

# Математична модель двохфазного потоку процесів зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі

Б.Я. Корнієнко<sup>1</sup>

*Abstract* - The mathematical model of two phase flow of dehydration and granulation in fluidized bed. The two phases are considered as continuous and described by the equations of conservation of mass, moments and thermal energy.

*Keywords* - Mathematical model, Fluidized bed, Granulation, Dehydration.

## I. ВСТУП

Завдяки сприятливим властивостям теплопередачі псевдозріджений шар знайшов широке використання у високотемпературних процесах. В результаті поєднання процесів зневоднення та гранулювання розчинів у псевдозрідженому шарі можна отримати готовий продукт заданого дисперсного та хімічного складу. Особливістю кінетики процесу гранулоутворення є вплив на його ефективність у рівній мірі температурної характеристики процесу та дисперсного складу зернистого матеріалу в апараті. Складність управління полягає в тому, що значення еквівалентного діаметру процесу залежить від інтенсивності вивантаження готового продукту заданого дисперсного складу та інтенсивності подрібнення великих гранул – внутрішнього джерела нових центрів гранулоутворення. Гранулювання значно покращує товарні властивості готового продукту, оскільки гранули відзначаються доброю рухливістю при транспортуванні, незлежуваністю при зберіганні та відсутністю пилу при фасуванні.

Широке застосування в сільському господарстві знайшли мінеральні добрива у гранульованому вигляді. Тому задача створення математичної моделі процесів зневоднення і гранулювання у псевдозрідженому шарі при виробництві мінеральних добрив є актуальною.

## II. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

При моделюванні процесу псевдозрідження застосовують альтернативні підходи: модель Ейлера-Ейлера та модель Ейлера-Лагранжа. Модель Ейлера-Ейлера описує дві фази як дві неперервні субстанції, що взаємно проникають. Фази взаємодіють безперервно в часі та просторі. Для врахування течії всередині потоків використовують теорію потоку твердих частинок Дженкінса і Річмана.

Модель Ейлера-Лагранжа усереднює інформацію про траєкторію кожної частинки. Тут використовуються підходи для потоків газу з твердими частинками, коли застосовують формули Лагранжа до розсіяних газорідинних потоків. У випадку зрідження потоку газу та твердих частинок течія описується рівняннями Нав'є-Стокса. Коли концентрація частинок зростає, то можна

розглядати двостороннє поєднання – коли частинки впливають на газову фазу та гідродинамічну взаємодію. Завдяки гідродинамічній взаємодії, взаємному впливі частинок та потоку, можна використовувати результати теорії осадження. Таким чином можна зробити висновок про домінування гідродинамічного механізму над турбулентним.

При побудові математичних моделей зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі важливим моментом є визначення коефіцієнту теплопередачі між різними фазами. Існує багато підходів до визначення коефіцієнту теплопередачі, серед яких можна виділити два: модель окремих частинок та модель емульсійних фаз.

В моделі окремих частинок псевдозріджений шар розглядається як гетерогенна система, що складається з неперервної фази (псевдозріджене середовище) та дискретної фази (тверді частинки). Процес теплопередачі для твердих частинок протягом їх перебування на поверхні теплообміну описується за допомогою двох рівнянь теплопровідності.

Моделі емульсійних фаз використовують аналогію між псевдозрідженим шаром та рідиною. Тут емульсійна фаза розглядається як неперервна, а бульбашки розглядаються як дискретна фаза.

Підхід моделі двофазного потоку, застосований у даній роботі, має переваги перед іншими моделями представленими в літературі тому, що він не вимагає вхідних емпіричних параметрів таких як середній розмір частинки або час знаходження пакета в апараті; гідродинаміка шару розвивається вільно із розв'язання рівнянь збереження маси та моменту [1].

Запропонована модель теплопередачі базується на підході моделі двофазного потоку в якому обидві фази розглядаються як неперервні та описуються наступним чином:

Рівняння збереження маси для рідкої фази

$$\frac{\partial(\varepsilon\rho_f)}{\partial t} + (\nabla \cdot \varepsilon\rho_f \bar{u}) = 0; \quad (1)$$

для твердої фази

$$\frac{\partial[(1-\varepsilon)\rho_s]}{\partial t} + [\nabla \cdot (1-\varepsilon)\rho_s \bar{v}] = 0. \quad (2)$$

Рівняння моментів

для рідкої фази

$$\frac{\partial(\varepsilon\rho_f \bar{u})}{\partial t} + (\nabla \cdot \varepsilon\rho_f \bar{u}\bar{u}) = -\varepsilon\nabla p - \beta(\bar{u} - \bar{v}) + \varepsilon\rho_f \bar{g}; \quad (3)$$

