УДК 681.31

О.Д. Круцкевич
Карпатський державний центр інформаційних засобів і технологій

МЕТОД ТА АЛГОРИТМ МНОЖЕННЯ У ДВОВИМІРНІЙ СИСТЕМІ ЧИСЛЕННЯ МАТРИЧНОГО РАДЕМАХЕРА

Представлено теоретичні основи матричної системи числення. Здійснено порівняння швидкодії операції множення над векторним та матричним Радемахером. Подано алгоритм міжбазисного переходу матриця-вектор, вектор-матриця, а також дослідження, які показують альтернативне представлення кодів чисел у матричному Радемахері. Розроблено інформаційну технологію виконання операції множення, яка може бути ефективно використана для створення високопродуктивного, мульти-базисного процесора.

In this article the theoretical principles of matrix calculus system are presented. The comparison of rapid multiplication operation with vector and matrix Rademacher is accomplished. Also there is an algorithm of interbases transition “matrix-vector”, “vector-matrix”. The research that show the alternative number codes representation in matrix Rademacher. The informational technology of multiplication operation processing is developed which can be efficiently used for making the highly-productive, multi-bases processor.

Вступ. Розвиток теорії універсальних та спеціалізованих процесорів тісно пов’язаний з відповідним розвитком двійкової системи числення, тобто теоретико-числового базису Радемахера. Сучасні досягнення у створенні високопродуктивних процесорів пов’язані з розробленням теорії паралельних обчислень, потокової та конвеєрної організації виконання програм, застосування зверхоперативної та асоціативної багаторівневої пам’яті, а також становлення та розроблення теоретичних положень вертикальної інформаційної технології.

Жорсткі зростаючі вимоги до швидкодії процесорів стимулювали дослідження у застосуванні інших, відмінних від базису Радемахера, теоретико-числових базисів (ТЧБ). Наприклад, відомі успішні застосування базису Крестенсона, який породжує систему числення залишкових класів (СЗК), базису Галуа, який породжує коди поля та систему числення Галуа, а також базис Уолша, який використовується під час створення комунікаційних та сигнальних процесорів у комп’ютерних мережах.

Розглянемо спецпроцесор кореляційної обробки (рис. 1). Найширше вживаний базис, в якому проводяться логічно арифметичні операції, є базис Радемахера. Операція множення в базисі Радемахера є найшвидкодіючіша, коли ми виконуємо операцію зсуву, що еквівалентна множенню на два. Проте для множення на інші n вона є недоцільною через переноси, що впливають на час обробки спецпроцесора. Тому актуальним завданням є створення спецпроцесора множення у двовимірній системі числення матричного Радемахера.

Аналіз публікацій і окреслення проблеми. Наведені базиси мають багато переваг і недоліків у різних спецопераціях, тому є доцільним створення окремого базису під конкретну спецоперацію.

Проаналізуємо літературні комп’ютерні мережі передачі даних та інші інформаційно направлені дисципліни, які опубліковані провідними зарубіжними спеціалістами, а також українськими. Це показує, що виключна більшість операції множення виконується в одновимірному базисі Радемахера [2], притому, що стандартні засоби програмної реалізації виконані винятково в базисі

Радемахера та в двійковій системі числення. У кінцевому представленні є алгоритми та спецпроцесори кореляції обробки даних, які реалізуються в інших теоретико-числових базисах: Унітарному, Хаара, Крестенсона, Крейга, Радемахера, Уолша, Галуа, Матричному Радемахері [1, 4–6].

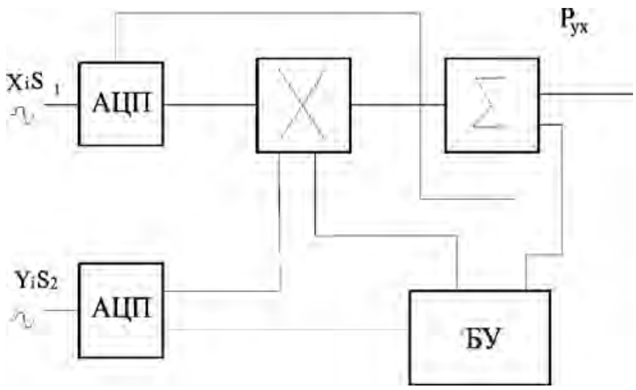

Рис. 1. Структурна схема спецпроцесора кореляційної обробки

Серед названих базисів визначну перспективу становлять базиси Крестенсона, Матричний Радемахер та базис Галуа. Причому доцільно застосовувати їх не тільки для побудови окремих монобазисних процесорів, але, як це показано в роботах, застосовувати проблемно-орієнтовані та кореляційні мультибазисні процесори. Підвищення швидкодії на 1–2 порядки таких процесорів виконується за рахунок оперативного перерозподілу арифметико-логічних операцій, які максимально використовуються окремими монобазисними модулями процесора. Отже, використання базисів Крестенсона, Матричного Радемахера [1] та Галуа можуть бути ефективними для побудови спецпроцесорів кореляційної обробки даних.

