УДК 519.216

Информационная технология определения параметров стохастических систем управления на базе аппарата канонических разложений случайных последовательностей

И.П. Атаманюк[1], Ю.П. Кондратенко[2]

Abstract – **On the basis of the apparatus of canonical decompositions of random sequences algorithm of definition of optimum parameters of linear stochastic control systems are received. The offered approach allows to consider all background of object of control.**

Keywords – **Canonical decompositions, random sequences, stochastic control systems.**

I. Введение

Функционирование объектов различной природы в большинстве случаев осуществляется в условиях взаимодействия множества случайных факторов, вследствие чего объект управления является не полностью контролируемым. К таким системам относятся, например, управление производством, лечение заболеваний, управление беспилотными летательными аппаратами и т.д. В большинстве случаев при формировании стохастических систем управления используется либо марковская модель, либо предполагается незначительное последействие случайного процесса изменения параметров исследуемого объекта, что ограничивает точность управления. В этой связи, актуальной является задача синтеза систем управления с учетом произвольного числа состояний объекта контроля.

II. Постановка задачи

Пусть свойства стохастической системы полностью заданы дисктетизироваными функциями $M[X(\mu)X(j)], M[U(\mu)U(j)], M[U(\mu)X(j)]\mu, j=\overline{1,i+1}$, где $\{X\}=X(\mu), \mu=\overline{1,i+1}$ - случайная последовательность значений параметра объекта управления; $\{U\}=U(\mu), \mu=\overline{1,i+1}$ - случайная последовательность управляющих воздействий; μ и j - некоторые моменты времени t_μ и t_j. Без ограничения общности положим $M[X(\mu)]=0$, $M[U(\mu)]=0$, $\mu=\overline{1,i+1}$. Необходимо получить оптимальную в среднеквадратическом смысле модель исследуемой системы управления.

III. Решение

Учитывая, что свойства системы полностью заданы корреляционными функциями, в качестве модели системы управления может быть использовано линейное уравнение [1,2]

$$X(i+1)=\sum_{\mu=1}^{i} f_\mu^{(i)}(i+1)X(\mu)+\sum_{j=1}^{i} a_\mu^{(i)}(i+1)U(\mu)+W_{i+1}.$$

Задача, таким образом, сводится к определению оптимальных в среднеквадратическом смысле параметров $f_\mu^{(i)}(i+1), a_\mu^{(i)}(i+1)$.

Процесс функционирования системы может быть представлен случайной последовательностью $\{X'\}=\{X(1),U(1),X(2),U(2),...,X(i),U(i),X(i+1)\}$ (по известному значению параметра исследуемого объекта определяется управляющее воздействие, которое влияет на следующее состояние объекта). Для такой случайной последовательности стандартным способом может быть получено каноническое разложение [3,4]:

$$X'(j)=\sum_{\nu=1}^{j-1} V_\nu \phi_\nu(j),\ j=\overline{1,2i+1}, \qquad (1)$$

учитывая свойства случайной последовательности $\{X'\}$ ($X'(j)=X_\mu$ для $j=2\mu-1, \mu=\overline{1,i+1}$ и $X'(j)=U_\mu$ для $j=2\mu, \mu=\overline{1,i}$):

$$V_\nu=X(\nu)-\sum_{\mu=1}^{\nu-1} V_\mu \phi_\mu(\nu),\ \nu=2l-1, l=\overline{1,i+1};$$

$$V_\nu=U(\nu)-\sum_{\mu=1}^{\nu-1} V_\mu \phi_\mu(\nu),\ \nu=2l, l=\overline{1,i+1}.$$

Каноническое разложение (1) точно описывает значения случайной последовательности $\{X'\}$ в каждом сечении и обеспечивает минимум среднего квадрата ошибки приближения в промежутках между ними. Соотношения для определения дисперсий некоррелированных случайных коэффициентов $V_\nu, \nu=\overline{1,2i+1}$ имеют вид:

[1] Николаевский государственный аграрный университет, ул. Парижской коммуны 9, г.Николаев, 54010, УКРАИНА, E-mail: atamanyuk_igor@mail.ru
[2] Черноморский государственный университет им. Петра Могилы, ул. 68 Десантников, 10, г.Николаев, УКРАИНА, E-mail: y_kondratenko@rambler.ru

$$D_\nu = M[V_\nu^2] = D_x(\nu) - \sum_{\mu=1}^{\nu-1} D_\mu \phi_\mu^2(\nu), \nu = 2l-1, l = \overline{1, i+1};$$

$$D_\nu = D_U(\nu) - \sum_{\mu=1}^{\nu-1} D_\mu \phi_\mu^2(\nu), \nu = 2l, l = \overline{1, i}.$$

Неслучайные координатные функции вычисляются с помощью следующих выражений

$$\phi_\mu(\nu) = \frac{1}{D_\mu}\{M[U(\mu)X(\nu)] - \sum_{j=1}^{\mu-1} D_j \phi_j(\mu)\phi_j(\nu)\}, \mu = 2l,$$

