

К.Р. Третяк, І.Р. Савчин  
Національний університет “Львівська політехніка”

## ДО ПИТАННЯ НАДІЙНОСТІ АКТИВНИХ МОНІТОРИНГОВИХ ГЕОДЕЗИЧНИХ МЕРЕЖ

© Третяк К.Р., Савчин І.Р., 2013

*Используя метод математического моделирования, выведена функция зависимости надежности активных мониторинговых геодезических сетей от определителя ковариационной матрицы (критерия  $D$ ) и процента использованных избыточных измерений.*

*Using the method of mathematical modeling, we have derived the function of dependence of the reliability of active geodetic network for deformation monitoring on covariance matrix determinant ( $D$  criterion) and the measurement schemes in a network.*

**Постановка проблеми.** Сьогодні поширені методи автоматизованого моніторингу, які ґрунтуються на використанні роботизованих тахеометрів та ГНСС-технологій. Ці методи мають значні переваги порівняно з класичними геодезичними методами. Проте сьогодні відсутні методики проектування активних моніторингових геодезичних мереж (АМГМ), призначених для моніторингу інженерних споруд у режимі реального часу із застосуванням автоматизованих систем. Тому кожна АМГМ вимагає індивідуальної розробки й апробації технології проведення вимірювань та опрацювання їх результатів.

**Зв'язок із важливими науковими і практичними завданнями.** 3 лютого 2006 р. набула чинності угода між державним підприємством “ВАТ “Укргідроенерго” та Міжнародним банком реконструкції та розвитку (МБРР) у рамках проекту “Реабілітація гідроелектростанцій” [12]. Угодою передбачено надання Україні кредиту для модернізації наявних, а також установа нових систем моніторингу безпеки гідроспоруд на шести греблях на Дніпрі та на одній греблі на Дністрі. Компанія “Leica Geosystems” реалізовує проект установа на чотирьох гідроелектростанціях України сучасних автоматизованих систем моніторингу деформацій. Лабораторія ГНДЛ-18 Інституту геодезії Львівської політехніки є співвиконавцем цього проекту.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій з даної проблеми.** Основними показниками, які характеризують якість геодезичної побудови, є щільність пунктів і похибки їх положення в плані та за висотою. В праці [11] автор пропонує враховувати ще одну важливу характеристику – надійність геодезичної мережі. Під надійністю розуміють здатність мережі реагувати на вплив додаткових чинників, зокрема, грубих похибок вимірювань.

У публікації [6] автор вказує, що показник надійності не менш важливий, ніж показники точності. Проте в чинних інструкціях щодо побудови планових і висотних мереж відсутні методики розрахунку та допуски на значення параметра надійності.

У статтях [1–3, 8, 10] наведено основні концепції дослідження, а також алгоритми для аналітичного обчислення надійності традиційних геодезичних побудов (полігонометрії, триангуляції та трилатерації).

Питання оптимізації із використанням параметра надійності геодезичної побудови розглянуто в брошурах [4, 9].

У праці [7] наведено методику розрахунку необхідної кількості вимірів для досягнення високої надійності геодезичної мережі.

Огляд публікацій переконує, що питання дослідження надійності геодезичних побудов є перспективним напрямком інженерної геодезії, а розроблення параметрів, що характеризують надійність, і оцінка ефективності їх практичного застосування є актуальними завданнями. Але в аналізованих джерелах не приділено уваги питанням надійності та необхідної кількості вимірів в активних моніторингових геодезичних мережах (АМГМ), тому проведення досліджень у цьому напрямку є актуальним.

**Постановка завдання.** Дослідити надійність АМГМ з різними схемами вимірів для моніторингу деформацій інженерно-технічних об'єктів із застосуванням автоматизованих систем.

**Виклад основного матеріалу досліджень.** Надійністю АМГМ називають здатність виконувати задані функції протягом якогось часу за певних умов. Надійність характеризують безвідмовністю, відновлюваністю і довговічністю [5]. Безвідмовність – здатність мережі безперервно або упродовж якогось часу зберігати працездатний стан. Довговічністю називають здатність мережі зберігати працеспроможність до настання граничного стану при встановленій системі технічного обслуговування і ремонту, а відновлюваність – здатність повертатися після збурення до початкового стану.