Мета роботи – створити спецпроцесор множення у двовимірній системі числення матричного Радемахера.

Виконання операції множення у базисі Радемахера. Нехай маємо два цілих двійкових числа без знаків $A_m = a_{m-1} \ldots a_0$ і $B_n = b_{n-1} \ldots b_0$. Їхнє перемноження виконується за відомою схемою перемноження у стовпчик [2].

Вираз виражається числом $P_{m+n-1} = P_{m+n-1}\ P_{m+n-2} \ldots Po$. Члени вигляду ajbj, де i = 0... (m – 1) і j =0... (n – 1) виробляються паралельно в часі кон'юнктурами. Їх складання в стовпцях, яке можна виконувати різними способами, становить основну операцію для помножувача і визначає майже цілком час перемножування.

Матричні помножувачі можуть бути просто блоками множення (БМ) або блоками множення і сумування (БМС), останні забезпечують зручність нарощування розмірності помножувача. БМС реалізує операцію P = Am * Bn + Cm + Dn.

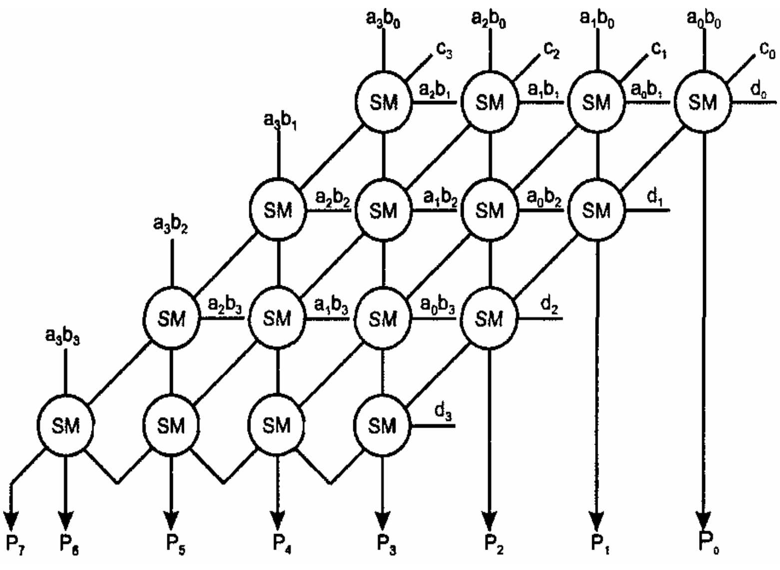

Рис. 2. Схема блока множення-сумування в базисі Радемахера

Час виконання операції множення у такому помножувачі – це сума затримок сигналів в компонентах для вироблення членів $a_i\ b_j$ і затримки в найдовшому ланцюжку передачі сигналу в матриці однорозрядних суматорів, що дорівнює 2n – 1 (m + n – 1 в загальному випадку). Отже, $t_{MPL} = t_K + (2n - 1)t_{SM}$.

Метод та алгоритм множення у двовимірній системі числення матричного Радемахера. Альтернативним представленням чисел є матрична система числення [1], виконання операції множення двох VR чисел X_i та Y_i в матричній системі показано на рис. 3.

Нехай маємо $x_i = 5_{(10)}$; $y_i = 6_{(10)}$, $X_i = 0101_{(2)}$ $Y_i = 0110_{(2)}$ тоді $R_{xy} = 1/n\sum x_i * y_i - \tau$.

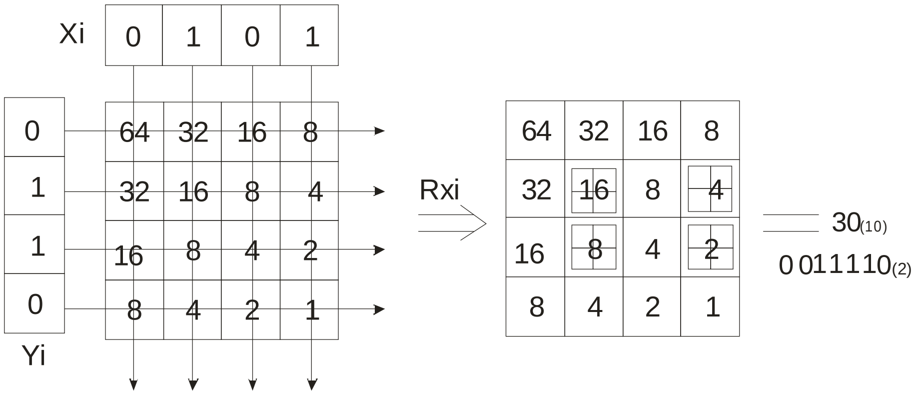

Рис. 3. Операція множення у матричному Радемахері

На рис. 4 показано результат множення у двовимірній системі числення Радемахера.

