

Використання вейвлет-аналізу для дослідження часових рядів якісних параметрів роботи станції дефекосатурації цукрового заводу

В.І. Заїка¹, В.Д. Кишенько¹

Annotation - The opportunities of application of wavelet analysis to study the time series of historical data and comparing results with analysis using Fourier transforms.

Keywords - Wavelet analysis, Fourier transform, time series.

I. ВСТУП

Прогнозування навантаження та якості очищення дифузійного соку є ключовою проблемою для будь-якого цукрового заводу.

Для оцінки показників функціонування технологічних об'єктів часто застосовують перетворення Фур'є. Але цей метод, хоча і базується на досить простих для розрахунків формулах, має свої недоліки, наприклад, не відрізняє сигнал, що є сумою двох сигналів, не дає інформації про переважаючий розподіл частот у часі, може дати невірні результати для сигналів з ділянками різкого змінювання технологічних змінних.

Дослідження показують, що в часових рядах параметрів станції дефекосатурації цукрового заводу існують значні нерегулярності (всплески, стрибки, злами похідних різного порядку), характерні прояви переміжності, що являють собою змінювання відносно тривалих ділянок ламінарного чи регулярного вигляду (русла) ділянками хаотичного чи стохастичного характеру (джокерів). Відповідно, існують труднощі, наприклад, у точному виявленні моментів виникнення циклів, їх тривалості, прогнозуванні виникнення нештатних ситуацій, технологічному передбаченні якісно-структурної перебудови об'єкта керування внаслідок еволюції атрактивних ситуаційно-значущих зон.

Пропонується для дослідження процесів застосувати метод вейвлет-аналізу. Аналітика вейвлетних перетворень сигналів визначаються математичною базою розкладання сигналів, що аналогічна перетворенням Фур'є. Основною відмінною рисою вейвлет-перетворень є новий базис розкладання сигналів - вейвлетні функції. Властивості вейвлетів принципово важливі як для самої можливості розкладання сигналів за одиничними вейвлетними функціями, так і для цілеспрямованих дій над вейвлетними спектрами сигналів, у тому числі з наступною реконструкцією сигналів по обробленим вейвлетним спектрам.

На відміну від перетворення Фур'є, вейвлет-аналіз дозволяє одночасно виявляти флуктуації в частотній і в часовій області, оцінити частотні особливості часового

ряду, які передумовують в часі несподіваним і одиночним "всплескам" [1,2]. Тобто вейвлет-спектрограми є більш інформативними, ніж звичайні Фур'є-спектрограми, і на відміну від останніх дозволяють встановити локальні закономірності в динаміці технологічної системи, що характеризуються трендовими та локальними змінюваннями частотних спектрів сигналів та енергій відповідних певним режимам функціонування об'єкта керування.

II. ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Результатом перетворення Фур'є є амплітудно-частотний спектр, за яким можна визначити присутність деякої частоти в досліджуваному сигналі.

У випадку, коли не постає питання про локалізацію часового положення частот, метод Фур'є дає непогані результати. Але при необхідності визначити часовий інтервал присутності частоти доводиться застосовувати інші методи.

Проведемо порівняння Фур'є та вейвлет-аналізу часового ряду витрати дифузійного соку, який наведено на рис. 1.

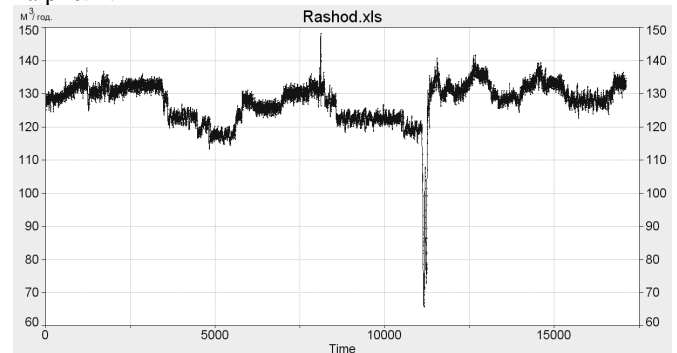


Рис.1. Часовий ряд витрати дифузійного соку на станцію дефекосатурації

Після перетворення Фур'є одержуємо періодограму спектру потужностей. Таку періодограму можна інтерпретувати, як дисперсію даних на відповідній частоті – рис.2.

Відповідно до принципу невизначеності Гейзенберга в цьому випадку не можна стверджувати факт наявності частоти ω_0 у сигналі в момент часу t_0 - можна лише визначити, що спектр частот (ω_1, ω_2) є присутнім в інтервалі (t_1, t_2). Причому роздільна здатність за частотою (за часом) залишається постійною і не залежить від

¹ Національний університет харчових технологій, вул. Володимирська, 68, м. Київ, 01033, УКРАЇНА, E-mail: zaikavladimir@gmail.com

області частот (часу), у яких проводиться дослідження. Тому, якщо, наприклад, у сигналі присутня тільки високочастотна складова, то збільшити роздільну здатність можна тільки змінивши параметри методу.