Процес, коли мережа повністю або частково видає недостовірний результат, називається відмовою мережі. Мережа видає неправильний результат, коли не виконуються умови:

1) якщо зміщення пунктів відсутні, вплив похибок вимірювань не повинен інтерпретуватися як зміщення пунктів;

2) якщо зміщення пунктів у межах геометричної точності мережі, вони повинні інтерпретуватися як вплив похибок вимірювань;

3) якщо зміщення пунктів більші ніж геометрична точність вимірів у мережі, зміщення не повинні інтерпретуватися як вплив похибок вимірювань у мережі.

Система протягом заданого часу роботи на кожну задану епоху виконує серію геодезичних вимірів. Під серією вимірювань розуміють один цикл спостережень. На основі даних вимірювань визначають розташування всіх пунктів геодезичної мережі в заданій системі координат. За результатами двох послідовних циклів визначають зміщення та деформації інженерних споруд.

Під надійністю системи розуміють достовірність визначення істинних зміщень та деформацій інженерних споруд, а саме відсоткове співвідношення між розв'язками, які не відповідають всім трьом умовам, та загальною кількістю розв'язків.

Для дослідження надійності АМГМ використовували метод математичного моделювання, який ґрунтується на теорії ймовірності. Дослідження проводилися в програмному середовищі Math CAD.

Математичною моделлю геодезичної мережі називається сукупність координат пунктів, яким відповідають довжини ліній та дирекційні кути. Для створення математичної моделі геодезичної мережі (нульового циклу  $(X^0; Y^0)$ ) було використано функцію  $\text{runif}(m, f_1, f_2)$ , яка формує вектор  $m$  незалежних випадкових чисел, що мають рівномірний розподіл. У цьому розподілі  $f_1$  і  $f_2$  є граничними точками інтервалу:  $f_1 < f_2$ . Створені геодезичні мережі були різної геометричної форми.

Точність вимірювання ліній визначали за регресійною залежністю  $m_s = a + b \cdot ppm$ . Для кожної моделі виконували апріорне оцінювання точності та визначали геометричну точність мережі ( $m_2$ ):

$$m_2 = \max(m_i); i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

де  $m_i$  – апріорна похибка визначення координат пункту;  $n$  – кількість пунктів у мережі.

Зміщення геодезичних пунктів  $(vX_{icm}; vY_{icm})$  моделювали в межах геометричної точності мережі (зміщення в інтервалі  $[-m_2; +m_2]$ ).

Істинні координати пунктів у першому циклі  $(X^1; Y^1)$  визначали за виразами:

$$X^1 = X^0 + vX_{icm}^1; \quad Y^1 = Y^0 + vY_{icm}^1. \quad (2)$$

Оскільки досліджували лише лінійні геодезичні мережі, то за отриманими координатами  $(X^1; Y^1)$  було обчислено істинні довжини ліній для першого циклу  $S_{icm}^1$ .

За допомогою функції  $\text{runif}$  моделювали похибки вимірювання довжин ліній у першому циклі спостережень  $(\Delta S^1)$  в інтервалі  $[-m_s; +m_s]$ , де  $m_s$  – похибка вимірювання довжин ліній. Модельні довжини ліній визначали за виразом:

$$S_{вим}^1 = S_{icm}^1 + \Delta S^1. \quad (3)$$

Для визначення координат пункту в першому циклі  $(X^1; Y^1)$  було врівноважено мережу параметричним методом. За врівноваженими координатами та координатами нульового циклу обчислено зміщення пунктів між першим і нульовим циклом спостережень  $(vX_{вим}^1; vY_{вим}^1)$ :

$$vX_{вим}^1 = X^1 - X^0; \quad vY_{вим}^1 = Y^1 - Y^0. \quad (4)$$

Показник надійності мережі  $P(\%)$  визначали за виразом:

$$P(\%) = \frac{100}{n} \cdot \frac{\sum \text{sign}(v_{icm} - v_{вим})^2 + \sum \text{sign}(v_{icm} - v_{вим})}{2}, \quad (5)$$

де  $n$  – кількість пунктів у мережі;  $v_{icm}$  – модельні зміщення пунктів;  $v_{вим}$  – обчислені зміщення пунктів;  $\text{sign}$  – функція, яка присвоює значення (+1) виразу ( $v_{icm} - v_{вим}$ ), якщо вираз додатний, значення 0 (нуль), якщо вираз дорівнює нулю, і значення (-1), якщо вираз від'ємний.

