

Математическая модель кинематики и динамики винтовой планетарной клетки

Н.В. Жукова¹

Abstract – The mathematical model of the spiral planet breakdown stand, as a planetary differential mechanism with two degrees of freedom. Model satisfies the two criteria of spiral rolling. The results of simulation confirm that the spiral planetary rolling is realized when the forward movement of the metal without its rotation.

Keywords – Spiral planet stand, Differential mechanism, Criteria of spiral rolling, Detail, Link, Closed kinematic chain.

I. АКТУАЛЬНОСТЬ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Энергосбережение – одна из главных задач модернизации металлургических технологий. Осуществить стыковку машины непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) непосредственно с прокатным станом возможно только с помощью винтовых планетарных клеток, технологические параметры которых полностью удовлетворяют требованиям процесса совмещения литья и прокатки. Это осуществимо при модернизации существующих конструкций [1] винтовых клеток на основе оптимизации основных параметров технологии.

Планетарная винтовая прокатка – наукоёмкая технология, которая до сих пор на Украине не реализована по причине отсутствия первичной информации для реализации технического проекта планетарной винтовой клетки, а также отсутствия конструктивных решений оборудования, реализующего данную технологию. Указанные проблемы можно решить [2], не приобретая дорогостоящие технологию и оборудование в странах Евросоюза.

В этой статье автором рассматривается математическая модель кинематики и динамики движения звеньев винтовой планетарной клетки с главной гипоидной передачей.

II. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Механизм клетки состоит из семи звеньев: двигателя центрального колеса (Ц), вала - шестерни центрального колеса (ШЦ), центрального колеса (ЦК), двигателя ротора клетки (Р), ротора клетки (РК), рабочих валков (В), деформируемого металла (М). Клеть имеет два независимых привода, сочленённых со звеньями центрального колеса и ротора клетки. Каждое из названных звеньев состоит из неподвижных относительно друг друга деталей.

Семь звеньев клетки Ц, ШЦ, ЦК, Р, РК, В, М составляют между собой кинематические пары, названные звенья со звеном неподвижного корпуса клетки (стойки) образуют замкнутую кинематическую цепь. В данной кинематической цепи звенья Ц и Р являются ведущими.

Они сочленены со звеньями ЦК и РК зубчатыми коническими валами - шестернями с одинаковыми коэффициентами механической передачи $i_{Ш}$.

Семь звеньев клетки Ц, ШЦ, ЦК, Р, РК, В, М связаны пятью кинематическими связями. Из них три связи имеют вид:

$$i_{Ш}; \omega_{РК} = -\frac{1}{i_{Ш}} \omega_{Р}; \omega_{ШЦ} = -\frac{1}{i_{К}} \omega_{Ц},$$

где $i_{К} = (1 - i \cdot i_{М})^{-1}$, i - коэффициент главной гипоидной передачи клетки; $i_{М}$ - эквивалент механической передачи от вала к металлу, при которой металл не скручивается.

Четвертая кинематическая связь между центральным колесом клетки и металлом исходит из теоремы Виллиса:

$$\frac{\omega_{ЦК} - \omega_{РК}}{\omega_{М} - \omega_{РК}} = (-i_{М})(-i) = i \cdot i_{М} = i_{\Sigma}, \text{ откуда следует:}$$

$$\omega_{М} = \frac{\frac{1}{i_{Ш}i_{К}} [\omega_{Ц} + i_{К}(1 - i_{\Sigma})\omega_{Р}]}{i_{\Sigma}}, \quad (1)$$

Следовательно, при

$$\omega_{Ц} = -i_{К}(1 - i_{\Sigma})\omega_{Р} \quad (2)$$

скорость вращения металла будет равна нулю $\omega_{М} = 0$, что является одним из главных условий проведения технологии прокатки металла в планетарной винтовой клетке. Из (2) следует условие технологической нормировки выравнивания скоростей роторов двигателей с помощью внешнего редуктора клетки с коэффициентом передачи $i_{К} = (1 - i_{\Sigma})^{-1}$, что удобно при автоматизации технологии [2].

Пятая кинематическая связь между звеньями исходит из самой конструкции клетки. Вращение вала относительно своей оси происходит от сложения с противоположными знаками двух независимых движений звеньев центрального колеса ЦК и ротора клетки РК. То есть можно записать:

$$\omega_{В} = \frac{\omega_{РК} + (-\omega_{ЦК})}{i} = \frac{-\frac{1}{i_{Ш}} \omega_{Р} + \left(-\frac{1}{i_{Ш}i_{К}} \omega_{Ц}\right)}{i}. \quad (3)$$

Если семь звеньев механизма клетки связаны пятью кинематическими связями, следовательно, механизм клетки имеет всего две независимые степени свободы. То есть движение двух ведущих звеньев Ц и Р определяет динамическое состояние изучаемого объекта. Для

¹ Донецкий национальный технический университет, ул. Артема, 58, Донецк, 83001, УКРАЇНА, E-mail: Zhnatka@mail.ru

определения законов движения названных звеньев клетки используем уравнения Лагранжа второго рода:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\omega}_{Ц}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_{Ц}} = M_{ПЦ} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\omega}_{Р}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_{Р}} = M_{ПР} \end{cases}, \quad (4)$$

где T - кинетическая энергия всех звеньев механизма клетки; $M_{ПЦ}$ - обобщенная сила или момент, приведенный к звену Ц; $M_{ПР}$ - обобщенная сила или момент, приведенный к звену Р.

