\overbrace{S_1 ; S_7} ; S_8 ; S_9}$$

де секвенція $S_7 = \overbrace{X_2=x_1+f_2(h_a, c_1) ; Y_2=y_1-h_a}$ описує обчислення координат другої точки, а секвенціями $S_8 = \overbrace{X_3=x_3+f_2(h_a, c_1) ; Y_3=y_3}$ і $S_9 = \overbrace{X_4=x_4 ; Y_4=y_1+h_a}$ описано знаходження координат третьої і четвертої точок знака операції вертикального секвентування.

Синтез елімінувань. Процес перевірки типу орієнтації знака операції секвентування описується таким елімінуванням:

$$K_3 = \overline{S_5 ; S_6 ; u_l ?}$$

де u_l – умова типу орієнтації знака операції секвентування.

Підставивши у K_3 замість S_5 і S_6 їхні секвенції та винісши унітерми $P_1(X_1, x_1)$, $P_1(Y_1, y_1)$ на підставі властивості дистрибутивності елімінування, отримуємо такий мінімізований за кількістю унітермів абстрактний алгоритм адаптації базового знака операції секвентування:

$$K_3 = \left(\begin{array}{c} P_1(X_1, x_1) \\ ; \\ P_1(Y_1, y_1) \\ ; \\ \overline{\left(\begin{array}{c} P_1(X_2, x_1+l_a) \\ ; \\ P_1(Y_2, y_1+f(l_a, c_1)) \\ ; \\ P_1(X_3, x_1) \\ ; \\ P_1(Y_3, y_1+f(l_a, c_1)) \\ ; \\ P_1(X_4, x_1+l_a) \\ ; \\ P_1(Y_4, y_1) \end{array} \right) ; \left(\begin{array}{c} P_1(X_2, x_1+f(h_a, c_1)) \\ ; \\ P_1(Y_2, y_1-h_a) \\ ; \\ P_1(X_3, x_1+f(h_a, c_1)) \\ ; \\ P_1(Y_3, y_1) \\ ; \\ P_1(X_4, x_4) \\ ; \\ P_1(Y_4, y_1+h_a) \end{array} \right) ; u_l ? \end{array} \right)$$

Однією з важливих складових процесу набору формул абстрактних алгоритмів є адаптація. Адаптація – це процес переміщення вкладених формул до базових та зміни розмірів базової формули залежно від розмірів базових формул.

Після аналізу відомих універсальних систем і спеціалізованої систем виявлено, що процесу адаптації як такого в них немає. Тобто переміщення та зміна розмірів виконується в “ручному” режимі, що значно ускладнює процес набору формул абстрактних алгоритмів.

Процес адаптації є автоматичним процесом, який користувач безпосередньо не викликає.

Модель абстрактного алгоритму будується заміною абстрактних унітермів предметними (конкретними) і заданням секвентних областей значень змінних та унітермів.

Замінивши в абстрактному алгоритмі процесу адаптації формул (2.1) абстрактний унітерм предметним унітермом присвоєння ($P_1(X_1, x_1)$ на $X_1=x_1$, $P_1(Y_1, y_1)$ на $Y_1=y_1$ і т.д.) і унітерм $f(l_a, c_1)$ предметним унітермом $@\sqrt{l_a} + 3$, де $@\sqrt{l_a}$ – ціла частина кореня квадратного від l_a , унітерм $f(h_a, c_1)$ предметним унітермом $@\sqrt{h_a} + 3$, де $@\sqrt{h_a}$ – ціла частина кореня квадратного від h_a , а абстрактний умовний унітерм u_1 предметним унітермом порівняння ($v=0$)-?, де v – змінна орієнтація знака операції (за горизонтальної орієнтації $v = 0$ і за вертикальної $v = 1$) і задавши (при $v=0$) секвентні області значень Q_1, \dots, Q_5 змінним $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4, X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3, X_4, Y_4$ отримаємо модель абстрактного алгоритму адаптації базового знака операції секвентування, наведену формулою (2):

$$K_3 = \left(\begin{array}{l} X_1 = x_1 \\ \vdots \\ Y_1 = y_1 \\ \vdots \\ \left(\begin{array}{l} X_2 = x_1 + l_a \\ \vdots \\ Y_2 = y_1 + @\sqrt{l_a} + 3 \\ \vdots \\ X_3 = x_3 \\ \vdots \\ Y_3 = y_1 + @\sqrt{l_a} + 3 \\ \vdots \\ X_4 = x_1 + l_a \\ \vdots \\ Y_4 = y_1 \end{array} \right) ; \left(\begin{array}{l} X_2 = x_1 + @\sqrt{h_a} + 3 \\ \vdots \\ Y_2 = y_1 + h_a \\ \vdots \\ X_3 = x_3 + @\sqrt{h_a} + 3 \\ \vdots \\ Y_3 = y_3 \\ \vdots \\ X_4 = x_4 \\ \vdots \\ Y_4 = y_1 + h_a \end{array} \right) ; (v=0) - ? \end{array} \right) \quad (2)$$

