

# Оценка точности алгоритмов определения ориентации с учетом погрешности измерителей угловой скорости

В.А. Деменков<sup>1</sup>, Ю.А. Кузнецов<sup>1</sup>

*Аннотация* – Accuracy of the algorithms for determining the attitude of strapdown inertial systems is analyzing. Evaluation is based on «idealized» and «technical» measurement of sensors. The results of mathematical modeling are given.

*Ключевые слова* – Космический аппарат, алгоритмы определения ориентации, бесплатформенная инерциальная система, кватернион, эталонная модель вращения.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Современные системы управления (СУ) подвижных объектов, таких как ракет-носителей, космических аппаратов (КА), воздушных и морских судов, наземного транспорта, строятся на принципах бесплатформенных инерциальных систем (БИС). Подобные системы заменяют собой гиросtabilизированную платформу ее математическим аналогом, который строится на основе измерений датчиков. Фактически, определяется положение связанного с подвижным объектом трехгранника относительно некоторого опорного базиса (движущегося известным образом) [1, 2].

Информация об изменении углового положения КА доступна в БИС в специфическом виде – в виде угла кажущегося поворота. Значения его доступны только в определенные моменты времени (такты). Поэтому задача определения ориентации не может решаться прямым интегрированием кинематических уравнений.

Такая задача решается с помощью алгоритмов определения ориентации (АОО) различного порядка. Важным для работы СУ оказывается знание действительной точности конкретных АОО в условиях реальной «неидеальности» измерений угла кажущегося поворота.

## II. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ. ЭТАЛОННЫЕ МОДЕЛИ ВРАЩЕНИЯ

С математической точки зрения разные алгоритмы одного порядка точности равноценны, поэтому для определения фактической точности каждого конкретного АОО необходимо провести численный эксперимент на некоторой модели движения. Модели движения могут быть двух видов – дискретными и непрерывными.

Достоинство дискретных моделей в том, что они могут быть получены для любого вида движения путем численного интегрирования кинематических и динамических уравнений. Недостаток их в том, что для исследования доступно ограниченное множество временных точек, а кинематические параметры известны с некоторой погрешностью, внесенной численным методом интегрирования.

Непрерывные модели могут быть заданы только для случаев, когда решение кинематических уравнений

выражается в конечном виде. Это случаи регулярной прецессии, плоского и конического вращений.

Используемая методика исследования точности основана на применении эталонных непрерывных моделей вращения. Для таких моделей вводятся описывающий ориентацию кватернион  $\Lambda^a(t)$ , как известная функция времени. Вектор абсолютной угловой скорости  $\bar{\omega}^a(t)$  определяется из обратного кинематического уравнения (1), также в виде функции времени:

$$\bar{\omega}^a(t) = 2\tilde{\Lambda}^a(t) \circ \dot{\Lambda}^a(t). \quad (1)$$

Вектор кажущегося поворота  $\bar{\theta}^a(t)$  (а также его приращение  $\nabla\bar{\theta}^a(t)$ ) получается путем аналитического интегрирования  $\bar{\omega}^a(t)$  и подстановки необходимых пределов (2):

$$\bar{\theta}^a(t) = \int_0^t \bar{\omega}^a(t) dt. \quad (2)$$

Представление кватерниона модельной ориентации  $\Lambda^a(t)$  приведено в (3):

$$\begin{aligned} \lambda_0^a(t) &= \cos(k_1 t) \cos(k_2 t); \quad \lambda_1^a(t) = \sin(k_1 t) \cos(k_2 t); \\ \lambda_2^a(t) &= \sin(k_2 t) \cos(k_3 t); \quad \lambda_3^a(t) = \sin(k_2 t) \sin(k_3 t). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $k_1, k_2, k_3$  – параметры модели, определяющие конкретный вид движения.

## III. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Оценки методической погрешности АОО могут быть получены в разном виде – матрица ошибок направляющих косинусов, нормы матрицы ошибок, скорости нормы, а также в виде дрейфа, скорости дрейфа, неортогональности и нарушения масштаба.

Для оценивания были выбраны оценки в виде дрейфа и скорости дрейфа, из-за простоты, наглядности и универсальности этих критериев.

## IV. НЕИДЕАЛЬНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ

В реальных технических системах измерения приращения кажущегося поворота подвержены влиянию разнохарактерных шумов, и это, в свою очередь, влияет на точность определения ориентации.

Для адекватной оценки влияния зашумленных измерений была использована модель волоконо-оптического измерителя угловой скорости (ИУС) со следующими составляющими погрешности (Таб. 1).

<sup>1</sup> НПП «Хартрон-Аркус», ул. Ак. Проскуры, 1, Харьков, 61070, УКРАИНА, E-mail arkos@sovam.kharkov.ua

ТАБЛИЦА 1  
СОСТАВЛЯЮЩИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Составляющая	Значение
Спектральная плотность мощности шума, рад/√с	8.73e-04
Частота переменной составляющей нулевого сигнала, 1/с	1.16e-03
Амплитуда переменной составляющей нулевого сигнала, рад/с	4.85e-06
Постоянное смещение нулевого сигнала, рад/с	4.85e-06
Дискретность квантования угловой скорости, рад/с	3.05e-07

Характер влияния модели ИУС на идеальное эталонное значение первой компоненты вектора угловой скорости приведен на рисунке 1.