$l = \overline{1, i}, \nu = 2p-1, p = \overline{1, i+1}, \mu \le \nu;$

$$\phi_\mu(\nu) = \frac{1}{D_\mu}\{M[X(\mu)U(\nu)] - \sum_{j=1}^{\mu-1} D_j \phi_j(\mu)\phi_j(\nu)\}, \mu = 2l-1,$$

$l = \overline{1, i}, \nu = 2p, p = \overline{1, i}, \mu \le \nu;$

$$\phi_\mu(\nu) = \frac{1}{D_\mu}\{M[U(\mu)U(\nu)] - \sum_{j=1}^{\mu-1} D_j \phi_j(\mu)\phi_j(\nu)\}, \mu = 2l,$$

$l = \overline{1, i}, \nu = 2p, p = \overline{1, i}, \mu \le \nu.$

Координатные функции обладают свойствами

$$\phi_\mu(\nu) = \begin{cases} 1, \mu = \nu; \\ 0, \mu > \nu. \end{cases}$$

Последовательная подстановка известных значений $x(\mu), u(\mu), \mu = \overline{1, i}$ в каноническое разложение (1) позволяет получить общие выражения для определения оптимальных параметров исследуемой стохастической системы управления:

$$f_\mu^{(i)}(i+1) = F_{2\mu-1}^{(2i)}(2i+1), \mu = \overline{1, i};$$

$$a_\mu^{(i)}(i+1) = F_{2\mu}^{(2i)}(2i+1), \mu = \overline{1, i};$$

$$W_{i+1} = V_{2i+1};$$

$$F_\nu^{(k)}(j) = \begin{cases} F_\nu^{(k-1)}(j) - F_\nu^{(k-1)}(k)\phi_k(j), \nu \le k-1; \\ \phi_k(j), \nu = k. \end{cases}$$

Предположим, что значения параметра исследуемого объекта измеряются с погрешностью и, таким образом, имеет место модель стохастической системы управления:

$$X(i+1) = \sum_{\mu=1}^{i} f_\mu^{(i)}(i+1)X(\mu) + \sum_{j=1}^{i} a_\mu^{(i)}(i+1)U(\mu) + W_{i+1},$$

$$Z(i) = X(i) + Y(i),$$

где $Y(i)$ и $Z(i)$ – соответственно погрешность и результат измерения. С учетом погрешности измерения уравнение управления объектом запишется как

$$\hat{X}_z^{(i)}(i+1) = \sum_{\mu=1}^{i} f_\mu^{(i)}(i+1)Z(\mu) + \sum_{j=1}^{i} a_\mu^{(i)}(i+1)U(\mu).$$

Неточность определения значений естественным образом увеличила стохастическую неопределенность системы. Снижение влияния данного фактора на точность управления возможно за счет применения к результатам измерения операции линейной фильтрации

$$\hat{X}_\phi(\mu) = (1\text{-}B_{2\mu\text{-}1})\hat{X}_\phi^{(2\mu-2)}(2\mu-1) + B_{2\mu\text{-}1}Z(\mu), \mu = \overline{1, i}.$$

Использование данной оценки дает уравнение управления

$$\hat{X}_\phi^{(i)}(i+1) = \sum_{\mu=1}^{i} g_\mu^{(i)}(i+1)Z(\mu) + \sum_{j=1}^{i} c_\mu^{(i)}(i+1)U(\mu),$$

$$g_\mu^{(i)}(i+1) = S_{2\mu-1}^{(2i)}(2i+1), \mu = \overline{1, i};$$

$$c_\mu^{(i)}(i+1) = S_{2\mu}^{(2i)}(2i+1), \mu = \overline{1, i};$$

$$S_\nu^{(k)}(j) = \begin{cases} S_\nu^{(k-1)}(j) - S_\nu^{(k-1)}(k)B_k\phi_k(j), \nu \le k-1; \\ B_k\phi_k(j), \nu = k. \end{cases}$$

Значения весовых коэффициентов определяются из условия минимума среднего квадрата ошибки фильтрации.

IV. Вывод

Получен алгоритм для определения оптимальных параметров линейных стохастических систем управления. Аппарат канонических разложений, положенный в основу алгоритма расчета, позволяет учесть всю предысторию функционирования контролируемого объекта. Аналогично могут быть получены нелинейные оптимальные модели стохастических систем при условии использования соответствующих канонических разложений [5,6].

Список ссылок

[1] Квакернак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. - М.: Мир, 1977.

[2] Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп; Пер. с англ. Б.И.Копылова. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2004. – 832 с.: ил.

[3] Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение.-М.:Физматгиз,1962.-720с.

[4] Кудрицкий В.Д. Прогнозирующий контроль радиоэлектронных устройств.-Киев:Техніка,1982.-168с.

[5] Атаманюк И.П. Векторное полиноминальное каноническое разложение случайного процесса. //Техническая диагностика и неразрушающий контроль. - 2003. - №1. - С. 36-40.

[6] Атаманюк И.П Алгоритм реализации нелинейной случайной последовательности на базе ее канонического разложения. //Электронное моделирование. - 2001. - №5. - С. 38-46.