Геометрична форма мережі описується коваріаційною матрицею. Відомо, що коваріаційна матриця характеризується значеннями критеріїв:

$A$ -критерій ( $A = Sp(Q)$ , де  $Sp(Q)$  – слід коваріаційної матриці);

$D$ -критерій ( $D = \det(Q)$ , де  $\det(Q)$  – визначник коваріаційної матриці);

$E$ -критерій ( $E = \lambda_{\max}$ , де  $\lambda_{\max}$  – максимальне власне число коваріаційної матриці);

$I$ -критерій ( $I = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}$ , де  $\lambda_{\max}, \lambda_{\min}$  – відповідно максимальне і мінімальне власне число коваріаційної матриці).

Щоб встановити можливі залежності між геометричною формою та надійністю  $P(\%)$  для моделей мереж з різною геометричною формою, було визначено критерії  $A, D, E, I$ . У результаті опрацювання 60 тис. мереж було встановлено, що надійність  $P(\%)$  має високий ступінь кореляції за  $D$ -критерієм (0,88 – 0,97) і значно нижча за рештою критеріїв. У зв'язку з цим  $D$ -критерій може бути використаний для апріорного визначення надійності мережі.

Алгоритм складено так, щоб дослідження можна було виконувати в мережах з будь-якою кількістю пунктів та циклів спостережень, а також для будь-якої схеми вимірів. У кожній моделі пункти 1 і 2 вважаються вихідними. Досліджувались мережі з кількістю пунктів від 10 до 30. Для кожного варіанта було підготовлено моделі 40-ка мереж з різною геометричною формою. У кожній мережі моделювалося по 100 циклів спостережень. Значення  $D$ -критерію не залежить від довжин ліній, але залежить від кількості пунктів у мережі, тому в дослідженні використовували регресійну залежність  $m_s = 1,5 + 2 \cdot ppm$  та нормоване значення детермінанта коваріаційної матриці:

$$D^{норм} = n \cdot \sqrt{D}. \quad (6)$$

Для моніторингу із застосуванням автоматизованих систем необхідно дослідити, як залежить надійність від кількості виконаних надлишкових вимірів у мережі. Кількість всіх надлишкових вимірів можна визначити за виразом:

$$r = \frac{n(n-1)}{2} - 2(n-1), \quad (7)$$

де  $\frac{n(n-1)}{2}$  – кількість всіх можливих вимірів;  $2(n-1)$  – кількість необхідних вимірів.

У кожній моделі було визначено значення  $P(\%)$  та  $D^{норм}$ , використовуючи 20, 30, 40, 50, 60 % від загальної кількості всіх надлишкових вимірів. Необхідні виміри вибирали так, щоб з кожного пункту виходило не менше 3-х ліній, перевагу надавали коротким лініям.

За результатами опрацювання 60 тис. моделей мереж було побудовано графіки залежності між значеннями  $P(\%)$  та  $D^{норм}$  для мереж з різною кількістю надлишкових вимірів (рис. 1).

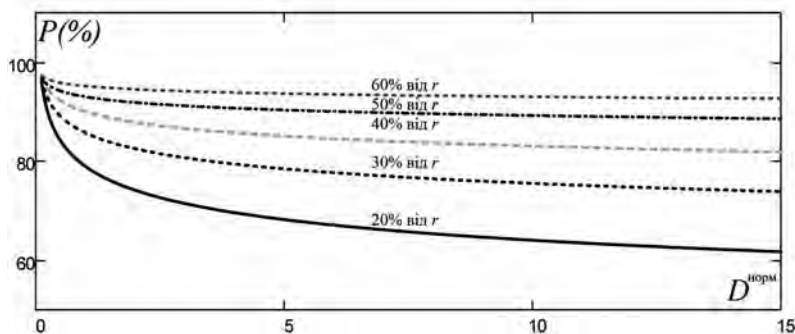


Рис. 1. Залежність між  $P(\%)$  та  $D^{норм}$  для мереж з різною кількістю надлишкових вимірів

Представлені співвідношення між  $P(\%)$  та  $D^{norm}$  у загальному вигляді можна описати за допомогою степеневої функції:

$$P(\%) = a \cdot (D^{norm})^b, \tag{8}$$

де  $P(\%)$  – надійність мережі;  $D^{norm}$  – нормований детермінант коваріаційної матриці;  $a, b$  – невідомі коефіцієнти.

