

Алгоритмы определения победителя при коллективном выборе на основе подхода Кондорсе

С.А. Смирнов¹, К.А. Ильчук¹

Аннотация – В докладе изложен алгебраический метод нахождения победителя при коллективном выборе для класса решающих правил, состоятельных по Кондорсе.

Ключевые слова – Принятие решений, голосование, решающее правило, метод Шульце, абелево полукольцо.

В настоящее время наблюдается серьезный интерес к методам коллективного принятия решений, как в силу причин исследовательского характера, так и вследствие растущих потребностей совершенствования механизмов принятия решений в малых группах (комиссии, комитеты, правления, советы директоров и т.п.). Кроме того, существует серьезный общественный запрос на развитие процедур «электронной демократии».

Существует два основных подхода к формированию решающих правил в ситуации коллективного принятия решений: метод Борда и метод Кондорсе [1], большинство других являются их развитием или комбинацией. Согласно методу Борда результаты голосования представляются в виде суммы баллов, набранных каждым из кандидатов, и победитель имеет максимум. Выбор бальной шкалы предполагает дополнительную договоренность и вносит субъективное начало, что и приводит к известным парадоксам. В методе Кондорсе для выбранной пары кандидатов определяется, сколько голосующих предпочитает одного другому, и победителем становится кандидат, побеждающий всех остальных при парном сравнении. Метод лишен субъективности подхода Борда, однако нередко при анализе реальных профилей предпочтений избирателей возникает цикл (т.н. парадокс Кондорсе), и тогда победитель отсутствует.

Все методы опирающиеся при определении победителя на отношение предпочтения выявляемое парным сравнением по Кондорсе, будем называть методами на основе подхода Кондорсе, независимо от их индивидуальных нюансов. Все они являются состоятельными по Кондорсе (т.е. они воспроизводят выбор победителя по Кондорсе, если он существует). К ним относятся следующие.

– метод Копленда: победитель определяется максимизацией функции $\sum_Y sc(Y, X)$, где $sc(Y, X)$ – число избирателей предпочитающих кандидата X кандидату Y . Победитель $W = \operatorname{argmax}_X (\sum_Y sc(Y, X))$;

– метод Симпсона (минимаксный метод), победитель $W = \operatorname{argmax}_X (\min_Y sc(Y, X))$;

– метод Кемени-Янга (максимального правдоподобия);

– метод Тайдемана (ранжированных пар);

– метод Шульце (учета косвенных побед).

Также к этому классу принято относить еще два (гибридизированных с подходом Борда) метода:

– метод Нэнсона;

– метод Болдуина.

В докладе развит подход к автоматизации определения победителей в указанном классе решающих правил. Опишем основные идеи подхода на примере одного из них. В 1997 году Шульце был предложен метод [2], позволяющий избавиться от парадокса Кондорсе. Он наследует Кондорсе в том смысле, что учитывает победы кандидата над всеми другими при непосредственных парных сопоставлениях. Но помимо использования результатов прямого сравнения, как это делается у Кондорсе, в методе Шульце учитываются косвенные победы, составленные по цепочке прямых, с количественным определением «силы пути» по графу бинарного отношения парных побед по Кондорсе. Учет параметра «силы» всех косвенных побед позволяет выявить победителя из любой пары кандидатов, победитель по Шульце тот, кто побеждает всех.

Достоинством метода является более полный и тонкий учет реальных предпочтений избирателей, в большинстве случаев (профилей предпочтений) достаточный для преодоления парадокса Кондорсе. Недостатком является сложность анализа вследствие полноты матрицы прямых побед и обилия вариантов косвенных побед.

В докладе описан алгебраический (матричный) метод определения победителя по методу Шульце. Основной его особенностью является полная автоматизация процесса «подведения итогов голосования» от начала и до конца. Процедура новый метод опирается на перемножение матриц в коммутативном идемпотентном полукольце натуральных чисел с подходящим образом выбранными операциями «сложения» и «умножения». Предложены сходные процедуры в подходящих полукольцах, позволяющие вычислять победителей для всех вышеперечисленных решающих правил. Алгебраический подход позволяет получить количественную и качественную характеристику вычислительной процедуры определения победителей по решающим правилам на основе подхода Кондорсе и доказать соответствующие утверждения, представленные в докладе.

СПИСОК ССЫЛОК

[1] Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. - М.: Логос. -2000. -296 с.

[2] Markus Schulze, <http://lists.electorama.com/pipermail/election-methods-electorama.com/1997-October/001570.html>.

¹ Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», пр. Победы 37, Киев, 03056, УКРАИНА, E-mail: smirg@pti.kpi.ua