

# Методы $L_1$ -оптимизации в задачах управления

Б.Т. Поляк<sup>1</sup>

*Аннотация* – We consider various problems in linear control theory which can be treated in the framework of  $L_1$ -optimization. They include optimal control with  $L_1$ -performance index,  $L_1$ -filtering, feedback stabilization with few outputs or few states available.

*Ключевые слова* – Линейные системы, оптимальное управление, стабилизация, фильтрация,  $L_1$ -оптимизация.

## I. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы методы  $L_1$ -оптимизации нашли самое широкое применение в задачах оценивания, обработки сигналов, фильтрации, обработке изображений. Они используют  $L_1$ -норму вместо стандартной квадратичной нормы и позволяют находить решение, у которого много нулевых компонент, т. е. позволяют выделять наиболее значимые признаки. Достаточно упомянуть такие популярные методы как Лассо-регрессия, Compressed Sensing в задачах обработки изображений,  $L_1$ -фильтрацию временных рядов и т. п. Литература по этой тематике насчитывает сотни названий; к сожалению, на русском языке имеется лишь недавний обзор [1]. В докладе будут описаны способы использования этой же идеи в задачах управления.

## II. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПО $L_1$ - КРИТЕРИЮ

Рассматриваются линейные задачи оптимального управления с фиксированным временем и интегральным критерием, содержащим абсолютные величины (а не стандартные квадратичные члены). В непрерывных системах решение содержит дельта-функции и его анализ представляет трудности. Мы ограничиваемся дискретным случаем, когда проблемы существования решения тривиальны. Основной факт заключается в том, что оптимальное программное управление содержит лишь определенное число ненулевых компонент. Это принципиально отличает решение от аналогичного для квадратичной оптимизации, где все компоненты ненулевые.

## III. $L_1$ ФИЛЬТРАЦИЯ

Стандартный калмановский фильтр основан на статистических предположениях о свойствах шумов и возмущений (их гауссовости, центрированности и т. д.). Однако в большинстве приложений эти предположения не выполнены. В такой ситуации более оправданными оказываются другие способы фильтрации, в частности,  $L_1$ -фильтрация. Предлагаются различные формы такой фильтрации и обсуждаются методы ее численной реализации. Различные примеры демонстрируют преимущества такого подхода.

## IV. УПРАВЛЕНИЕ ПО МАЛОМУ ЧИСЛУ ВЫХОДОВ

Во многих проблемах стабилизации и оптимального управления желательно получать линейные регуляторы, которые зависят от наименьшего числа выходов или состояний. Мы обсудим возможные подходы к решению таких задач.

## V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методы  $L_1$ -оптимизации представляются весьма эффективным новым инструментом для решения многих задач линейной теории управления.

Работа поддержана российско-украинским грантом РФФИ 10-08-90436.

## СПИСОК ССЫЛОК

- [1] Граничин О.Н. «Рандомизация получения данных и  $L_1$ -оптимизация», *Автоматика и телемеханика*, № 11, 2010, с. 3 — 28.

<sup>1</sup> Институт проблем управления РАН, Профсоюзная ул. 65, Москва, 117997, РОССИЯ, E-mail: boris@ipu.ru