Нами виконано апроксимацію для функціонального відображення кривих, поданих на рис. 1. Результати наведено у таблиці.

**Коефіцієнти  $a$  та  $b$  і середні квадратичні похибки їх визначення**

Надлишкові дані, %	$a$	$m_a$	$b$	$m_b$
20	79,03	0,02	-0,091	0,001
30	85,77	0,03	-0,055	0,001
40	90,08	0,03	-0,035	0,001
50	93,06	0,03	-0,018	0,001
60	95,24	0,03	-0,010	0,001

Аналізуючи таблицю і рис. 1, можна зробити висновок, що коефіцієнти  $a$  і  $b$  залежать від кількості використаних вимірів. У зв'язку з цим необхідно встановити функціональну залежність між відсотком використаних вимірів у мережі та значеннями коефіцієнтів  $a$  і  $b$ .

Для цього було побудовано графіки залежності (рис. 2).

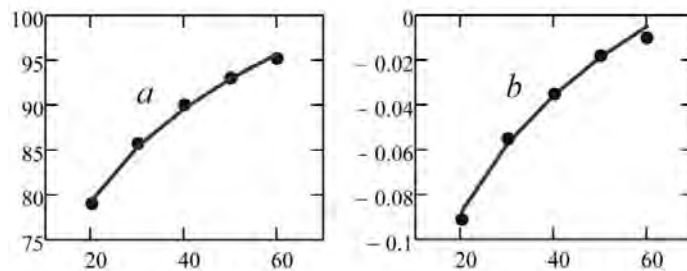


Рис. 2. Залежність значень коефіцієнтів  $a$  і  $b$  від відсотка використаних надлишкових вимірів

За виглядом кривих можна зробити висновок, що коефіцієнти  $a$  і  $b$  зростають за логарифмічними функціями типу:

$$\begin{aligned} a(k) &= c + d \cdot \ln(k); \\ b(k) &= e + f \cdot \ln(k), \end{aligned} \tag{9}$$

де  $k$  – відсоток використаних надлишкових вимірів;  $c, d, e, f$  – невідомі коефіцієнти.

Нами виконано апроксимацію для функціонального відображення кривих, поданих на рис. 2. Одержані значення коефіцієнтів  $c, d, e, f$  підставляємо у вирази (8):

$$\begin{aligned} a(k) &= (35,1 \pm 0,5) + (14,8 \pm 0,3) \cdot \ln(k); \text{ при } m_a = 0,715; \\ b(k) &= (-0,312 \pm 0,009) + (0,075 \pm 0,004) \cdot \ln(k); \text{ при } m_b = 0,004. \end{aligned} \tag{10}$$

Підставивши їх у (7), одержимо:

$$P(\%) = (35,1 + 14,8 \cdot \ln(k)) \cdot (D^{norm})^{(-0,312 + 0,075 \cdot \ln(k))} \tag{11}$$

Функція (11) описує залежність надійності  $P(\%)$  від нормованого значення детермінанта коваріаційної матриці та відсотка використаних надлишкових вимірів у мережі. Точність визначення надійності із застосуванням даної функціональної залежності становить 0,1–0,3 %.

Для прикладу на рис. 3 наведено геометричні форми деяких мереж із визначеними значеннями детермінанта коваріаційної матриці та надійності.

