УДК 004.932

Формальные модели, задачи и алгоритмы образного мышления

В.И. Гриценко[1], М.И. Шлезингер [1]

Abstract – **Theoretical base of intellectual activity is described, which is imaginatory reasoning. This type of activity is described in the form that allows its artificial realization, i.e. via unambiguous definition of main concepts, problem formulation and method of its solution. The presented theory forms an interfacial joint between constraint satisfaction theory and structural pattern recognition.**

Keywords – **constraint satisfaction problem, labeling, supermodular optimization**.

I. Основные понятия и формулировка задач.

Пусть T и K – два множества, элементы которых называются объектами и метками, соответственно, а $\bar{k}:T\to K$ – функция, называемая разметкой. Пусть $\Im\subset T\times T$ – бинарное отношение, называемое соседством, $q:T\times K\to\{0,1\}$ – функция со значениями $q_t(k)$, $t\in T$, $k\in K$, $g:\Im\times K\times K\to\{0,1\}$ – функция со значениями $g_{tt'}(k,k')$, $tt'\in\Im$, $k\in K$, $k'\in K$.

Совокупность $z=\langle T,K,\Im,q,g\rangle$ образует условия задачи, которые для каждой разметки $\bar{k}\in K^T$ определяют ее допустимость $G(\bar{k})=\underset{tt'\in\Im}{\&}g_{tt'}(k(t),k(t'))\,\&\,\underset{t\in T}{\&}q_t(k(t))$. Сама задача состоит в ответе на вопрос, существует ли допустимая разметка $\bar{k}^*$, то есть такая, что $G(\bar{k}^*)=1$. Множество задач указанного формата является объектом обширных фундаментальных исследований, известных как проблема выполнимости ограничений (Constraint Satisfaction Problem) [1].

Структурное распознавание реальных изображений тре-бует решения задач в более общей постановке, чем это имеет место в хорошо исследованной проблеме выполни-мости ограничений. Эта более реалистичная постановка, известная как $(\max,+)$- задача, состоит в следующем.

Исходными данными для $(\max,+)$- задачи служит пятерка $z=\langle T,K,\Im,q,g\rangle$, как и в задаче выполнимости ограничений. Однако, в отличие от последней, функция q имеет формат $T\times K\to R$, а функция g – формат $\Im\times K\times K\to R$, где R – множество вещественных чисел, а не $\{0,1\}$. Эти исходные данные определяют для каждой разметки $\bar{k}:T\to K$ её вещественнозначное качество $G(\bar{k})=\sum_{tt'\in\Im}g_{tt'}(k(t),k(t'))+\sum_{t\in T}q_t(k(t))$. Сама задача состоит в отыскании разметки $\bar{k}^*\in K^T$ с наилучшим качеством, $G(\bar{k}^*)=\max_{\bar{k}\in K^T}G(\bar{k})$.

II. Известные полиномиально–разрешимые подклассы $(\max,+)$-задач.

Множество всех возможных $(\max,+)$-задач образует NP-полный класс. Поэтому, скорее всего, не существует общий алгоритм их решения, имеющий полиномиальную сложность. Известны, однако, два обширных Полиномиально разрешимых подкласса этих задач. Первый из них включает задачи, структура $\Im$ которых не содержит циклов. Такие задачи называются ациклическими и решаются методом динамического программирования [2]. Второй класс образуют задачи, в которых множество K меток упорядочено, а функция $g:\Im\times K\times K=R$ удовлетворяет следующему условию: для каждой пары $tt'\in\Im$ соседних объектов и каждой четверки меток $k_1>k_2$, $k_1'>k_2'$ выполняется неравенство:

$$g_{tt'}(k_1,k_2')+g_{tt'}(k_2,k_1')\le g_{tt'}(k_1,k_1')+g_{tt'}(k_2,k_2').$$

Задачи с такой функцией $g:\Im\times K\times K=R$ называются супермодулярными. Известно [3, 4, 5], что они сводятся к отысканию максимального потока в сети и решаются за полиномиальное время.

Указанные два метода решения задач принципиально различны. Методы динамического программирования неприменимы к решению всех супермодулярных задач, и наоборот, не все ациклические задачи сводятся к отысканию максимального потока в сети.

Основной элемент новизны в данном докладе состоит в общем методе, который пригоден для решения более широкого класса задач, которые включают в себя все ациклические задачи, все супермодулярные и еще многие другие задачи, не являющиеся ни ациклическими, ни супермодулярными. Этот метод основан на эквивалентном преобразовании $(\max,+)$- задач к задачам особого вида, которые названы тривиальными.

III. Тривиальные и эквивалентные $(\max,+)$-задачи.

Пусть для задачи $z=\langle T,K,\Im,q,g\rangle$ существует такая разметка $\bar{k}^*\in K^T$, что $q_t(k^*(t))=\max_{k\in K}q_t(k)$, $g_{tt'}(k^*(t),k^*(t'))=\max_{k\in K}\max_{k'\in K}q_{tt'}(k,k')$ для всех

[1] Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем, НАН и МОН Украины, пр-т. Акад. Глушкова, 40, Киев, 03680, УКРАИНА, E-mail: vig@irtc.org.ua; http://www.irtc.org.ua