УДК 007:681.516.4

Синтез оптимальних систем з застосуванням багатокритеріальної оптимізації зі змінними ваговими коефіцієнтами

А.О. Лозинський[1], Л.І. Демків[2]

Abstract – **Two-mass system which consists of two stable subsystems was considered. A new criterion is proposed to find optimal control of such system by means of multicriterial optimization. The influence of each subsystem is defined by the variable weight multipliers.**

Ключові слова – **Багатокритеріальна оптимізація, варіаційні методи, рівняння Ейлера-Пуасона.**

I. Вступ

На сьогоднішній день для технічих систем традиційно використовують підходи які є досить добре відом в теорії лінійних систем. Зокрема, метод аналітичного конструювання регуляторів, метод максимуму Понтрягіна, метод динамічного програмування Белмана, а також кореневі методи пошуку. Недоліком цих підходів є те, що вони не враховують зміни умов роботи системи, зміни параметрів об'єкту тощо.

Використання методів нелінійної теорії керування, зокрема feedback лінеаризації не знайшло широкого застосування через складність визначення агрегованих змінних в технічних системах. Так само, на сьогоднішній день недостатньо поширеними є методи геометричної теорії керування.

Спроба адаптації керуючих впливів до стану об'єкту та умов протікання технологічного процесу шляхом формування систем з перемиканням та забезпечення ковзних режимів вздовж заданих траєкторій приводить до можливого виникнення автоколивань або до так званої надкерованості.

Одним з можливих шляхів оптимізаії систем є застосування нечіткого регулятора Такагі-Сугено. Виходом цого регулятора е керуючий вплив характерний для систем керування за повним вектором стану. Таким чином для окремого правила синтез керуючих впливів є можливим на основі класичної теорії лінійних систем.

При цьому використовують модель об'єкта яка є лінеаризована в даній області з врахуванням всіх накладених обмежень які діятимуть в цій області. Зокрема, таку техніку застосовано в [1].

Застосовуючи, наприклад, метод динамічного програмування Белмана можна врахувати різноманітні обмеження необхідні для нормального функціонування системи такі як, наприклад, обмеження на швидкодію, що може бути корисним для систем з люфтами, підіймально-транспортної техніки тощо. При зміні робочої області буде синтезовано інший керуючий вплив, який буде оптимальним для даної точки області станів системи. При цьому для його синтезу можна використовувти модель отриману шляхом лінеаризації нелінійної системи в даній точці.

Враховуючи те, що технічні системи можуть працювати різних точках простору станів для яких характерні різні обмеження і висуваються різні вимоги до якості керування, традиційно використовують компромісне налаштування і формують керуючий вплив на основі

$$J=\int_0^{\infty}\left(\sum_i \lambda_i F_i^*\left(\overline{x}(t)\right)+u^2(t)\right)dt,$$

де λ_i - постійні коефіцієнти визначені на основі експертних оцінок, а $F_i^*\left(\overline{x}(t)\right)$ - довільні функціонали якості, що забезпечують бажану поведінку системи.

II. Результати дослідження

Розглянемо двомасову систему яка описується системою диференціальних рівнянь

$$\begin{cases}\dot{x}_1(t)=\dfrac{1}{T_{M_1}}\left(u(t)-x_2(t)\right),\\ \dot{x}_2(t)=\dfrac{1}{T_C}\left(x_1(t)-x_3(t)\right),\\ \dot{x}_3(t)=\dfrac{1}{T_{M_2}}x_2(t),\\ x_i(0)=0,\ i=\overline{1..3}.\end{cases}\tag{1}$$

Оптимальне керування лінеаризоване в околі окремої робочої точки системою (1) шукають за допомогою функціоналу

$$\begin{aligned}J&=\int_0^{\infty}F\left(\overline{x}(t)\right)dt=\int_0^{\infty}\left(F^*\left(\overline{x}(t)\right)+u^2(t)\right)dt=\\&=\int_0^{\infty}\left(\left(x^2(t)+\gamma_1\dot{x}^2(t)+\gamma_2\ddot{x}^2(t)\gamma_3\dddot{x}^2(t)\right)+u^2(t)\right)dt,\end{aligned}\tag{2}$$

де $x(t)=x_3(t)$, а $\gamma_i,\ i=\overline{1..3}$ – коефіцієнти котрі визначають поведінку системи. У випадку якщо функціонал якості має вигляд

[1] Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, УКРАЇНА, E-mail: lozynsky@polynet.lviv.ua
[2] Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013, УКРАЇНА, E-mail: demkivl@gmail.com

$$F_1^*\left(\bar{x}(t)\right) = x^2(t) + \omega_0^{-6}\dddot{x}(t), \qquad (3)$$

то системо налаштована на стандартну форму Батерворта, де ω_0 – значення середньогеометричного кореня. Якщо ж функціонал має вигляд

$$F_2^*\left(\bar{x}(t)\right) = x^2(t) + 3\omega_0^{-2}\dot{x}(t) + 3\omega_0^{-4}\ddot{x}(t) + \omega_0^{-6}\dddot{x}(t) \qquad (4)$$

то система налаштована на біном.

