УДК 519.71

Ідентифікація стану системи при неточно визначених обуреннях

О.Г. Гурко[1], В.М. Колодяжний

Анотація – **The problem of optimal feedback control of the discrete-time dynamic systems is considered on the basis of the analysis of set of possible states where the uncertain quantities are known to belong to given sets. For describe of the system states set the mathematical tools of theories of the atomic functions and *R*-functions are used.**

Ключові слова – **Оптимальне управління, невизначеність, множинна ідентифікація, атомарні функції, *R*-функції.**

I. Вступ

Розглядається один з підходів до синтезу оптимального управління в умовах неповної інформації про діючі обурення, що заснований на процедурі множинної ідентифікації поточного стану системи, в результаті якого отримують оцінку можливого стану системи у вигляді визначеної множини, яка еволюціонує. Геометрично така множина представляється m - мірним об'єктом, опуклим у разі розглядання лінійної системи [1-6]. При визначенні управління вважається, що координати стану системи [1,2] отримуються з безлічі можливих наборів значень у формі найбільш несприятливих для проектувальника.

Для якіснішої ідентифікації стану необхідно забезпечити більш точний опис границь таких допустимих множин і вдосконалити алгоритми опису еволюцій цих множин. Крім того, реальні обурення далеко не завжди діють найбільш несприятливим чином. Тому треба забезпечити обґрунтований вибір координат стану за інформацією з отриманої множини для розрахунку управління.

Побудова управління дискретною системою розглядається на основі аналізу її можливих станів, для опису якого використовується математичний апарат теорій атомарних функцій та *R*-функцій.

II. Постановка задачі

Нехай динаміка дискретної системи управління задається різницевими рівняннями

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, w_k), \quad k = 0,1,...,N-1;$$

$$z_k = g_k(x_k, v_k), \quad k = 1,2,...,N-1,$$

де x_k, u_k, z_k – відповідно вектори стану, управління та вимірювання; w_k, v_k -вектори обурень та похибок вимірю-вань, що відомі з точністю до належності заданим множи-нам Ω^w і Ω^v, тобто $w_k \in \Omega^W$, $v_k \in \Omega^V$, $k = 0,1,..,N-1$; у кожний *k*-й момент часу обурення w_k і похибки v_k можуть приймати будь-які значення; f_k і g_k – функції, які відомі для кожного моменту квантування $k = 0,1,..,N-1$

Задача синтезу полягає у побудові управління, яке при кожному *k* мінімізує функцію питомих втрат ω, тобто відшукується

$$\min_{u_k \in \Omega^u, w_k \in \Omega^w, v_k \in \Omega^v} \omega(x_k, u_k).$$

Відсутність інформації про величину обурень та похибок вимірювань вимушує здійснити опис відповідного обурення за допомогою функції належності, у якості якої розглядатимемо атомарну $up(x)$ функцію [7].

Атомарна функція є фінітним (з компактним носієм) нескінченно диференційовним, але не аналітичним, розв'язком функціонально-диференціального рівняння вигляду

$$\mu^{(n)}(x) + a_1\mu^{(n-1)}(x) + ... + a_{n-1}\mu'(x) + a_n\mu(x) = \\ = \sum_{h=1}^{M} b_h \mu(ax - c_h),$$

де, $|a|>1$, *n* – порядок похідної.

Найпростіша атомарна функція

$$up(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(itx) \prod_{h=1}^{\infty} \frac{\sin t\, 2^{-h}}{t\, 2^{-h}}\, dt$$

є розв'язком рівняння $up'(x) = 2up(2x+1) - 2up(2x-1)$.

Для функції $up(x)$ виконується умова $\int_{-\infty}^{+\infty} up(x)dx = 1$,

що дозволяє розглядати цю функцію як функцію щільності розподілу ймовірності випадкової величини.

III. Опис множини станів

Множина можливих станів системи визначається у відповідності з наступним алгоритмом.

Нехай для $k = 0$ система описується вектором $x_0 = (x_0^1, x_0^2, ..., x_0^n)$. Зовнішні обурення змінюють значення початкових параметрів вихідного вектора x_0.

Опис обурення в термінах належності до визначеної обмеженої множини, яка описується функцією $up(x)$ приводить до аналізу множини ${}_j\Omega_k^W$ описів можливих станів системи, які формуються відповідними векторами

[1] Харківський національний автомобільно-дорожній університет, вул. Петровського, 25, Харків, 61002, УКРАЇНА,
E-mail: gurko@khadi.kharkov.ua, kolodyazhny@mail.ru

$$x_k = \left(x_k^1(w_k),\ x_k^2(w_k),\dots,x_k^n(w_k)\right) \in {}_j\Omega_k^w, \quad j=1,2,\dots.$$

Об'єднання множин ${}_j\Omega_k^W$ визначає множину, що дозволяє розглядати можливі стани системи при дії зовнішніх обурень

$$\Omega_k^W = \bigcup_j {}_j\Omega_k^W .$$

Кожна з координат стану вимірюється з індивідуальної похибкою, в результаті чого формуються множини ${}_i\Omega_k^v$ можливих значень координат стану системи. Об'єднання множин ${}_i\Omega_k^v$ приводить до множини станів системи з урахуванням дії похибок вимірювань, тобто $\Omega_k^v = \bigcup_i {}_i\Omega_k^v$.