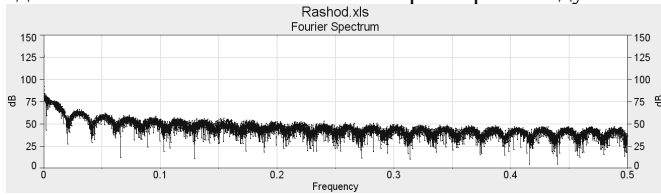


Рис.2. Періодограма спектру потужностей перетворення Фур'є часового ряду витрати дифузійного соку

III. ВЕЙВЛЕТ-ПЕРЕТВОРЕННЯ

Розрізняють дискретний і безперервний вейвлет-аналіз, апарат яких можна застосовувати як для безперервних, так і для дискретних сигналів.

Сигнал аналізується шляхом розкладання за базисними функціями, отриманими з деякого прототипу шляхом стиснення, розтягування і зсуву.

Базисними функціями вейвлет-перетворень можуть бути всілякі функції з компактним носієм - модульовані імпульсами синусоїди, функції зі стрибками рівня і т.п. Вони забезпечують якісне відображення і аналіз сигналів з локальними особливостями, у тому числі зі стрибками, розривами і перепадами значень із великою крутизою.

Розрахунок вейвлет коефіцієнтів проводився згідно із формулою перетворення:

$$C(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) f(t) dt \quad (1)$$

де $f(t)$ – досліджувана функція, ψ - вейвлет-функція, a і b – коефіцієнти вейвлет-функції.

Вейвлетний масштабно-часовий спектр $C(a,b)$ на відміну від Фур'є-спектра є функцією двох аргументів: масштабу вейвлета ' a ' (в одиницях, обернених частоті), та часового зміщення вейвлета за сигналом ' b ' (в одиницях часу), при цьому параметри ' a ' та ' b ' можуть приймати будь-які значення в межах областей їх визначення.

Для аналізу періодограми було використано вейвлет Гауса. (рис.3).

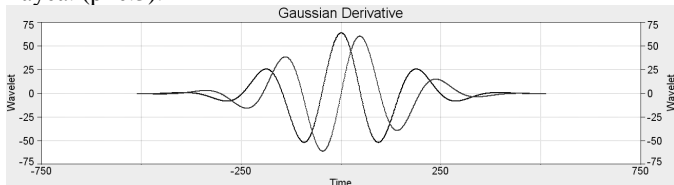


Рис.3. Вейвлет-функція Гауса

В аналізі використовують дискретні значення вейвлету Гауса ψ . Проводять стиснення чи розтягнення

функції Гауса в залежності від значення коефіцієнта " a ".

Далі проводять отримання вейвлет коефіцієнтів методом дискретної згортки, що відповідає зсуву вейвлета в часовій області, тобто зміні коефіцієнта b .

Неперервне вейвлет-перетворення сигналу $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$, використаємо для якісного частотно-часового аналізу. По суті це відповідає перетворенню Фур'є з заміною гармонічного базису $\exp(-j\omega t)$ на вейвлетний $\psi((t-b)/a)$:

$$C(a, b) = \langle f(t), \psi_{ab}(t) \rangle = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt,$$

$$(a, b) \in \mathbb{R}, a \neq 0. \quad (2)$$

де коефіцієнти $C(a,b)$ – проекції сигналу на вейвлетний базис.

На рис.4 приведено спектр вейвлета Гауса.

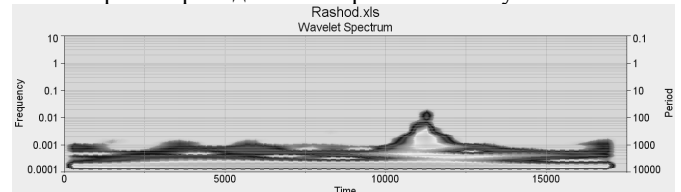


Рис.3. Спектрограма за вейвлет-функцією Гауса витрати дифузійного соку

IV. ВИСНОВОК

Проведено дослідження часових рядів витрати дифузійного соку, показників рН I та II сатурації, тиску сатураційного газу методами перетворення Фур'є та вейвлет-аналізу.

Порівняння обох методів показало, що перетворення Фур'є та вейвлет-аналіз дають достатньо точні результати дослідження часових рядів. Але в інформативній області вейвлет-аналіз суттєво виграє у порівнянні з аналізом Фур'є та на відміну від останнього дозволяє виявляти надтонкі локальні особливості досліджуваних часових рядів та відслідковувати динаміку поведінки часового ряду.

При детальнішому розгляді чітко видно зріст і спад параметру, витрати дифузійного соку, з певною періодичністю. Також вейвлет-аналіз дає більш точні та ширші дані про динаміку системи.

Подібні результати були отримані при дослідженні інших часових послідовностей.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

- [1] В.Дьяконов, И.Абраменкова. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник. Санкт-Петербург. 2002.
- [2] Вейвлет-анализ временных рядов: Учеб.пособ., – СПб.:Изд-во. С. – Петерб.ун – та, 2001. – 58 с.