УДК 519.71

Ідентифікація слабоформалізованої системи в рамках лінійно-квадратичної моделі

Н.М. Назаренко[1], Н.М. Манько[1]

Анотація – **In this paper we have offered the methodology of building linear-quadratic model for weakly formalized system in the form of first-order differential equations for phase coordinates, controls and the dynamic system potential.**

Ключові слова – **stable solution, basic period, optimization period, dynamic system.**

Для слабоформалізованих систем характерна невизначеність взаємозв'язків між елементами та неможливість проведення експериментів. Якщо вважати такі системи цільовими і керованими, то їх моделювання стає більш адекватним. При практичних дослідженнях слабоформалізовані системи задаються системою диференціальних рівнянь для фазових координат, а проблема специфікації керувань і функції цілі залишається невирішеною [1, 2]. У даній роботі рівняння руху фазових координат і керувань подаються у вигляді лінійних диференціальних рівнянь першого порядку, а функція цілі (потенціал) зв'язується з поверхнею, вздовж якої рухається дана система. Оскільки потенціал є енергетичною характеристикою системи, то його траєкторія руху задовольняє диференціальному рівнянню першого порядку з квадратичною правою частиною.

Отже, вектор фазових координат $x(\tau)$, вектор керувань $u(\tau)$ і потенціал динамічної системи $F(\tau)$ у будь-який момент часу $\tau \in [\tau_0, \tau_*]$ задовольняють задачу Коші

$$\begin{cases} \dot{x}(\tau) = Ax(\tau) + Bu(\tau), \;\; x(\tau_*) = x_*, \\ \dot{u}(\tau) = Cx(\tau) + Du(\tau), \;\; u(\tau_*) = u_*, \\ 2\dot{F}(\tau) = -x'Px - \dot{x}'K\dot{x} - x'V\,\dot{x}, \quad F(\tau_*) = F_*. \end{cases} \quad (1)$$

Тут матриці *A, B, C, D* і *P, K, V*, а також граничні умови x_*, u_*, F_* заздалегідь невідомі.

Припускаємо, що у цілочисельних точках періоду ідентифікації $[\tau_0, \tau_*)$ задані значення x_τ, u_τ, F_τ. Задача полягає у встановленні зв'язку між матрицями системи (1), який би дозволяв знаходити стійкі розв'язки вказаних диференціальних рівнянь. Зазначимо, що метою дослідження є відтворення якісних апроксимаційних та прогнозних властивостей моделі. Тому граничні умови диференціальних рівнянь задавались на правому кінці.

Розглянемо задачу Коші

$$K\ddot{x}(\tau) = Px(\tau) + J\dot{x}(\tau), \;\; x(\tau_*) = x_*, \;\; \dot{x}(\tau_*) = Ax_* + Bu_*. \quad (2)$$

Можна показати, що ця задача Коші еквівалентна задачі Коші для $x(\tau)$ і $u(\tau)$ в (1), якщо матриці *C, D* зв'язані з матрицями *A, B* співвідношеннями

$$C = B^{-1}(K^{-1}P + (K^{-1}J - A)A), \;\; D = B^{-1}(K^{-1}J - A)B. \quad (3)$$

Неважко переконатись, що за умови (3) збігаються спектри матриць

$$W = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \; \Lambda = \begin{bmatrix} 0 & K^{-1} \\ P & JK^{-1} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

У роботі також отримані співвідношення, які зв'язують між собою матриці *P, K, V, J*.

Аналіз диференціального рівняння (2) показує, що стійкий розв'язок цього рівняння можливий лише тоді, коли спектр матриці Λ (4) належить класу

$$\Omega(\Lambda) = \{0, \; 0, \; \pm i\omega_1, \dots, \pm i\omega_{m-1}\}.$$

Отже, розв'язок $z(\tau) = (x(\tau), \; u(\tau))'$ задачі Коші (1)

$$z(\tau) = a + b\tau + \sum_{i=1}^{m-1} (\alpha_i \cos\omega_i\tau + \beta_i \sin\omega_i\tau). \quad (5)$$

Це означає, що траєкторії фазових координат і керувань є періодичними коливаннями навколо відповідних прямих.

Аналіз диференціального рівняння для потенціалу в (1) при встановлених співвідношеннях для матриць показує, що траєкторія $F(\tau)$ також подається у вигляді періодичних коливань навколо деякої прямої.

Апробація запропонованого алгоритму ідентифікації лінійно-квадратичної моделі слабоформалізованої системи проводилась на прикладі моделі Леонтьєва *m*-галузевого балансу, де $x(\tau)$ – вектор-функція випуску продукції секторів, $u(\tau)$ – вектор-функція невиробничого споживання цих секторів, а у якості $F(\tau)$ взято загальний прибуток макроекономічної системи [1]. Чисельні розрахунки проводились для макроекономічної динаміки західноєвропейських країн. Економіка цих країн ділилась на три, чотири та п'ять секторів. Отримані результати узгоджуються з відомою теорією циклів для макроекономічних систем [3].

Список посилань

[1] Э.Г. Альбрехт, "Методика построения и идентификации математических моделей макроэкономических процессов", *электронный журнал «Исследовано в России»*, № 5, с. 54-86. 2002.

[2] А.М. Назаренко , Д.В. Фильченко, "Идентификация и оптимизация слабо формализованных процессов в классе стационарных LQ моделей", *Кибернетика и вычислительная техника*, вип. 158, с. 42-61, 2009.

[3] Н.Д. Кондратьев, "Большие циклы конъюнктуры и теория предвидения. Избранные труды", М.: Экономика, 2002.

[1] Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, Суми, 40007, УКРАЇНА, E-mail: dm.filchenko@mss.sumdu.edu.ua