УДК 629.7

Нелінійний оцінювач кватерніонів та кутових швидкостей космічного апарату за даними вимірювань на ковзному інтервалі

В.Ф. Губарев[1], О.Ю. Шабага[2]

Abstract – **Nonlinear estimator of spacecraft attitude parameters estimation was developed in the paper. Quaternions and angular velocities, which define the position of coordinate system related to the spacecraft with respect to the orbital coordinate system, are taken as state variables. Method, based on variational principle using the measurement data on the moving horizon, is proposed.**

Ключові слова – **Космічний апарат, оцінювання стану, ковзний інтервал, кватерніон, варіаційний принцип.**

Для управління орієнтацією космічного апарату (КА) використовуються різні методи оцінювання фазового вектора стану в орбітальній системі координат. Більшість із цих методів було розроблено для оцінювання лінійних динамічних систем, але рівняння руху КА відносно центра мас, в загальному випадку, є нелінійними, і тому оцінювання базувалося на лінеаризації даних рівнянь. В роботі для оцінювання стану нелінійних динамічних систем пропонується застосувати ітераційну схему, використовуючи концепцію ковзного інтервалу.

Розглядається орієнтація зв'язаної системи координат (ЗСК) з початком в центрі мас КА (осі зв'язані з корпусом КА) відносно орбітальної системи координат (ОСК зв'язана з напрямком руху КА). Під параметрами орієнтації вважаються позиційні параметри – компоненти нормованих кватерніонів $\Lambda^T = (\lambda_0, \lambda^T)$, де $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T$ (параметри Родріга-Гамільтона), а також швидкісні параметри $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ – проекції абсолютної кутової швидкості КА на осі ЗСК.

Тоді рівняння кутового руху КА мають вид:

$$2\dot{\Lambda} = A(\omega, \omega_*)\Lambda$$
$$A(\omega, \omega_*) = \begin{bmatrix} 0 & -(\omega-\omega_*)^T \\ (\omega-\omega_*) & -\Omega(\omega+\omega_*) \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$J\dot{\omega} = M - \Omega(\omega)J\omega$$
$$\Omega(z) = \begin{bmatrix} 0 & -z_3 & z_2 \\ z_3 & 0 & -z_1 \\ -z_2 & z_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Де $\omega_* = (0,0,-\dot{v})^T$ – вектор кутової швидкості, що визначає обертовий рух ОСК, v – поточне значення істинної аномалії КА, J – симетрична додатньо визначена матриця моменту інерції об'єкта, M – сумарний вектор керуючого і збурюючого моментів.

Розглядається задача визначення параметрів орієнтації КА по результатам поточних вимірювань бортових пристроїв. Рівняння вимірювань описуються наступним співвідношенням: $y = \Lambda + \eta$, де y - вектор вимірюваних датчиком компонент кватерніона, Λ - точне значення кватерніона, а η - вектор похибки вимірювань.

При дослідженні і розробці алгоритму оцінювання параметрів КА з використанням даних на ковзному інтервалі, рівняння руху і вимірювань були представлені у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + f_{NL} + \xi \\ y &= Hx + \eta \end{aligned} \tag{3}$$

Де x - вектор стану КА, матриці A, B відповідають виділеним в (1) лінійним частинам, а f_{NL} нелінійній; u - вектор керуючого впливу; ξ - вектор збурюючого впливу; H – матриця розміром 7x7, перших чотири діагональних елемента якої дорівнюють 1, усі інші 0.

Підхід до задачі оцінювання на основі методу ковзного інтервалу припускає, що по вхідним сигналам і даним вимірювань на ковзному інтервалі $[t, t+T]$ (час t змінний, T постійний) визначається стан системи в момент часу $t+T$. Реально дані вимірювань і вхідні сигнали дискретні, тому оцінка здійснюється в дискретні моменти часу. В даній роботі вважається, що крок дискретизації прийнятний для різницевої апроксимації диференціальних рівнянь, тобто похибка апроксимації узгоджується з похибкою вихідних даних. Але перехід до кінцево-різницевого опису можливо здійснити після того, як буде отримано рівняння оцінювача стану для неперервної форми рівнянь руху і вимірювань.

В роботі розглядається теоретико-множинне припущення про збурення і шуми. Це такі множини, що представлені у вигляді нерівностей, що накладають наступні обмеження:

[1] Інститут космічних досліджень НАН і НКА України, пр. Академіка Глушкова, 40, Київ, 03022, УКРАЇНА, E-mail: v.f.gubarev@gmail.com
[2] Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», пр. Перемоги, 37, Київ, 03056, УКРАЇНА, E-mail: amo4ka@ukr.net

$$\|\xi\| \le \varepsilon, \qquad \|\eta\| \le \delta \tag{4}$$

Де $\varepsilon > 0$, $\delta > 0$, а інтегровані функції ξ і η, визначені на всіх ковзних інтервалах $[t, t+T]$.

