

Ігрові задачі керування системами імпульсних диференціальних рівнянь з дробовими похідними

І.І. Матичин¹, Ю.Г. Кривонос¹, В.В. Онищенко²

Abstract – A problem of approaching terminal set by a system of impulse differential equations of fractional order in the sense of Caputo is investigated. Sufficient conditions for hitting the terminal set in a finite time are derived. The theoretical results are supported by a model example.

Keywords – Дробова похідна за Капуто, Імпульсні диференціальні рівняння, Диференціальні ігри, Керування.

I. ВСТУП

Існує ціла низка означень похідної дробового порядку. Класичними вважаються означення за Ріманом–Ліувіллем та Капуто [1]. Диференціальні рівняння (цілого порядку) з імпульсним впливом набули важливого значення в останні десятиріччя як математичні моделі процесів, де деякі параметри можуть змінюватися миттєво, подібно до стрибків. Монографії [2, 3] присвячені імпульсним диференціальним рівнянням та пов'язаним з ними питанням, таким, як стійкість, керування, тощо. Дробові диференціальні рівняння з імпульсним впливом вперше були розглянуті у роботі [4], де одержані достатні умови існування та єдиності розв'язків одного класу імпульсних диференціальних рівнянь з дробовими за Капуто похідними. Тут досліджується задача зближення з термінальною множиною для системи диференціальних рівнянь дробового за Капуто порядку з імпульсним впливом. Як основний інструмент дослідження застосовується метод розв'язувальних функцій, що базується на математичному апараті обернених функціоналів Мінковського [5].

II. ОСНОВНИЙ РЕЗУЛЬТАТ

Нехай $\{\tau_k\}_0^\infty$ – розбіжна послідовність моментів часу, така, що $\tau_0 = t_0$. Розглянемо конфліктно-керований процес, еволюція якого описується рівняннями

$$\begin{aligned} D_{\tau_k}^{(\alpha)} z &= Az + u - v, \quad t \neq \tau_k, \\ \Delta z|_{t=\tau_k} &= B_k z + a_k, \\ z(t_0) &= z_0, \end{aligned} \quad (1)$$

де $z \in \mathbb{R}^n$, A – квадратна матриця порядку n , а керування гравців $u(\tau)$, $u: [t_0, \infty) \rightarrow U$, та $v(\tau)$, $v: [t_0, \infty) \rightarrow V$, є вимірними функціями часу, що набувають значень з

непорожніх компактів U та V , $U, V \subset \mathbb{R}^n$, відповідно.

Крім процесу (1) розглянемо циліндричну термінальну множину M^* вигляду

$$M^* = M_0 + M, \quad (2)$$

де M_0 – це лінійний підпростір в \mathbb{R}^n , а M – це непорожній компакт з ортогонального доповнення L до M_0 в \mathbb{R}^n .

Цілі першого (u) та другого (v) гравців протилежні. Перший гравець намагається привести траєкторію процесу (1) на множину (2) якомога швидше, тоді як другий гравець намагається максимально відтягнути момент, коли траєкторія досягає множини (2) або навіть взагалі уникнути цього. Завдяки побудові та дослідженню спеціальних багатозначних відображень та їх селекторів одержані достатні умови закінчення гри за скінченний час. При цьому істотно застосовується техніка $L \times V$ -вимірних багатозначних відображень та їх селекторів для забезпечення суперпозиційної вимірності керувань першого гравця. Побудова керувань, що забезпечують потрапляння траєкторії на термінальну множину (2) за скінченний час, базується на теоремі Філіппова–Кастена про вимірний вибір. Теоретичні результати ілюструються на модельному прикладі.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

- [1] A.A. Kilbas, N.M. Srivastava, J.J. Trujillo, Theory and applications of fractional differential equations. Amsterdam: Elsevier, 2006, 540 p.
- [2] А.М. Самойленко, Н.А. Перестюк, Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. К.: Вища школа, 1987, 288 с.
- [3] Ю.Г. Кривонос, И.И. Матичин, А.А. Чикрий, Динамические игры с разрывными траекториями. К.: Наук. думка, 2005. 220 с.
- [4] M. Benchohra, B.A. Slimani, Existence and uniqueness of solutions to impulsive fractional differential equations, Electron. J. Differ. Equ., vol. 2009 No. 10 (2009), pp. 1–11.
- [5] А.А. Чикрий, Конфликтно управляемые процессы, К.: Наукова думка, 1992, 384 с.

¹ Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, пр. Глушкова, 40, Київ, 03187, УКРАЇНА, E-mail: matychyn@gmail.com

² Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, вул. Солом'янська, 7, Київ, 03110, УКРАЇНА, E-mail: oviva@gmx.com