<sup>1</sup> Національний авіаційний університет, пр. Комарова, 1, Київ, 03056, УКРАЇНА, E-mail: bogdanko@gmx.net

для твердої фази

$$\frac{\partial[(1-\varepsilon)\rho_s \bar{v}]}{\partial t} + [\nabla \cdot (1-\varepsilon)\rho_s \bar{v}] = -(1-\varepsilon)\nabla p + \beta(\bar{u} - \bar{v}) - G(\varepsilon)\nabla\varepsilon + (1-\varepsilon)\rho_s \bar{g}. \quad (4)$$

Рівняння теплової енергії

для рідкої фази

$$\frac{\partial(\varepsilon\rho_f I_f)}{\partial t} + (\nabla \cdot \varepsilon\rho_f I_f \bar{u}) = -p \left\{ \frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + (\nabla \cdot \varepsilon \bar{u}) \right\} + (\nabla \cdot \varepsilon k_f \nabla T_f) - \alpha(T_f - T_s) + G_p(1-x_p)(r + C_{II} T_f); \quad (5)$$

для твердої фази

$$\begin{aligned} \frac{\partial[(1-\varepsilon)\rho_s I_s]}{\partial t} + [\nabla \cdot (1-\varepsilon)\rho_s I_s \bar{v}] = \\ = -p \left\{ \frac{\partial(1-\varepsilon)}{\partial t} + [\nabla \cdot (1-\varepsilon)\bar{v}] \right\} + \\ + [\nabla \cdot (1-\varepsilon)k_s \nabla T_s] + \alpha(T_f - T_s) - \\ - G_p(1-x_p)(r + C_{II} T_f) + G_p x_p q, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $\varepsilon$  – поруватість,  $p$  – тиск,  $T_f$  та  $T_s$  – температури рідкої та твердої фази,  $\bar{u}$  та  $\bar{v}$  – вектори швидкості рідкої та твердої фази,  $\beta$  – коефіцієнт міжфазної передачі моменту,  $I_f$  та  $I_s$  – ентальпії рідкої та твердої фази,  $G_p$  – витрати вихідного розчину,  $x_p$  – концентрація розчину,  $r$  – прихована теплота пароутворення,  $C_{II}$  – теплоємність пари,  $q$  – теплота, що виділяється при кристалізації розчину.

Ентальпії рідкої та твердої фази пов'язані з відповідними температурами за допомогою теплових рівнянь стану:

$$dI_f = C_{pf} dT_f; \quad (7)$$

$$dI_s = C_{ps} dT_s, \quad (8)$$

де  $C_{pf}$  та  $C_{ps}$  – теплоємності рідкої та твердої фази.

Об'ємний міжфазний коефіцієнт теплопередачі визначався за формулою:

$$\alpha = \frac{6(1-\varepsilon)}{d_p} \alpha_p, \quad (9)$$

де  $\alpha_p$  – коефіцієнт теплопередачі рідких частинок,  $d_p$  – діаметр частинки.

Використовуючи значення теплопровідності рідкої та твердої фази –  $k_f$  та  $k_s$  – обчислювали значення теплопровідності суміші:

$$k_m = \varepsilon k_f + (1-\varepsilon)k_s. \quad (10)$$

Теплопровідності рідкої та твердої фази враховують конвективні та кондуктивні компоненти. Механізм кондуктивної теплопровідності враховує контактну теплопровідність між частинками та теплопровідність через шар рідини, що оточує кожну частинку.

### III. ВИСНОВОК

Таким чином отримано математичну модель процесів зневоднення та гранулювання у псевдозрідженому шарі, що використовує основні принципи моделі гідродинаміки та суттєво розширює її за допомогою врахування коефіцієнтів теплопередачі від стінки до шару, явища кристалізації розчину на поверхні гранул та явища теплопровідності між фазами.

Обчислення виконані з урахуванням високого рівня теплопередачі від стінки апарата до псевдозрідженого шару та без урахування явища турбулентності. Для випадку зростання окремої бульбашки біля нагрітої стінки апарату наведено, що максимальне значення теплопередачі від стінки до псевдозрідженого шару досягнуто у сліди бульбашки.

Використання моделі двохфазного потоку дозволяє описати обидві фази як неперервні і враховує зміну коефіцієнтів теплопередачі та інших теплофізичних властивостей у безпосередній близькості до поверхні теплопередачі.

### СПИСОК ПОСИЛАНЬ

- [1] В.Р.В. Hoomans, J.A.M. Kuipers, W.P.M. Van Swaaij, Granular dynamics simulation of segregation phenomena in bubbling gas fluidised beds, Powder Technol. № 109 (2000), pp. 41–48.