$$x_1 = x_3 = X_1 = X_3 \in Q_1 = \overbrace{5; 6; 7; \dots; N_1^{max}}$$

$$y_1 = y_4 = Y_1 = Y_4 \in Q_2 = \overbrace{5; 6; 7; \dots; N_2^{max}}$$

$$l_a \in Q_3 = \overbrace{30; 31; 32; \dots; N_3^{max}}$$

$$x_2 = x_4 = X_2 = X_4 \in Q_4 = \overbrace{x_1^1 + l_a; x_1^2 + l_a; \dots; N_4^{max} + l_a}$$

$$y_2 = y_3 = Y_2 = Y_3 \in Q_5 = \overbrace{y_1^1 + @\sqrt{l_a} + 3; y_1^2 + @\sqrt{l_a} + 3; \dots; N_2^{max} + @\sqrt{l_a} + 3}$$

де $N_1^{max} = N - l_a - 5$ – верхня межа секвентної області значень Q_1 , $N_2^{max} = N - (@\sqrt{l_a} + 3) - 5$ – верхня межа області значень Q_2 , $N_3^{max} = N_4^{max} = N - 5$ – верхні межі областей значень Q_3, Q_4, Q_5 , $N = 2147483648$ – максимальне можливе значення для всіх змінних без урахування особливостей будови знака операції секвентування, $x_1^1, x_1^2, y_1^1, y_1^2$ – перше і друге значення координат x_1, y_1 .

Дослідження опису моделлю (2) обчислення координат для адаптації знака операції горизонтального секвентування залежно від координат неадаптованого знака і довжини вкладених формул виконано з використанням методу трансфінитної математичної індукції.

Модель, яка подана формулою, має такі змінні: $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4, X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3, X_4, Y_4, l_a, h_a, v$. Як видно з формули $x_1 = X_1 = x_3 = X_3, y_1 = Y_1 = y_4 = Y_4$, а значення X_2, X_4, Y_2, Y_4 ,

Y_3 обчислюються зі значень змінних x_1, y_1, l_a . Отже, формула має три змінні, а всі решта дорівнюють їм або функціонально залежні від них. Тому дослідження має бути виконане за цими трьома змінними.

Нехай $x_1 = i < p \in Q_1, y_1 = j < q \in Q_2, l_a = k < r \in Q_3$, а формула описує обчислення координат для адаптації знака операції секвентування.

Встановимо чи моделлю (2) описується адаптація знака операції секвентування за горизонтальної орієнтації знака ($v = 0$) і значення змінних $l_a = k+1 = r$. Для цього у формулу підставляємо такі значення $x_1 = i, y_1 = j, l_a = k+1$. Одержимо вираз:

$$\left(\begin{matrix} X_1 = i \\ \vdots \\ Y_1 = j \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} X_2 = i + (k+1) \\ \vdots \\ Y_2 = j + (@\sqrt{k+1})+3 \end{matrix} \right) ; \left(\begin{matrix} X_3 = i \\ \vdots \\ Y_3 = j + (@\sqrt{k+1})+3 \end{matrix} \right) ; \left(\begin{matrix} X_4 = i + (k+1) \\ \vdots \\ Y_4 = j \end{matrix} \right)$$

Як видно з отриманої формули, при зміні довжини унітермів на 1 координати для знака операції горизонтального секвентування X_2 і X_4 також змінюються на 1, отже, модель алгоритму описує адаптацію базового знака операції секвентування до зміни розмірів вкладених формул.

Нехай для $@\sqrt{k} = e = 2^q$. Якщо $k + 1$, можливі два випадки:

– результатом квадратного кореня не є ціле число і координати Y_2 і Y_3 залишаються незмінними;

– результатом квадратного кореня є ціле число і координати Y_2 і Y_3 збільшуються на величину, яка враховує нелінійну залежність висоти формули від довжини вкладених формул.

На підставі трансфінитної математичної індукції стверджуємо, що формула (2) описує адаптацію знака операції секвентування для всіх можливих значень змінної l_a . Аналогічно встановлюється опис моделлю алгоритму адаптації для решти змінних.

Дослідимо модель (2) за вертикальної орієнтації знака операції секвентування.

Якщо $v = 1$, задаємо такі секвентні області значень змінних:

$$\begin{aligned} x_1 = x_4 = X_1 = X_4 \in Q_1 &= \overbrace{5, 6, 7, \dots, N_1^{max}} \\ y_1 = y_3 = Y_1 = Y_3 \in Q_2 &= \overbrace{5, 6, 7, \dots, N_2^{max}} \\ h_a \in Q_3 &= \overbrace{30; 31; 32; \dots; N_3^{max}} \\ x_2 = x_3 = X_2 = X_3 \in Q_6 &= \overbrace{y_1^1 + @\sqrt{h_a} + 3; y_1^2 + @\sqrt{h_a} + 3; \dots; N_1^{max} + @\sqrt{h_a} + 3} \\ y_2 = y_4 = Y_2 = Y_4 \in Q_7 &= \overbrace{y_1^1 + h_a; y_1^2 + h_a; \dots; N_5^{max}} \end{aligned}$$

де $N_1^{max} = N_2^{max} = N_3^{max} = N - 5$ – верхня межа області значень Q_1, Q_2 і Q_3 ; $N_5^{max} = N - (@\sqrt{h_a} + 3) - 5$ – верхня межа області значень $Q_7, N = 2147483648$ – максимальне можливе значення для всіх змінних без урахування особливостей будови знака операції секвентування, $x_1^1, x_1^2, y_1^1, y_1^2$ – перше і друге значення координат x_1, y_1 .

