

Итерационный метод оценивания угловых координат и угловых скоростей космического аппарата на основе интегральных уравнений движения

В.Ф. Губарев¹, О.Н. Дяденко²

Аннотация – Iteration method for spacecraft attitude parameters estimation was developed in the paper. Angular coordinates and angular velocities, which define the position of coordinate system related to the spacecraft with respect to the orbital coordinate system, are taken as state variables. New method, based on integral form of motion equations, is proposed.

Ключевые слова – космический аппарат, оценивание состояния, неопределенность, скользящий интервал, моделирование.

При разработке сложных технических систем и объектов, важным аспектом является синтез управления. Зная уравнение такой динамической системы в пространстве состояний, легко построить управление по состоянию объекта. Но в действительности, редко удается измерять весь вектор состояния. Поэтому актуальной является задача восстановления вектора состояний по неточным и неполным данным.

В работе применяется концепция скользящего интервала к задаче оценивания параметров ориентации космического аппарата (КА), определяющих положение связанной с КА системы координат (ССК) по отношению к орбитальной системе координат (ОСК). Обе системы имеют своим началом центр масс КА. Под параметрами ориентации подразумеваются позиционные параметры (углы Крылова: рыскания, крена и тангажа) и скоростные – проекции абсолютной угловой скорости КА на оси ССК. Уравнения движения КА представляют собой нелинейную систему из шести дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{\Phi} &= A(\Phi)\omega - \omega_*, \\ J\dot{\omega} &= M - \Omega(\omega)J\omega, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\Phi = (\gamma, \psi, \theta)^T$ – вектор углов Крылова;

$$A(\Phi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ \sin \psi \operatorname{tg} \gamma & 1 & -\cos \psi \operatorname{tg} \gamma \\ -\frac{\sin \psi}{\cos \gamma} & 0 & \frac{\cos \psi}{\cos \gamma} \end{pmatrix};$$

$\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ – вектор, состоящий из проекций $\omega_i, i = 1, 2, 3$ абсолютной угловой скорости КА на оси ССК; J – симметрическая положительно определенная

матрица, являющаяся представлением в ССК тензора инерции КА относительно его центра масс; M – суммарный вектор управляющего и возмущающего моментов, заданный проекциями на оси ССК. Под $\Omega(z)$, где

$z = (z_1, z_2, z_3)^T$ – произвольный вектор, подразумевается кососимметрическая вырожденная матрица ($\operatorname{rank} \Omega(z) = 2 \forall \|z\| \neq 0$):

$$\Omega(z) = \begin{pmatrix} 0 & -z_3 & z_2 \\ z_3 & 0 & -z_1 \\ -z_2 & z_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Рассматривается задача определения параметров ориентации КА по результатам текущих измерений бортовых приборов. Предусматривается, что в бортовом измерительном комплексе могут быть использованы позиционные датчики – построитель местной вертикали и система трехосных магнитометров, обеспечивающие наблюдаемость системы.

Уравнения измерений, осуществляемых данным комплексом, описываются соотношением

$$h = S(\Phi)h_0, \quad (2)$$

$$y^b = G_b S(\Phi)b_0,$$

где

$$S(\Phi) = \begin{pmatrix} c\psi c\theta - s\psi s\psi s\theta & c\psi s\theta + s\psi s\psi c\theta & -c\psi s\psi \\ -c\psi s\theta & c\psi c\theta & s\psi \\ s\psi c\theta + s\psi c\psi s\theta & s\psi s\theta - s\psi c\psi c\theta & c\psi c\psi \end{pmatrix}$$

использованы сокращения $sx = \sin x, cx = \cos x$; вектора h, h_0 отвечают нормированным векторам напряженности магнитного поля Земли в ССК и ОСК соответственно;

$$G_b = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, b_0 = (0, 1, 0).$$

При исследовании и разработке алгоритма решения задачи оценивания параметров углового движения КА с использованием данных на скользящем интервале, уравнения движения и измерений были представлены в виде

¹ Институт космических исследований НАН и НКА Украины, пр. Академика Глушкова, 40, Киев, 03022, УКРАИНА, E-mail: v.f.gubarev@gmail.com

² Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», пр. Победы, 37, Киев, 03056, УКРАИНА, E-mail: lyusha_d@mail.ru