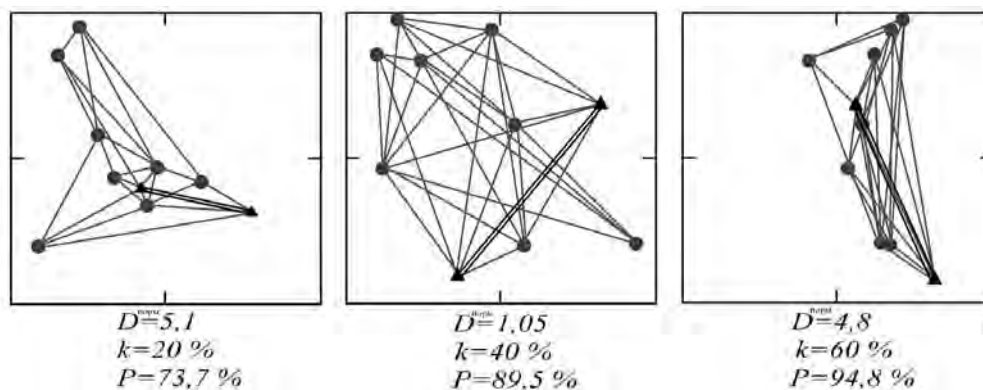


Рис. 3. Геометричні форми мереж

У процесі дослідження було встановлено, що значення нормованого детермінанта коваріаційної матриці для більшості мереж знаходиться в межах 0,2–1. Відповідно і значення надійності для таких мереж коливається в межах 80–100 %. Але також траплялися мережі із значенням нормованого детермінанта коваріаційної матриці, близьким до 15, що зумовлено спотвореною геометричною формою. Значення надійності для таких мереж знаходиться в межах 60–90 %. Такі мережі часто використовуються під час моніторингу інженерних об'єктів з витягнутою формою, тому дослідження надійності таких мереж є актуальним.

Аналізуючи отримані результати, можна стверджувати, що значення нормованого детермінанта коваріаційної матриці залежить від кількості використаних вимірів. Що нижче значення нормованого детермінанта коваріаційної матриці, то менше надлишкових вимірів можна виконувати для забезпечення високої надійності мережі.

**Висновки.** Досліджено активну моніторингову геодезичну мережу (АМГМ). Встановлено функціональну залежність між надійністю  $P(\%)$  та геометричною формою мережі з неповною схемою вимірів, а саме функцію залежності  $P(\%)$  від детермінанта коваріаційної матриці ( $D$ -критерію) та відсотка використаних надлишкових вимірів.

1. Вагин В.А. Влияние соотношения точности угловых и линейных измерений на внутреннюю надежность в полигонометрических построениях / В.А. Вагин, Диб Бирути // Изв. вузов. "Геодезия и аэрофотосъемка". – 1992. – № 2.1. – С. 8–15. 2. Вагин В.А. Вычисление параметров внутренней надежности в полигонометрии / В.А. Вагин, Диб Бирути // Изв. вузов. "Геодезия и аэрофотосъемка". – 1993. – № 3. – С. 9–21. 3. Вагин В.А. Исследования по надежности полигонометрических ходов и сетей / В.А. Вагин // Изв. вузов. "Геодезия и аэрофотосъемка". – 1990. – № 1. – С. 3–10. 4. Вагин В.А. Оптимизация геодезических сетей по критериям точности и надежности / В.А. Вагин // Изв. вузов. "Геодезия и аэрофотосъемка". – 1992. – № 1. – С. 25–32. 5. Васілевський О.М. Нормування показників надійності технічних засобів: навч. посібник / О.М. Васілевський, В.О. Поджаренко. – Вінниця: ВНТУ, 2010. – 129 с. 6. Маркузе Ю.И. Основы уравнительных вычислений: учеб. пособие для вузов / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1990. – 240 с. 7. Родионова Ю.В. О повышении надёжности некоторых геодезических построений / Ю.В. Родионова, Б.Н. Дьяков // Геопрофи. – 2004. – № 4. – С. 48–50. 8. Родионова Ю.В. О точности и надежности единой городской геодезической основы / Ю.В. Родионова // Вестн. СГГА. – 2005. – № 10. – С. 76–79. 9. Родионова Ю.В. Оптимизация плановой геодезической сети города N по критерию геометрической надежности / Ю.В. Родионова // Вестн. СГГА. – 2006. – № 11. – С. 125–129. 10. Родионова, Ю.В. Проектирование надежных геодезических сетей / Ю.В. Родионова, Б.Н. Дьяков // ГЕО-Сибирь-2006: сб. материалов междунар. науч. конгр., 24–28 апр. 2006 года. – Новосибирск: СГГА, 2006. – С. 62–66. 11. Baarda W. A testing procedure for use in geodetic networks / W. Baarda // Netherlands Geodetic Commission. – 1968. – V. 2. – № 5. – P. 28–35. 12. ПАТ "Укргідроенерго" // Співпраця із Світовим банком. – Реж. доступу: [www.uge.gov.ua](http://www.uge.gov.ua). – 20.01.2013.