Дослідження опису моделлю обчислення координат для адаптації знака операції вертикального секвентування залежно від координат неадаптованого знака і довжини вкладених формул виконано з використанням методу трансфінитної математичної індукції.

Модель, яка подана формулою, має такі змінні: $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4, X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3, Y_3, X_4, Y_4, l_a, h_a, v$. Як видно з формули $x_1 = X_1 = x_4 = X_4, y_1 = Y_1 = y_3 = Y_3$, а значення X_2, X_3, Y_2, Y_4 обчислюються зі значень змінних x_1, y_1, h_a . Отже, формула має три змінні, а всі решта дорівнюють їм або функціонально залежні від них. Тому дослідження необхідно виконати за цими трьома змінними.

Нехай $x_1 = i < p \in Q_1, y_1 = j < q \in Q_2, h_a = k < r \in Q_3$, а формула описує обчислення координат для адаптації знака операції секвентування.

Встановимо, чи моделлю описується адаптація знака операції секвентування за вертикальної орієнтації знака ($v = 1$) і значення змінних $h_a = k+1 = r$. Для цього у формулу підставляємо такі значення $x_1 = i$, $y_1 = j$, $h_a = k+1$. Одержимо вираз:

$$\overbrace{\begin{pmatrix} X_1 = i \\ \vdots \\ Y_1 = j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_2 = i + (@\sqrt{(k+1)+3}) \\ \vdots \\ Y_2 = j + (k+1) \end{pmatrix}} ; \overbrace{\begin{pmatrix} X_3 = i + (@\sqrt{(k+1)+3}) \\ \vdots \\ Y_3 = j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_4 = i \\ \vdots \\ Y_4 = j + (k+1) \end{pmatrix}}$$

Як видно з отриманої формули, в разі зміни довжини унітермів на 1 координати для знака операції вертикального секвентування Y_2 і Y_4 також змінюються на 1.

Нехай для $@\sqrt{k} = e = 2^q$. Якщо $k + 1$, можливі два випадки:

- результатом квадратного кореня не є ціле число і координати X_2 і X_3 залишаються незмінними;
- результатом квадратного кореня є ціле число і координати X_2 і X_3 збільшуються на величину, яка враховує нелінійну залежність висоти формули від довжини вкладених формул.

На підставі трансфінитної математичної індукції стверджуємо, що формула (2) описує адаптацію знака операції секвентування для всіх можливих значень змінної h_a . Аналогічно для решти змінних.

Висновки

1. Синтезована, мінімізована і досліджена математична модель алгоритму адаптації формул абстрактних алгоритмів описує ідентифікації підалгоритмів адаптації базових операцій до вкладених формул і вкладених формул до базових, є реалізація якої забезпечує більшу наочність подання алгоритмів у вигляді формул теорії абстрактних алгоритмів.

2. Дослідження математичної моделі ще до її практичної реалізації і апробації забезпечило виявлення помилок, допущених у процесі її синтезу та доводить, що вона описує необхідні процеси.

3. Абстрактним алгоритмом адаптації формул абстрактних алгоритмів описано процеси автоматичного згортання та розгортання формул абстрактних алгоритмів.

1. Овсяк В., Бритковський В., Овсяк О., Овсяк Ю. Синтез і дослідження алгоритмів комп'ютерних систем. – Львів, 2004. – 276 с. 2. Овсяк В. АЛГОРИТМИ: методи побудови, оптимізації, дослідження вірогідності. – Львів: Світ, 2001. – 160 с. 3. Бритковський В. М. Моделювання редактора формул секвенційних алгоритмів. Автореф. дис. роб. к.т.н. – Львів: видавничо-поліграфічний відділ ЛьЦНТЕІ. – 18 с. 4. Математическая энциклопедия: Гл. ред. И.М. Виноградов, т.3 Коо – Од – М.: Советская энциклопедия, 1982. – 1184 с.. 5. Овсяк В., Василюк А. Принцип побудови підсистеми редагування формул абстрактних алгоритмів // Комп'ютерні технології друкарства. – Львів: УАД, – 2004. – №12. – С. 137–146. 6. Василюк А. Абстрактний алгоритм редактора формул абстрактних алгоритмів “АбстрактАл” / А. Василюк // Комп'ютерні технології друкарства : Збірник наукових праць. – Львів: УАД, 2006. – № 16. – С. 99 –108. 7. Овсяк А., Василюк // Комп'ютерні технології друкарства : Збірник наукових праць.– Львів: УАД, 2004. – № 12. – С. 137–145.