Выражение кинетической энергии механизма клетки имеет вид: $T = J_{ЦЦ} \frac{\omega_{Ц}^2}{2} + J_{РР} \frac{\omega_{Р}^2}{2} + J_{ЦР} \omega_{Ц} \omega_{Р}$, где $J_{ЦЦ}$ момент инерции, приведенный к звену Ц, $J_{РР}$ момент инерции, приведенный к звену Р, $J_{ЦР}$ момент инерции, приведенный и к двигателю центрального колеса Ц, и к двигателю ротора Р.

Приведенные моменты сил принимают форму:

$$M_{ПЦ} = \left[M_{Ц} + M_{В} \frac{1}{i_{Ш} i_{К}} - M_{М} \frac{1}{i_{\Sigma} i_{Ш} i_{К}} \right],$$

$$M_{ПР} = \left[M_{Р} + M_{В} \frac{1}{i_{Ш}} - M_{М} \frac{1}{i_{\Sigma} i_{Ш}} (1 - i_{\Sigma}) \right].$$

Определив производные, входящие в уравнения Лагранжа, запишем их в удобном для исследования виде:

$$\begin{cases} J_{ЦЦ} \frac{d\omega_{Ц}}{dt} + J_{ЦР} \frac{d\omega_{Р}}{dt} = M_{ПЦ} \\ J_{РР} \frac{d\omega_{Р}}{dt} + J_{ЦР} \frac{d\omega_{Ц}}{dt} = M_{ПР} \end{cases}.$$

К полученным уравнениям Лагранжа добавляются уравнения состояния электродвигателей.

Аналитическое решение для этого сложного объекта удаётся только при достаточно простых функциях активных моментов ($M_{Ц}$, $M_{Р}$), приложенных к двигателям центрального колеса и ротора клетки, и пассивных моментов ($M_{В}$, $M_{М}$), приложенных к валкам

и металлу. $M_{М} = f \frac{1}{i_{\Sigma} i_{Ш} i_{К}} \int_0^t [\omega_{Ц} + i_{К} (1 - i_{\Sigma}) \omega_{Р}] dt$;

$$M_{В} = \text{const}, \quad \omega_{В} = \frac{1}{i} (\omega_{Р} - \omega_{Ц}) > 0; \quad M_{В} = 0, \quad \omega_{В} \leq 0.$$

При моделировании работы клетки были приняты следующие упрощения:

- в планетарной винтовой клетке потребление энергии затрачивается на преодоление сил сопротивлений, приложенных к рабочим валкам. Силы трения в подшипниках отсутствуют. Скручивание прокатываемого металла, защемленного в МНЛЗ, вызывает симметричную упругую деформацию и проявляется только при несогласованном движении рабочих валков и ротора клетки. То есть при стационарном состоянии объекта

металл не вращается и не поворачивается, а движется только вдоль оси прокатки;

- продольное движение металла в данной модели не формализуется в связи с тем, что реакция металла на активное движение двойного привода клетки в модели сосредоточена на рабочих валках.

- деформация металла может происходить только по причине вращения валка относительно своей оси (относительное движение). Вращение валка вместе с ротором клетки относительно оси прокатки деформацию металла не вызывает. Вращение валка относительно своей оси происходит по причине относительного движения ротора и центрального колеса, причем, всегда выполняется условие $\omega_{РК} > \omega_{ЦК}$, при котором валки захватывают металл в очаг деформации. При обратном неравенстве $\omega_{РК} \leq \omega_{ЦК}$ процесс прокатки невозможен с параллельным исчезновением нагрузки на валки.

Результаты моделирования приведены на рис.1

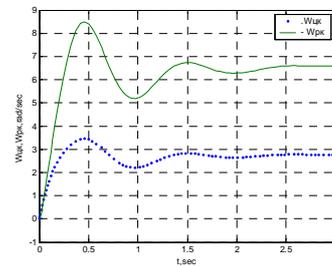


Рис.1. Скорости вращения звеньев ЦК и РК

Моделирование подтверждает главное технологическое условие работы клетки $\omega_{Ц} = -i_{К} (1 - i_{\Sigma}) \omega_{Р}$, при котором отсутствует вращение металла. Причем всегда выполняется неравенство $\omega_{РК} > \omega_{ЦК}$.

В связи с тем, что ротор и центральное колесо клетки передают своё движение рабочим валкам с одинаковыми коэффициентами передачи согласно (3), что соответствует одинаковым моментам $M_{РК} = M_{ЦК}$, тогда отношение мощностей приводов двигателей центрального колеса и ротора клетки однозначно определяется отношением их скоростей:

$$\frac{P_{РК}}{P_{ЦК}} = \frac{M_{РК} \omega_{РК}}{M_{ЦК} \omega_{ЦК}} = 1 \cdot \frac{\omega_{РК}}{\omega_{РК} (1 - i_{\Sigma})} = \frac{1}{(1 - i_{\Sigma})}.$$

III. ВЫВОДЫ

Разработана математическая модель винтовой планетарной клетки на основе уравнений Лагранжа второго рода, позволяющая анализировать кинематику и динамику технологии винтовой прокатки.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Кліть тривалкова гвинтова консольна планетарна. Пат. України №88522 В21В 19/00 /Н.В. Жукова и др.
- [2] Кліть гвинтова тривалкова консольна обтискна. Заявка на винахід № а 2010 15624 от 24.12.2010 /Н.В. Жукова и др.