

# Критерій якості при синтезі оптимального керування в дискретно-безперервних системах

В.І. Бессараб<sup>1</sup>, А.О. Воропаєва<sup>1</sup>

*Abstract* – In the article it is shown that integral estimates associated with energy consumption for control can be used for DES performance criterion estimation. For its quantitative assessment it is possible to use any system behavior sample path satisfying monotonicity condition on the parameter included in control.

*Key words*– discretely continuous system, system control, time factor, variation events, process state.

## I. ЗАГАЛЬНА ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Проблема вибору критерія якості є однією з найважливіших при синтезі оптимальних законів керування об'єктами різної фізичної природи. Аналіз публікацій по цьому питанню для дискретно-безперервних систем (ДБС) вказує, що на сьогодні відсутня єдина концепція в рішенні даної наукової проблеми. Існує безліч окремих рішень, котрі в більшості адаптують відомі методики синтезу для безперервних або класичних дискретних систем під специфіку ДБС [1, 2, 3].

Реальні технічні об'єкти, що відносяться до дискретно-безперервного класу, розглядаються як сукупність елементарних процесів, котрі повинні координуватись (керуватись) проектованою системою керування. Для опису динаміки таких процесів в прийнятній для техніки керування формі зручно використовувати апарат Мах-Plus алгебри [3, 4]. В цьому методі вводиться поняття стану процесу. Обов'язковою умовою можливості координації є наявність хоча б одного керованого ззовні переходу до наступного стану або можливість впливу на вхідний потік ДБС.

## II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

У якості критерія оптимальності використовується функціонал  $J(\Theta_i)$ , за допомогою якого можна отримати кількісну оцінку якості керування ДБС. Параметр  $\Theta_i$  безпосередньо отримують з  $i$ -ї вибіркової траєкторії поведінки ДБС. Коли параметр  $\Theta_i$  є дійсною величиною,

$J(\Theta_i)$  можна продиференціювати  $\frac{\partial J(\Theta_i)}{\partial \Theta_i}$  та отримати

оцінку, котрі можна використовувати в оптимізаційних процедурах.

Одним з можливих способів оцінки похідної  $\frac{\partial J(\Theta_i)}{\partial \Theta_i}$  є спосіб кінцево-різничної оцінки та прямого моделювання поведінки ДБС. Нехай для певної траєкторії, при деякому  $\Theta_i$  визначений  $J(\Theta_i) = L(\Theta_i)$ . Дано прирощення  $\Delta\Theta_i$  та обчислимо  $L(\Theta_i + \Delta\Theta_i)$ . Отримана  $L_\Delta = L(\Theta_i + \Delta\Theta_i) - L(\Theta_i)$  є

оцінкою для  $\frac{\partial J(\Theta_i)}{\partial \Theta_i}$ . Але цей підхід передбачає багато

ітерацій при  $n$  вибіркової траєкторіях, що вимагає достатньо великої кількості обчислень. Крім того, градієнтна оцінка потребує малих  $\Delta\Theta_i$ , а ділення на мале число призводить до обчислювальних проблем.

У рамках даної доповіді вирішується задача дослідження в наступній постановці: якщо є хоча б одна базова траєкторія роботи ДБС, та отримана хоча б одна оцінка для  $J(\Theta_i)$ , то можна отримати критерій якості для оптимальної системи керування процесом, використовуючи методи теорії аналізу збурень [5] та спираючись на методи розширеної системи часового аналізу.

## III. МЕТОДИКА ВИРІШЕННЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Використовуючи підходи формальної теорії управління ДБС, можна ввести наступні визначення.

Нехай  $\Sigma$  - це непуста кінцева множина подій, котрі можуть бути виконані в ДБС. Цикл ДБС - це послідовний набір подій з  $\Sigma$ . Довжина циклу є невід'ємним цілим числом, яке відповідає числу подій в циклі. Формально процеси в керованій ДБС можна представити:

$$G = (X, \Sigma, f, \sum G, x_0) \quad (1)$$

де  $X$  - простір станів множини  $G$ ;

$\Sigma$  - множина подій, можливих в  $G$ ;

$f$  - локальна функція переходу;

$f(X, e) = X'$ , означає, що існує перехід в стан  $X'$  зі стану  $X$  при виконанні події  $e$ .

$\sum G(x)$  є набором всіх подій  $e$ , для котрих визначена  $f(X, e)$ .  $\sum G(x)$  називають набором, що виконується  $G$  в стані  $X$ ;

$x_0$  - початковий стан  $G$ .

Наведена форма системи керування є системою подійного типу, тобто випадкові події з кінцевої множини породжують управління, що оптимізує критерій якості без урахування часу управління. Для введення часового фактору в управління об'єднують кожну подію  $e$  з лічильником часу, котрі показують решту часу до події  $e$ . Часова цінність події  $e$  починається з „часу життя”, котре є елементом часової послідовності  $v_e = \{v_{e,1}, v_{e,2}, \dots\}$ . Інакше кажучи, модель наділяється часовою структурою з

<sup>1</sup> Донецький національний технічний університет, вул. Артема, 58, 83001, УКРАЇНА. E-mail: bvi@fcita.dn.ua

послідовності  $V = \{v_e, e \in \Sigma\}$ . І тоді управління  $G = (X, \Sigma, f, \sum G, x_0)$  визначається шістьма кортежами.

Нехай  $\Sigma = \{a, d\}$  - множина подій ДБС;  $a$  - прибуття заявки;  $d$  - вибуття заявки після обслуговування;  $X = \{0, 1, 2, \dots\}$  - загальна кількість заявок в системі в черзі та в процесі обслуговування.