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax + Bu + F_1 + \xi, \\ y &= C^T x + F_2 + \eta, \end{aligned} \quad (3)$$

где x - вектор состояния КА, матрицы A, B, C соответствуют выделенным в (1), (2) линейным, а F_1 и F_2 - нелинейным частям; u - вектор управляющих воздействий; y - вектор измерений; ξ - вектор возмущающих воздействий, η - помеха измерения. В работе предполагается, что возмущение и помеха измерений принадлежат множествам, представляемым в виде неравенств:

$$\begin{aligned} \|\xi\| &\leq \varepsilon, \\ \|\eta\| &\leq \delta, \end{aligned}$$

где $\varepsilon > 0$ и $\delta > 0$, а интегрируемые функции ξ, η определены на всех скользящих интервалах $[t; T + t]$ конечного или бесконечного процесса.

С помощью неособого преобразования, линейную часть системы уравнений (3) можно привести к канонической жордановой форме.

Уравнения движения в (3) без учета возмущений, представленные в канонической жордановой форме могут быть с помощью формулы Коши приведены к следующей интегральной форме:

$$\begin{aligned} x(\tau) &= e^{A(T+t-\tau)} x_t + \int_{\tau}^{T+t} e^{A(\theta-\tau)} BU(\theta) d\theta + \\ &+ \int_{\tau}^{T+t} e^{A(\theta-\tau)} F_1(\theta) d\theta, \end{aligned}$$

где τ - временная постоянная на скользящем интервале, т.е. $\tau \in [t, t + T]$; $x_t = x(t + T)$ - значение вектора $x(\tau)$ в конце скользящего интервала.

Подход к задаче оценивания предполагает использование информационного окна, скользящего по текущим измерениям. Предлагаемая в работе процедура оценивания построена так, чтобы по входным сигналам и данным измерений на таком интервале определялось состояние системы в момент $T + t$. Так как этот момент постоянно перемещается, то, начиная с некоторого начального момента $t_0 + T$, с оценителя поступает текущая информация о состоянии системы.

Если измерения на скользящем интервале осуществляются дискретно, т.е. в моменты времени $t_k, t_{k+1}, \dots, t_{k+N-1}, k = 0, 1, 2, \dots$, то с помощью уравнения измерений из (3) можно получить N уравнений для нахождения вектора x_t .

Решение полученной таким образом системы будем находить итерационным методом, но предварительно с помощью МНК переопределенную систему уравнений ($N > 3$) приведем к разрешимому в классическом понимании виду.

Решение этих уравнений осуществлялось по следующей итерационной схеме:

1. На первой итерации нелинейные члены полагались равными нулю. Тогда задача сводилась к решению СЛАУ в виде $L \cdot x_t = f$.
2. На второй и последующих итерациях полученное на первой итерации решение как функция времени подставлялось в нелинейную часть. В результате уточнялось выражение f и каждый раз находились новые решения СЛАУ с уточненной правой частью.
3. Итерации прекращались по достижению приемлемой точности получаемого решения для сходящейся процедуры.

Были проведены исследования по наблюдаемости системы, которые сводились к условию невырожденности матрицы L . Более того, осуществлялась настройка варьируемых параметров оценителя состояния, обеспечивающая приемлемое число обусловленности матрицы L .

В работе также представлены результаты численного моделирования процесса оценивания параметров, определяющих текущее состояние КА, и зависимость его от действующих возмущений, погрешностей измерений, шага дискретизации измерений и длины скользящего интервала N .

Проведенные исследования и результаты численного моделирования показали работоспособность предлагаемого подхода к решению задачи оценивания и возможность использования развитого метода при оценивании угловых координат и угловых скоростей космического аппарата в орбитальном движении.

На основании разработанного метода могут быть созданы алгоритмы оценивания, которые составят математическое обеспечение оценителя угловых координат и угловых скоростей КА в составе системы управления его ориентацией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Губарев В.Ф., Дарьин А.Н., Лысюченко И.А. Нелинейный оценитель состояния по данным на скользящем интервале и возможность его применения в ориентации космического аппарата. // Проблемы управления и информатики. – 2011. - №1. – с.118-132.
- [2] Карпенко С.О. Средства определения ориентации на борту малого космического аппарата. Обзор. – МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2004.