

Многокритериальный синтез нелинейного робастного управления многомассовыми системами на основе аналитических моделей нелинейной нагрузки

А.С. Куценко¹, Т.Б. Никитина¹

Annotation - The method of quality multi criterion for nonlinear robust control synthesis by the dynamic systems with analytical nonlinearity is developed. It is shown an equivalence of task decision of nonlinear robust control synthesis basis of functional multiple state vector conception to the decision of the Hamilton-Yacobi-Bellman-Isaacs equation. The example of dynamic characteristics for synthesis system is given.

Key words - quality multi criterion, nonlinear robust control.

I. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ, СВЯЗЬ С НАУЧНЫМИ И ПРАКТИЧЕСКИМИ ЗАДАЧАМИ

Центральной проблемой современной теории и практики автоматического управления является создание систем, способных обеспечивать высокую точность управления при интенсивных задающих и возмущающих воздействиях широкого спектра частот. Повышение точности работы электромеханических систем управления часто сдерживается несовершенством механических передач от исполнительного двигателя к рабочему механизму. Это, прежде всего, проявляется при повышении полосы пропускания системы, когда частоты собственных механических колебаний трансмиссии совместно с исполнительным двигателем и рабочим механизмом попадают в область рабочих частот систем управления. При этом, приходится учитывать наличие упругих элементов между валами исполнительного двигателя, редуктора и рабочего механизма и вместо одностепенной модели двигатель – рабочий механизм использовать двух, трех, а иногда, и многомассовую модель. Условия работы электромеханических систем усложняются также наличием нелинейной зависимости момента (силы) трения от скорости проскальзывания рабочего механизма относительно обрабатываемого материала.

К проектируемым многомассовым системам управления предъявляются разнообразные требования при их работе в различных режимах. Как правило, накладываются определенные ограничения на качество переходных процессов – задается время первого согласования, время регулирования, перерегулирование и т.д. Обычно также задается максимальная дисперсия ошибки слежения либо стабилизации при отработке случайных задающих воздействий, либо компенсация случайных возмущающих воздействий, и при этом, естественно, должны удовлетворяться ограничения на переменные состояния и управления. И, наконец, для следящих систем повышенной точности характерным режимом работы является отработка малых скоростей либо малых перемещений. Для этого режима обычно задается неплывность движения в виде соответствующих критериев. Причинами неплывного

движения рабочего органа на низких скоростях является наличие нелинейностей типа сухое трение в исполнительных двигателях и рабочих органах и упругих элементов между исполнительным двигателем и рабочим органом, что приводит к срывным колебаниям подвижных частей исполнительного двигателя и рабочего органа, сопровождающихся остановками и срывами подвижных частей относительно положения остановок.

Для таких систем в большинстве практических случаев с помощью типовых ПИД регуляторов не удастся выполнить технические требования, предъявляемые к системе, что обуславливает применение более сложных регуляторов и современных методов их синтеза.

Одним из основных требований, предъявляемых к многомассовым системам управления, является также требование робастности синтезированной системы, т.е. способность системы сохранять предъявляемые к ней технические требования при изменении в определенных пределах параметров объекта управления и внешних воздействий.

II. АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ДОСТИЖЕНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Центральной проблемой современной теории и практики робастного управления является создание систем, способных эффективно функционировать в условиях неопределенности значений параметров, а возможно и структуры моделей объекта управления, возмущающих воздействий и помех измерений [1-4].

Одним из интенсивно развивающихся подходов к синтезу робастных систем управления является синтез регуляторов, минимизирующих H_∞ норму вектора цели управления [5-6]. Однако при проектировании реальных систем управления не предъявляются требования к H_∞ норме вектора цели, да и сам вектор цели робастного управления обычно не задан.

При этом основные трудности практического применения современных методов управления связаны не столько с разработкой новых методов управления, сколько с неформальным выбором вектора цели робастного управления либо критерия качества оптимального управления.

III. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является разработка метода многокритериального синтеза робастного управления многомассовыми системами с аналитическими нелинейностями путем формирования функции цели робастного управления таким образом, чтобы синтезированная многомассовая

¹Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», ул. Фрунзе, 21, 61002, УКРАИНА, E-mail: Kuzenko@i.ua

система робастного управления удовлетворяла всем требованиям, предъявляемым к системе.

IV. ИЗЛОЖЕНИЕ МАТЕРИАЛА ИССЛЕДОВАНИЯ, ПОЛУЧЕННЫХ НАУЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим исходную нелинейную систему

$$\dot{x} = f(x) + g_\omega(x)\omega + g_u(x)u,$$

где: x - вектор состояния исходной системы управления, u - вектор управления и ω - вектор внешних неконтролируемых воздействий.