Припустимо, що подія  $a$  здійснюється завжди (черга необмежена), подія  $d$  - має місце тільки при  $x > 0$ , так як заявка не може покинути систему, якщо вона пуста.

Тоді динаміка цієї системи описується функціями переходу

$$\begin{aligned} f(x, a) &= x + 1, \text{ для } \forall x, \\ f(x, d) &= x - 1, \text{ для } \forall x > 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Структура лічильника часу визначається  $a, d$  та функціями часу  $F_a$  та  $F_d$  відповідно. Траєкторія станів може бути отримана, якщо задається деякий початковий стан  $x_0 \in X$ .

В даній ДБС подія  $\alpha$  відбувається в час  $T_{\alpha, n}$ , тільки, якщо вона активувалась в деякий момент  $T_{\beta, n} < T_{\alpha, n}$  зміною події  $\beta$ . В свою чергу, подія  $\beta$  у  $T_\beta$  повинно активізуватися деяким  $\gamma$  в час  $T_{\gamma, n} < T_{\beta, n}$  і так далі до  $T = 0$ . Визначимо тривалість  $k$ -го обслуговування  $\alpha$ .

$$Y_{\alpha, n} = T_{\alpha, n} - T_{\beta, n} \quad (3)$$

$$T_{\alpha, n} = v_{\beta_1, k_1} + \dots + v_{\beta_s} \quad (4)$$

З урахуванням „функції запуску”

$$T_{\alpha, n} = \sum_{\beta, m} v_{\beta, n} \eta(\alpha, n; \beta, m) \quad (5)$$

Оскільки параметр  $\Theta$  має вплив на час обслуговування події  $F_\alpha(t, \Theta)$ , можна стверджувати, що  $\Theta$  впливає на час обслуговування всіх заявок послідовності  $\{v_{\alpha 1}, v_{\alpha 2}, \dots\}$ . Похідна визначається в кожній дискретній точці.

$$\frac{dv_{\alpha, k}}{d\Theta} = - \frac{[\partial F_\alpha(t; \Theta) / \partial \Theta]_{(v_{\alpha, k}, \Theta)}}{[\partial F_\alpha(t; \Theta) / \partial t]_{(v_{\alpha, k}, \Theta)}} \quad (6)$$

Похідна від  $T_{\alpha, n}$  по  $\Theta$  може бути визначена при виконанні двох умов:

- 1) для всіх  $\alpha \in \Sigma, F_\alpha(t, \Theta)$  є безперервною функцією по  $\Theta$  та  $F_\alpha(0, \Theta)$  визначено;
- 2) для всіх  $\alpha \in \Sigma$  та  $k = 1, 2, \dots, v_{\alpha, k}$  є безперервно диференційованою по  $\Theta$ .

В якості оцінок для системи можна використовувати наступні критерії на різних кінцевих інтервалах спостережень за системою:

$$\begin{aligned} L_T(\Theta) &= \int_0^T C(x(t, \Theta)) dt; \\ L_M(\Theta) &= \int_0^{T_M} C(x(t, \Theta)) dt; \\ L_{\alpha, M}(\Theta) &= \int_0^{T_{\alpha, M}} C(x(t, \Theta)) dt; \end{aligned} \quad (7)$$

де  $C(x(t, \Theta))$  - деяка оцінка, асоційована з витратами енергії ДБС у стані  $x(t, \Theta)$ . Тоді:

$L_T(\Theta)$  - оцінка витрат на керування на певному кінцевому інтервалі спостережень;

$L_M(\Theta)$  - оцінка витрат на керування, отримана шляхом спостережень за  $M$  варіаціями подій;

$L_{\alpha, M}(\Theta)$  - оцінка витрат на керування, отримана на інтервалі обслуговування  $\alpha$ .

Таким чином, з інформації, що отримана з вибіркової траєкторії, можна отримати диференціальну оцінку критерія якості по параметру  $\Theta$ , що входить в керування. Можна гарантувати, що похідна  $\frac{dL}{d\Theta}$  є об'єктивною оцінкою критерія якості  $J$ .

### III. ВИСНОВКИ

Показано, що для оцінки критерія якості ДБС можна використовувати інтегральні оцінки, асоційовані з енергетичними витратами на керування.

Встановлено, що для їх кількісної оцінки можна використовувати вибірку траєкторію поведінки системи що задовольняє умовам монотонності по параметру що входить в керування.

Вказано, що за оцінку критерія якості можна брати значення похідних по параметру, що входить в керування, котрі обчислюються в дискретні моменти часу вибіркової траєкторії.

### СПИСОК ПОСИЛАНЬ

- [1] F. Barcelli, G. Cohen, B. Gaujal, Recursive equations and basic properties of timed Petri nets. Journal of discrete Event Dynamic Systems, 2:415-439, 1992.
- [2] X. Cao. Realization probabilities – the dynamics of queuing systems. Springer-Verlag, 1994.
- [3] R. Cieslag, C. Desclaux, A. Fawaz, P. Varaija. Supervisory control of discrete-event processes with partial observations. IEEE Trans. on Automatic Control, 33(3):249-260, March 1988.
- [4] C.G. Cassandras and S.G. Strickland. Observable augmented systems for sensitivity analysis of Markov and semi-Markov processes. IEEE Trans. on Automatic Control, AC-34, 10:1026-1037, 1989.
- [5] P. Glasserman and D.D. Yao. Monotone Structure in Discrete-Event Systems. John Wiley and Sons, New York, 1994.