Метод ковзного інтервалу дозволяє побудувати оцінювач стану на основі варіаційного принципу, який описаний в роботі [1]. Для системи (3) будується функціонал:

$$J[x(t)] = \int_t^{t+T} \begin{pmatrix} \langle \dot{x} - f, \Lambda_1(\dot{x} - f) \rangle + \\ + \langle \tilde{y} - h, \Lambda_2(\tilde{y} - h) \rangle \end{pmatrix} d\tau \tag{5}$$

Де $\langle \cdot,\cdot \rangle$ – скалярний добуток двох відповідних векторів, $\tilde{y}$ – виміряні з похибкою значення вихідного сигналу, Λ_1 та Λ_2 – додатні діагональні матриці.

Оцінка стану системи на ковзному інтервалі знаходиться як розв'язок мінімізації функціоналу (5). Існування такого мінімізуючого елемента забезпечується необхідною умовою екстремуму в задачі варіаційного числення – рівняння Ейлера:

$$\begin{gathered} \ddot{x} + \left(\Lambda_1^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^T \Lambda_1 - \frac{\partial f}{\partial x} \right) \dot{x} - \\ - \Lambda_1^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^T \Lambda_1 f - \frac{\partial f}{\partial \tau} - \frac{\partial f}{\partial u} \dot{u} + \\ + \Lambda_1^{-1} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^T \Lambda_2 (\tilde{y} - h) = 0 \end{gathered} \tag{6}$$

та умови трансверсальності на кінцях:

$$\dot{x} - f(\tau, x, u) = 0 \tag{7}$$

при $\tau = t$ і $\tau = t + T$

Рівняння Ейлера (6) та умова трансверсальності на кінцях (7) дають нелінійну двоточкову крайову задачу.

Якщо в початкових рівняннях (1) та (2) в околі деякого номінального стану виділити лінійні та нелінійні частини, то (6) та (7) зводяться до наступного виду:

$$\begin{gathered} \ddot{x} + (\Lambda_1^{-1} A^T \Lambda_1 - A)\dot{x} - \Lambda_1^{-1}(A^T \Lambda_1 A - H^T \Lambda_2 H)x = \\ = \Lambda_1^{-1}(A^T \Lambda_1 B u + H^T \Lambda_2 \tilde{y}) + B\dot{u} + g_{NL} \end{gathered} \tag{8}$$

$$\dot{x} - Ax = Bu - f_{NL} \text{ при } \tau = t \text{ і } \tau = t + T \tag{9}$$

Де g_{NL} містить нелінійні частини.

Лінійна задача (8), (9) при $f_{NL} = g_{NL} = 0$ розв'язується методом кінцевих різниць, тобто переходом від диференціальних рівнянь до різницевих. За допомогою крайової умови на правому кінці та різницевого рівняння можна отримати рекурентні формули для значень стану в будь-якій точці ковзного інтервалу, включаючи ліву границю, через початковий стан на крок вперед в кінці інтервалу. Знайдені вирази підставляємо в крайову умову на лівому кінці і отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР), з якої находиться оцінка стану на крок вперед. Умовою розв'язності є невиродженість основної матриці СЛАР, число обумовленості якої вказує на стійкість одержаного розв'язку.

На основі результату, отриманого для лінійного випадку, розглядається ітераційна схема для розв'язку нелінійної двоточкової крайової задачі (8), (9). На першому кроці розв'язуємо лінеаризовану задачу. Отриману при цьому оцінку разом із функціями вхідного і вихідного сигналів підставляємо в нелінійні частини f_{NL} та g_{NL}. Отримуємо лінійну задачу з уточненою правою частиною, розв'язуючи яку отримуємо першу ітерацію оцінки. Аналогічно проводяться наступні ітерації.

При цьому точність оцінок залежить від вибору діагональних матриць Λ_1 і Λ_2. Чим більші елементи матриці Λ_2 в порівнянні із Λ_1, тим краще оцінка узгоджується з даними вимірювань, тим самим підсилюючи вплив шумів вимірювань. Якщо ж збільшувати елементи матриці Λ_1, то апроксимація даних вимірювань дає більш гладкі оцінки, при цьому збурення на вході відображаються менше. Щоб узгодити одержані розв'язки з похибками вхідних даних, скористаємось принципом нев'язки. Значення діагональних елементів матриць Λ_1 і Λ_2 можна знайти із рівнянь:

$$\|\dot{x} - f\| = \varepsilon, \qquad \|\tilde{y} - h\| = \delta \tag{10}$$

В роботі досліджується розв'язність та структурні властивості динамічної системи (керованість, спостережуваність, обумовленість), а також проведено перевірку працездатності даного методу за допомогою чисельного моделювання.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

[1] В.Ф. Губарев, А.Н.Дарьин, И.А.Лысюченко Нелинейный оцениватель состояния по данным на скользящем интервале и возможность его применения в задаче ориентации космического аппарата // Проблемы управления и информатики. – 2011. – №1. – С. 118-132.