Введем вектор цели

$$z = h_z(x) + k_{uz}(x)u.$$

Предполагается, что в исходной нелинейной системе все нелинейные функции являются аналитическими и могут быть представлены в виде следующих рядов

$$f(x) = Fx + \sum_{k=2}^{\infty} f^{[k]}(x),$$

$$V(x) = \frac{1}{2}x^T Xx + \sum_{k=3}^{\infty} v^{[k]}(x),$$

$$R(x) = \left(\frac{1}{\gamma^2} g_\omega(x) g_\omega^T(x) - g_u(x) g_u^T(x) \right) = \\ = \left(\frac{1}{\gamma^2} G_\omega G_\omega^T - G_u G_u^T \right) + \sum_{k=1}^{\infty} R^{[k]}(x),$$

$$\theta(x) = h_z^T(x) h_z(x) = x^T H_z^T H_z x + \sum_{k=3}^{\infty} \theta^{[k]}(x),$$

$$\phi(x) = x^T \Phi x + \sum_{k=3}^{\infty} \phi^{[k]}(x).$$

В этих выражениях индекс k обозначает порядок соответствующей формы.

Тогда для исходной нелинейной системы с учетом аналитических функций возмущенное уравнение Гамильтона-Якоби примет следующий вид

$$\sum_{m=2}^{\infty} \left[\sum_{k=1}^{m-1} \frac{\partial V^{[m-k+1]}}{\partial x} f^{[k]} + \frac{1}{2} \left(\sum_{k=0}^{m-2m-k-1} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\partial V^{[m-k-l+1]}}{\partial x} R^{[k]} \frac{\partial V^{[l+1]}}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \theta^{[m]} + \phi^{[m]} \right] = 0.$$

Тогда управление в замкнутой системе формируется по полному вектору состояния в следующем виде

$$u = -g_u^T(x) V_x^T(x).$$

Для реализации управления по полному вектору состояния строится робастный наблюдатель полного вектора состояния по вектору измеряемых переменных.

Показана возможность решения задачи многокритериального синтеза нелинейного робастного управления на основании концепции функционально множественной принадлежности вектору состояния и решения уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана-Айзекса [7]. Обоснован и разработан метод выбора весовых матриц в критериях качества оптимального управления и матриц, с помощью которых формируется вектор оптимизируемых параметров при робастном управлении путем решения задачи нелинейного программирования, что позволяет удовле-

творить требования, которые предъявляются к синтезированной системе.

VI. ВЫВОДЫ ИЗ ПРОВЕДЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ, ПЕРСПЕКТИВЫ ЭТОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Для систем с синтезированными робастными регуляторами проведены всесторонние исследования динамических характеристик. С помощью синтезированных регуляторов удалось получить динамические характеристики системы, удовлетворяющие техническим требованиям, предъявляемым к современной системе. Показано, что применение концепции многокритериального синтеза робастного управления многомассовыми электромеханическими системами автоматического управления, основанной на математических моделях и методах векторной оптимизации показателей качества робастного управления, позволило существенно повысить быстродействие и точность синтезированных систем управления. В результате проведенных исследований динамических характеристик синтезированных систем робастного управления показано, что эти системы имеют существенно меньшую чувствительность к изменению параметров моделей объектов управления и внешних воздействий по сравнению с аналогичными системами оптимального управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации. – К.: Наукова думка, 2006. – 264 с.
- [2] Кунцевич В.М. От проблем управления одним объектом – к проблемам управления классами объектов// *Проблемы управления и информатики*. – 1994. - № 1-2. – С. 3-15.
- [3] Кунцевич В.М. Квазиинвариантность, робастность и адаптация в системах управления. // *Труды научного семинара «70 – лет теории инвариантности»*. Москва, 2 июня 2008 г. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – С. 61 – 90.
- [4] Кунцевич В.М. Инвариантность и квазиинвариантность систем управления. // *Праці міжнародної конференції «50 років інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України»*. Україна, Київ, 24-26 грудня 2007 р. – Київ: інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, 2008. – С. 61-74.
- [5] Moller-Pedersen, Martin Pagh Petersen. Control of Nonlinear Plants. Volume 1 - Technical University of Denmark. 1995. – 192 p.
- [6] J.-J. Slotine, W. Li. Applied Nonlinear Control. – Prentice Hall, 1991. – 461 p.
- [7] N. Sakamoto, K. Hamada Simplistic/contact geometry and the Hamilton – Jacobi equation arising from nonlinear H^∞ control theory. *Mathematical Theory of Networks and System. Proceedings of the MTNS – 98 Symposium held in Padova, Italy, July, 1998*, II poligrafo. pp. 389 – 392.