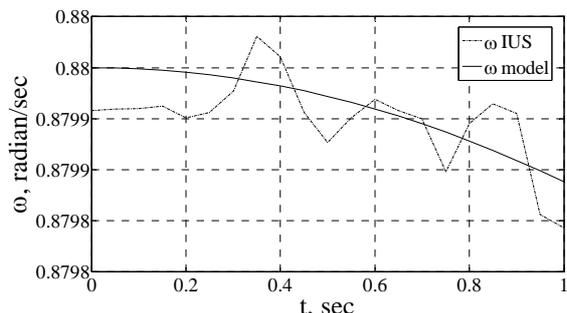


Рис. 1. Зашумленное измерение угловой скорости

## V. АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ

АОО КА призваны определить угловое положение по измерениям с датчиков, в частности, с интегрирующих гироскопов.

Оценивалась фактическая точность следующих АОО:

- алгоритмы Эйлера 1-го, 2-го и 3-го порядков [3];
- реверсивный алгоритм [1];
- алгоритм 3-го порядка с коррекцией нормы [5];
- двухшаговый алгоритм [4].

## VI. СРАВНИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Моделирование проводилось при длительности такта 0.05 с и количестве тактов 10000 (8.33 мин). Параметры модели задавались такими, чтобы модуль абсолютной угловой скорости составлял не более  $5^\circ/\text{с}$  (0.0872 рад/с).

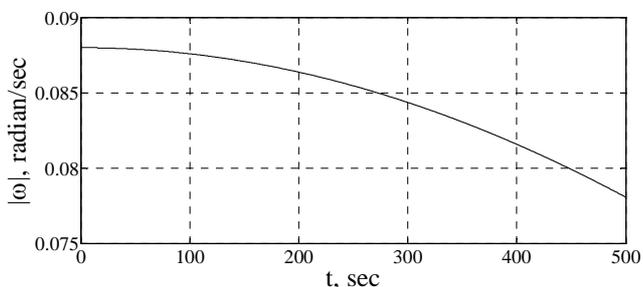


Рис. 2. График модуля вектора угловой скорости

В ходе исследования при параллельном запуске моделирующей задачи с математической моделью ИУС и

без нее (соответственно знаки «+» и «-» во втором столбце) были получены следующие результаты (Таб. 2).

ТАБЛИЦА 2

ТОЧНОСТНЫЕ ОЦЕНКИ АОО

Название АОО	ИУС	Максимальный дрейф, рад	Средняя скорость дрейфа, рад/с
АОО Эйлера 1-го порядка	-	3.57e-04	7.14e-08
	+	2.57e-03	9.63e-09
АОО Эйлера 2-го порядка	-	1.14e-04	2.29e-08
	+	2.76e-03	3.84e-08
АОО Эйлера 3-го порядка	-	2.87e-05	1.44e-09
	+	1.95e-03	9.68e-08
Реверсивный АОО	-	3.15e-04	6.3e-08
	+	2.21e-03	-1.71e-07
АОО 3-го порядка с коррекцией	-	2.87e-05	5.75e-09
	+	2.75e-05	5.51e-09
Двухшаговый АОО	-	1.97e-10	3.24e-14
	+	8.4e-04	1.38e-07

## VII. ВЫВОДЫ

Как видно из результатов, приведенных в таблице 2, неточность измерений оказывает негативное влияние на точность определения ориентации. Самая большая потеря точности проявляется у алгоритмов высокого порядка. Таким образом, для использования в БИС целесообразно выбрать АОО 3-го порядка с коррекцией нормы или двухшаговый алгоритм.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. “Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем.” – М.: Наука, 1992. – 280 с.
- [2] Кортунов В.И., Проскура Г.А., Кравчук А.С. “Анализ точности интегрированной БИНС с оптическим датчиком” // Тр. XVI Санкт-Петербургской междунациональной конференции по интегрированным навигационным системам, 25-27 мая 2009 г. – С. 144-146.
- [3] Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. “Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела.” – М.: Наука, 1973. – 320 с.
- [4] Плаксий Ю.А. “Разработка алгоритмов определения кватернионов ориентации подвижного объекта с учетом динамики вращения для бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС).”, Диссертация на соискание ученой степени к.т.н. – Харьков: ХПИ, 1992. – 209 с.
- [5] Ю.А. Кузнецов, С.В. Олейник, Ю.А. Плаксий, В.А. Деменков. – “Применение моделей вращения для анализа погрешностей алгоритмов бесплатформенных инерциальных систем ориентации подвижных объектов”, Тр. XVII Санкт-Петербургской междунациональной конференции по интегрированным навигационным системам, 31 мая - 02 июня 2010 г. – С. 114-116.