Для цих функціonалі якості оптимальне керування матиме вигляд

$$u_1^{opt}(t) = (\omega_0+1)T_{M_1}\ddot{x}(t) + \left(T_C T_{M_1} T_{M_2}\omega_0^3 - (\omega_0+1)T_{M_1}\right)x(t) +$$
$$+\left(\left(\omega + \omega^2 - \frac{1}{T_C T_{M_2}}\right)T_C T_{M_1} - 1\right)\dot{x}(t)$$

у випадку налаштування на форму Батерворта та

$$u_2^{opt}(t) = 3\omega_0 T_{M_1}\ddot{x}(t) + \left(\left(3\omega_0^2 - \frac{1}{T_C T_{M_2}}\right)T_C T_{M_1} - 1\right)\dot{x}(t) +$$
$$+\left(T_C T_{M_2} T_{M_1}\omega_0^3 - 3T_{M_1}\omega_0\right)x(t)$$

у випадку налаштування на стандартну біноміальну форму.

У випадку компромісного налаштування системи, що складається з двох підсистем

$$J = \int_0^\infty \left(\lambda_1 F_1^*\left(\bar{x}(t)\right) + \lambda_2 F_2^*\left(\bar{x}(t)\right) + u^2(t)\right)dt,$$

де $F_1^*\left(\bar{x}(t)\right)$ та $F_2^*\left(\bar{x}(t)\right)$ визначаються за формулами (3) та (4) відповідно, а λ_1 та λ_2 сталі вагові коефіцієнти, оптимальне керування матиме вигляд

$$u^{opt}(t) = \left(1+\sqrt{1+3\lambda_1}\right)\omega_0 T_{M_1}\ddot{x}(t) +$$
$$+\left(\left(\left(1+\sqrt{1+3\lambda_1}\right)\omega_0^2 - \frac{1}{T_C T_{M_2}}\right)T_C T_{M_1} - 1\right)\dot{x}(t) +$$
$$+\left(T_C T_{M_1} T_{M2}\omega_0^3 - \left(1+\sqrt{1+3\lambda_1}\right)\omega_0 T_{M_1}\right)x(t)$$

Однак, при такому підході, значення коефіцієнтів λ_i не залежать від стану системи в даний момент часу. Проте, на практиці зручно змінювати ступінь впливу тієї чи іншої підсистеми в залежності від точки простору станів в якій перебуває система в даний момент.

Авторами пропонується такий критерій формувати у вигляді

$$J = \int_0^\infty \left(\sum_i \lambda_i\left(\bar{x}(t)\right)F_i^*\left(\bar{x}(t)\right) + u^2(t)\right)dt$$

що є характерним для систем з фаззі-керуванням з використанням регулятора Такагі-Сугено.

Враховуючи те, що ваговий множник залежить від точки простору станів в якій зараз перебуває система, приходимо до формування траєкторії системи як набору оптимальних траєкторій для окремих областей.

Нижче наведено графіки залежності вихідного сигналу системи від часу при різних значення вагових коефіцієнтів

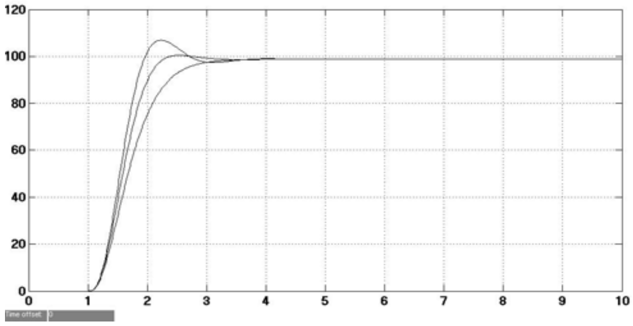

Рис.1 Результат симуляції при $\lambda_1 = 0.3$

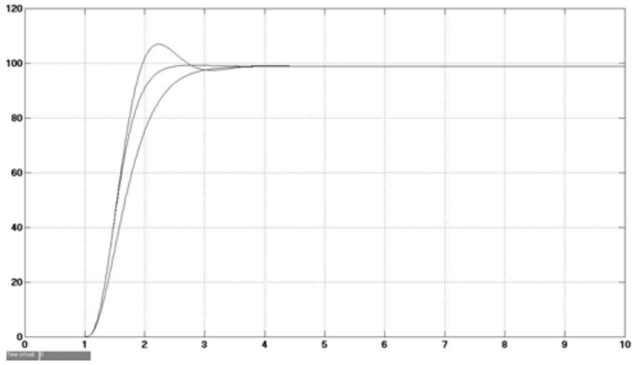

Рис. 2 Результати симуляції при змінному ваговому коефіцієнті

Детальні викладки буде наведено у доповіді.

III. Висновок

Запропоновано критерій який на відміну від класичного буде формуватися як набір окремих критеріїв вага яких буде змінюватись залежно від стану об'єкту та вимог технологічного процесу.

Список посилань

[1]. Mitsuishi T., Shidama, Y. Minimization of Quadratic Performance Function in T-S Fuzzy Model // FUZZ-IEEE'02. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Fuzzy Systems. — 2002. — P. 75-79.

[2]. P. Salgado, G. Igrejas Learning strategy for optimal fuzzy control // IEEE International Symposium on on Industrial Electronics. Vigo. 2007. P. 3435-3440.

[3]. Xiaoming Su, Wei Zheng, Na Zhang Optimal control for T-S fuzzy descriptor systems with time domain hard constraints // International journal of information and systems sciences. – Vol. 5, Num. 3-4, P. 447-456.

[4]. H.O. Wang, K. Tanaka, M.F. Griffin An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – 1996. – Vol. 4. – P. 14-23.