Результуючий реальний стан системи визначається за допомогою операції перетину алгебри множин над одержаними множинами Ω_k^w і Ω_k^v: $\Omega_k^r = \Omega_k^w \bigcap \Omega_k^v$.

При змінюванні k сукупність множин Ω_k^r формує ансамбль траєкторій системи $\Omega^r = \prod_{k=0}^{N} \Omega_k^r$.

Нехай множини елементів Ω_k обмежені сукупністю відповідних граничних елементів $\partial\Omega_k$. Стан системи, що формується за допомогою цих множин, опишемо у вигляді *R*-функції [7] $\varphi(x_k^1, x_k^2,\dots,x_k^n)$, що має наступні властивості:

$$\varphi(x_k^1, x_k^2,\dots,x_k^n) \begin{cases} >0, & \text{при } (x_k^1, x_k^2,\dots,x_k^n) \in \Omega_k, \\ =0, & \text{при } (x_k^1, x_k^2,\dots,x_k^n) \in \partial\Omega_k, \\ <0, & \text{при } (x_k^1, x_k^2,\dots,x_k^n) \in \overline{\Omega}_k. \end{cases}$$

Функції, що описують відповідні множини Ω_k^w і Ω_k^v станів дискретної системи, позначимо $\varphi^w(x_k)$ і $\varphi^v(x_k)$ відповідно. Побудова таких функцій здійснюється наступним чином ${}_j\varphi^w(x_k) = \prod_{s=1}^{m} \mathrm{up}\left[x_k^s - {}_jx_k^s(w_k)\right]$,

$${}_i\varphi^v(x_k) = \prod_{d=1}^{q} \mathrm{up}\left[x_k^d - {}_ix_k^d(v_k)\right].$$

Функції, які описують відповідні множини Ω_k^w і Ω_k^v утворюються за допомогою *R*-операції диз'юнкції $\bigvee_R$:

$$\varphi^w(x_k) = \bigvee_{\substack{R\\j}} {}_j\varphi^w(x_k) \ \text{ та } \ \varphi^v(x_k) = \bigvee_{\substack{R\\i}} {}_i\varphi^v(x_k) ,$$

де $\quad {}_1\varphi^v \bigvee_R {}_2\varphi^v = {}_1\varphi^v + {}_2\varphi^v + \sqrt{({}_1\varphi^v)^2 + ({}_2\varphi^v)^2}$.

Тоді шуканий опис результуючої множини Ω_k^r здійснюється у вигляд: $\varphi^r(x_k) = [\varphi^w(x_k)] \bigwedge_R [\varphi^v(x_k)]$,

де $\bigwedge_R$ - *R*-операція кон'юнкції [7]:

$$\varphi^w \bigwedge_R \varphi^v = \varphi^w + \varphi^v - \sqrt{\left(\varphi^w\right)^2 + \left(\varphi^v\right)^2} .$$

Для формування управління u_k обирається такі значення параметрів (координат) стану системи $x_k \in \Omega_k^r$ для яких функція $up(x)$ отримує екстремальне значення.

III. Висновок

Використання апарату R-функцій, які без утруднень реалізуються в системах програмування, дозволяє описувати множини можливих станів системи практично будь-якої складності та довільної розмірності. Використання для оцінок діючих на систему обурень атомарних функцій дозволяє визначати такий стан системи, який найбільш доцільно використовувати для пошуку управління.

Зрозуміло, обурення у системі можуть не достатньо адекватно описуватися $up(x)$-функцією. В цьому випадку необхідно поглибити аналіз системи і підключати алгоритми розпізнавання функцій належності за результатами спостережень вихідних координат системи.

Список посилань

[1] В.М Кунцевич, М.М. Лычак. "Синтез оптимальных и адаптивных систем управления. Игровой подход", Киев, Наук. думка, 1985.

[2] В.М. Кунцевич, "Управление и идентификация в условиях неопределенности: результаты и нерешенные проблемы", *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*, № 5, с. 34-46, 2007.

[3] М.М. Лычак, "Множественная фильтрация", *Проблемы управления и информатики*, №5, с. 63-76, 1996.

[4] Я.И. Зелык, М.М. Лычак, "Компьютерная технология интервально-множественного анализа в MATLAB", *Кибернетика и системный анализ*, №1, с. 122-138, 2004.

[5] В.В. Волосов, "К построению параметрических семейств эллипсоидальных оценок и их оптимизации в задачах нестохастической идентификации параметров и состояния многомерных дискретных объектов управления", *Проблемы управления и информатики*, №4, с. 37-53, 1996.

[6] Б.М. Бакан, А.В. Шолохов, "К построению робастного алгоритма гарантированного оценивания состояния линейной управляемой системы", *Проблемы управления и информатики*, №1, С. 16-25, 2007.

[7] В.Л. Рвачёв, В.А. Рвачёв, "Неклассические методы теории приближений в краевых задачах", Киев.: Наук. думка, 1979.