

# Полумарковская модель многокомпонентной технической системы с покомпонентным контролем

А.Н. Никищенко<sup>1</sup>, Ю.Е. Обжерин<sup>1</sup>

*Annotation* — A semi-Markov model reconstructed N-component system with componentwise diagnostics is constructed. The main characteristics of reliability this system with an exponential distribution of time between failures, timing control, timing recovery and time between the controls are defined.

*Keywords:* latent failure, control, diagnosis, reliability, efficiency, semi-Markov model.

## I. ВСТУПЛЕНИЕ

Эффективность производственной системы (ПС) определяются тем, насколько рационально используются имеющиеся ресурсы. Среди основных показателей, ухудшающих показатели надежности и эффективности существующей ПС, выделяют: в обслуживании оборудования — количество и время незапланированных простоев оборудования, расход времени на пуск, переналадку, восстановление оборудования; в управлении качеством — количество выявленных дефектов, частоту возникновения дефектов по причине отказа оборудования, ошибок [1]. Использование покомпонентного контроля со специальной диагностикой ПС позволяет сократить убытки, вызванные вышеперечисленными показателями.

Существует ряд задач [2], в которых необходимо проводить покомпонентный контроль системы, состоящей из однотипных компонентов со скрытыми отказами. Это связано с резким ухудшением работы всей системы и увеличением износа компонентов после отказа одного из компонентов системы.

Цель работы — исследовать надежностные и экономические характеристики технической N компонентной системы со скрытыми отказами с учетом проведения покомпонентного контроля.

## II. НАХОЖДЕНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОНЕНТА СИСТЕМЫ

Рассмотрим N-компонентную систему. Компоненты системы являются сходными структурами, отличающимися лишь параметрами. В системе из N независимых компонентов выделяется  $N \cdot M^N$  состояний (M соответствует числу возможных состояний i-го компонента системы).

Рассмотрим i-й компонент системы ( $i \in \overline{1, N}$ ). Время наработки i-го компонента системы на отказ — случайная величина (СВ)  $\alpha_i$  с плотностью распределения (ПР)  $f_i(t) = \lambda_i e^{-\lambda_i t}$ . Время восстановления компонента после

обнаружения системы, время проведения контроля, время между двумя соседними контролями компонента СВ  $\beta_i$ ,  $\psi_i$  и  $\gamma_i$  с ПР  $g_i(t) = \mu_i e^{-\mu_i t}$ ,  $v_i(t) = \varphi_i e^{-\varphi_i t}$  и  $r_i(t) = \nu_i e^{-\nu_i t}$  соответственно. Доход за единицу времени исправного функционирования, плата за единицу времени восстановления и плата за единицу времени неисправного функционирования i-го компонента соответственно равны  $C_+^i$ ,  $C_-^i$  и  $C_\beta^i$ . Плата за единицу времени проведения контроля равна  $C_\Gamma^i$ .

В начальный момент времени i-й компонент системы находится в работоспособном состоянии. Через время  $\alpha_i$  он переходит в отказовое состояние, приборы контроля включаются через время  $v_i$ . Контроль длится время  $\psi_i$  (компонент отключается на время проведения контроля). После обнаружения отказа (возможно только при проведении контроля) происходит восстановление за время  $\beta_i$ , i-й компонент системы переходит в работоспособное состояние. Временная диаграмма функционирования i-го компонента приведена на рис. 1.

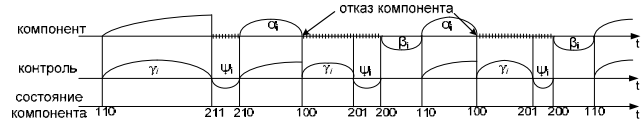


Рис. 1. Временная диаграмма функционирования i-го компонента системы

Для описания функционирования i-го компонента системы используем полумарковский процесс (ПМП)  $\xi^{(i)}(t)$  с множеством полумарковских состояний компонента  $E^{(i)} = \{110, 210, 211, 201, 100, 200\}$ , где 110 — компонент восстановлен и начал работу, контроль отключен; 211 — включается контроль, работа компонента приостанавливается; 210 — произведен контроль, компонент системы работоспособен, работа возобновляется; 100 — компонент отказал, контроль отключен; 201 — включается контроль, работа компонента с отказом останавливается; 200 — произведен контроль, обнаружен отказ компонента системы, начато восстановление компонента, контроль отключено.

В ходе работы были получены стационарные характеристики для i-го компонента: время нахождения в рабочем и отказовом состоянии (1) и коэффициенты готовности и отказа системы (2) [3].

<sup>1</sup> Севастопольский национальный технический университет, Университетская, 22, г. Севастополь, 99053, Украина, E-mail: root@sevgtu.sebastopol.ua

$$T^{+(i)} = \frac{\lambda_i + v_i}{2\lambda_i^2}, \quad T^{-(i)} = \frac{(\lambda_i + v_i) \cdot \left( v_i^2 \mu_i + \lambda_i v_i \mu_i + \lambda_i \phi_i \mu_i + \lambda_i \phi_i v_i \right)}{2\lambda_i^2 \phi_i v_i \mu_i}, \quad (1)$$

$$\begin{cases} K_r^{(i)} = \frac{\phi_i v_i \mu_i}{v_i^2 \mu_i + \lambda_i v_i \mu_i + \lambda_i \phi_i \mu_i + \lambda_i \phi_i v_i + \phi_i v_i \mu_i}, \\ K_o^{(i)} = \frac{v_i^2 \mu_i + \lambda_i v_i \mu_i + \lambda_i \phi_i \mu_i + \lambda_i \phi_i v_i}{v_i^2 \mu_i + \lambda_i v_i \mu_i + \lambda_i \phi_i \mu_i + \lambda_i \phi_i v_i + \phi_i v_i \mu_i}. \end{cases} \quad (2)$$