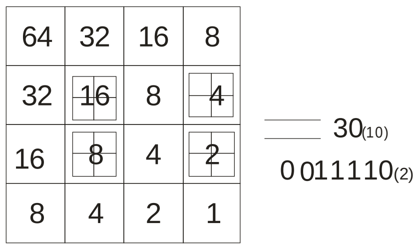

Рис. 4. Результат множення у MR-коді

Операція множення 2-х VR чисел виконується за один такт вентиля і запам’ятовується в D-тригерах матриці Dis – тригерів (2 V затримка в D тригері). Компонент такої матриці показано на рис. 5.

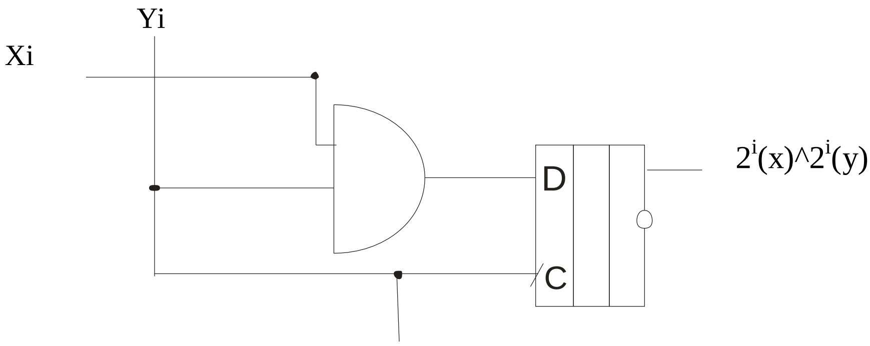

Рис. 5. Компонент матриці множення

Отже, час виконання операції множення у двовимірній системі числення матричного Радемахера набуває такого вигляду:

$$T_{mpl} = \sum_{i=1}^{n} t_{ki} + (2n-1)t_{sm}.$$

Порівняння операції множення у векторній та матричні системах числення. Проаналізувавши операцію множення у матричній системі числення на базисі Радемахера (векторному), ми отримали графік (рис. 6), на якому чітко спостерігаються переваги матричної системи числення для операції множення, що заощаджує час для оброблення інформації спецпроцесором.

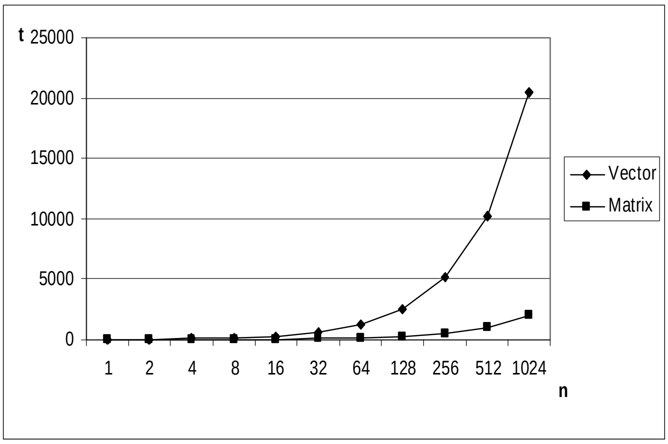

Рис. 6. Порівняння операції множення в базисі Радемахера та матричного Радемахера

Висновок. Проведені дослідження показують альтернативне представлення кодів чисел у вигляді матричної системи числення, що відкриває перспективи застосування таких систем числення та пошуку методів їх обробки з поліпшеними системними характеристиками.

Розроблено інформаційну технологію виконання операції множення, яка може бути ефективно використана для створення високопродуктивного мультибазисного процесора [2].

1. Круцкевич О.Д., Николайчук Я.М. Матричні системи числення // Вісник Хмельницького національного університету. – 2007. – № 3, т. 1. – С. 62–64. 2. Угрюмов Е. Цифровая Схемотехника. – СПб.: БВХ-Петербург, 2002. – 528 с. 3. Krutskevych O., Nykolaichuk Y., Kulyna S., Volynskiy O. Theory and technique of high multybazysnyh processors. The issues of Calculation Optimization. – 2009. – Vol. 2. – P. 165–169. 4. Николайчук Я.Н. Программные модели распараллеливания измерения, кодирования и передачи сообщений унитарным преобразованием СОК / Я.Н. Николайчук, Б.М. Шевчук, А.А. Попов // Материалы VI Всесоюзной школы-семинара. – Львов, 1987. 5. Николайчук Я.М., Волинський О.І., Кулина С.В. Теоретичні основи побудови та структура спецпроцесорів в базисі Крестенсона // Вісник Хмельницького національного університету. – Хмельницький. – 2007. – № 3, т. 1. – С. 85–90. 6. Акушский И.Я. Машинная арифметика в остаточных классах / И.Я. Акушский, Д.И. Юдицкий. – М.: Сов. радио, 1978. – 256.