Также, найдено значение среднего удельного дохода  $S^{(i)}$  (3) за единицу календарного времени и средних удельных затрат  $C^{(i)}$ , приходящихся на единицу времени исправного функционирования компонента (4) [3].

$$S^{(i)} = \frac{\left( v_i^2 \mu_i c_r^i + \lambda_i v_i \mu_i c_r^i + \lambda_i \phi_i \mu_i c_r^i + \lambda_i \phi_i v_i c_r^i - \phi_i v_i \mu_i c_+^i \right)}{v_i^2 \mu_i + \lambda_i v_i \mu_i + \lambda_i \phi_i \mu_i + \lambda_i \phi_i v_i + \phi_i v_i \mu_i}, \quad (3)$$

$$C^{(i)} = \frac{v_i^2 \mu_i c_r^i + \lambda_i v_i \mu_i c_r^i + \lambda_i \phi_i \mu_i c_r^i + \lambda_i \phi_i v_i c_r^i}{\phi_i v_i \mu_i}. \quad (4)$$

Найдено значение среднего времени проведения контроля  $M[v_{Ki}]$ , при котором будет максимальным коэффициент готовности  $i$ -го компонента:

$$\begin{cases} M[v_{Ki}] = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i \phi_i}}, \\ v_{Ki} = \sqrt{\lambda_i \phi_i}. \end{cases}$$

### III. НАХОЖДЕНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ.

Компоненты системы являются независимыми, поэтому процесс марковского восстановления (ПМВ) системы описан как суперпозиция  $N$  независимых ПМВ ее компонентов  $\{\xi_n^{(i)}, \theta_n^{(i)}; n \geq 0\}$  [4].

Используя параметры компонентов системы, полученные ранее, найден коэффициент готовности и коэффициент отказа системы, состоящей из  $N$  компонентов:

$$K_r = \frac{\sum_{d \in D} \prod_{m=1}^N \rho_{d^k}^{(m)} \cdot M\theta_{d^k}^{(m)}}{\prod_{m=1}^N \sum_{i=1}^M \rho_{d^k}^{(m)} \cdot M\theta_{d^k}^{(m)}}, \quad K_o = \frac{\sum_{d \in \bar{D}} \prod_{m=1}^N \rho_{d^k}^{(m)} \cdot M\theta_{d^k}^{(m)}}{\prod_{m=1}^N \sum_{i=1}^M \rho_{d^k}^{(m)} \cdot M\theta_{d^k}^{(m)}}. \quad (5)$$

где  $\bar{d} = \{d^1, \dots, d^i, \dots, d^N\}$  — множество состояний компонентов системы,  $\rho_{d^k}^{(m)}$  и  $M\theta_{d^k}^{(m)}$  — стационарное распределение и среднее значения времен пребывания в состояниях  $d^k \in E^{(i)}$  для  $m$ -го компонента соответственно,  $D = E^{(1)} \times \dots \times E^{(i)} \times \dots \times E^{(N)}$  — множество состояний всех компонентов в системе.

Также доказано, что в случае параллельного либо последовательного соединения компонентов, формулы (5) могут быть преобразованы к следующему виду:

$$\begin{cases} K_{r\text{пар}} = \prod_{m=1}^N K_r^{(m)}, & K_{o\text{посл}} = \prod_{m=1}^N K_o^{(m)}, \\ K_{o\text{пар}} = 1 - K_{r\text{пар}}, & K_{r\text{посл}} = 1 - K_{o\text{посл}}. \end{cases}$$

Отметим, что в случае параллельного либо последовательного соединения компонентов, а также при комбинации этих методов соединения, определение оптимальных параметров  $(v_i, i \in \overline{1, N})$  системы сводится к поиску экстремумов функций  $K_r(\bar{v})$ ,  $K_o(\bar{v})$ , где  $\bar{v} = \{v_1, \dots, v_i, \dots, v_N\}$ .

Экстремумы  $v_{Ki}$  этих функций удовлетворяют системе уравнений  $v_{Ki} = \sqrt{\lambda_i \phi_i}$ ,  $i \in \overline{1, N}$ .

### III. ВЫВОДЫ

В результате разработана полумарковская модель многокомпонентной технической системы. Получены стационарные характеристики технической системы, состоящей из конечного числа независимых компонентов с экспоненциальным законом распределения времени отказа, времени проведения контроля, времени восстановления компонента, времени между контролями каждого элемента.

Полученные результаты могут быть полезны при определении стационарных характеристик технических систем с отказами и покомпонентным контролем [2].

Дальнейшее исследование в данном направлении предусматривают построение модели многокомпонентных технических систем с учетом проведения контроля в случае общих законов распределения времени отказа компонентов, времени проведения восстановления и контроля, а также и с постоянным временем между соседними контролями.

### СПИСОК ССЫЛОК

- [1] Кононова В. Ю. Модернизация производственных систем на российских предприятиях/ В. Ю. Кононова // Модернизация экономики и общественное развитие: в 3 кн./ Гос. ун-т Высшая школа экономики. — М.: Изд. дом ГУ ВШЭ, 2007. — С. 556 — 567.
- [2] Кученко Ю. Аккумуляторные батареи ИБП как критичная статья эксплуатационных расходов ЦОД / Ю. Кученко // Компьютерное обозрение, 2009 — №20. — С. 55.
- [3] Байхельт Ф. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход/ Ф. Байхельт, П. Франклен. — М.: Радио и связь, 1988. — 392 с.
- [4] Королюк В.С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем/ В.С. Королюк, А.Ф. Турбин — К.:Наук.думка, 1982. — 236 с.