УДК 519.71:510.22

Гарантированное множественное оценивание вектора состояния космического аппарата в случае частично некорректных измерений

В.Н. Шевченко[1]

Abstract – **A technique of constructing guaranteed set estimates of the state vector (SV) of a space vehicle is proposed in the form of the solution of a system of linear inequalities in the case where the existing errors exceed limit values in some part of measurements (bound)**

Key words – **Guaranteed approach, system analysis, estimation**

I. Постановка задачи

Уравнения движения космического аппарата (КА) относительно центра масс имеют вид [1]

$$\dot{\Phi} = A(\Phi)\omega + b\,, \qquad (1)$$

$$\dot{\omega} = J^{-1}(M - \breve{\omega} \times J\omega)\,. \qquad (2)$$

Здесь $\Phi^T = (\gamma, \psi, \ )$ – вектор состояния (ВС) или вектор углов Крылова, $\omega^T = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ и $M^T = (M_1, M_2, M_3)$ – векторы угловой скорости (ВУС) и управляющего момента (ВУМ) КА, $J = \mathrm{diag}\{J_1, J_2, J_3\}$ – матрица моментов инерции. Вектор $b^T = (0,0,e) = -\omega_0$, где e – постоянная угловая скорость вращения ИСЗ вокруг Земли, а матрицы $A(\Phi)$ и $\breve{\omega}$ имеют размерность 3×3.

В начальный момент времени предполагается, что ВУС $\omega = \omega_0$ известен, а ВС Φ_0 принадлежит Ω_0 –некоторому априорному множеству, определяемому неравенствами

$$l_i^0 \le \Phi_{i,0} \le u_i^0, i = 1,2,3\,. \qquad (3)$$

При этом полагается, что измерения проводятся в дискретные моменты времени с некоторым постоянным шагом T, т.е. $\Phi(t_n) = \Phi_n$, $\omega(t_n) = \omega_n$, $t_n = nT$ и что ВУС ω_n измеряется точно, а в векторе Φ_n – лишь две компоненты с погрешностью f_n. Процесс измерений ВС описывается векторно-матричным уравнением вида

$$y_{n+1} = h^T \Phi_{n+1} + f_n\,,\ \ n = 0,1,2,... \qquad (4)$$

где y_{n+1} – измеряемый выход объекта, $h^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, а f_n – двумерный вектор-столбец, компоненты которого ($f_{i,n}\ j = 1,2$) ограничены

$$\left|f_{j,n}\right| \le \Delta_j,\ j = 1,2, \quad n = 0,1,2,... \qquad (5)$$

При этом известно, что некоторые компоненты погрешности измерений превысили граничное значение

$$\left|f_{j,s}\right| > \Delta_j, \quad j = 1,2 \qquad (6)$$

Использование таких измерений в алгоритмах множественного оценивания приводит к потере оценивающим множеством истинного значения оценивающей величины и, соответственно, к сбою, состоящему в том, что оценивающее множество становится пустым.

Ставится задача: определить измерения, в которых нарушены априорные ограничения на погрешность измерений, исключить их из рассмотрения и построить согласованную множественную оценку ВС, гарантированно содержащую истинное значение оцениваемой величины.

II. Оценивание вектора состояния

Для управления объектом будем дискретно реализовывать управляющие моменты

$$M(t) = M_n \ \text{ при } \ t_n \le t < t_{n+1}\,, \qquad (7)$$

где n – номер такта изменения управления во времени.

Движение нелинейного объекта, которое описывается уравнениями (1) и (2), в некоторой окрестности текущего состояния Φ_n может быть адекватно описано линеаризованной системой, а далее путем известных преобразований и дискретно разностной системой вида

$$\Theta_{n+1} = A_n\,\Theta_n + B_n M_n + C_n\,,\ \Theta_n^T = (\Phi_n^T, \omega_n^T) \qquad (8)$$

где матрица A_n (6×6), векторы B_n и C_n размерностью (6×1) вычисляются в процедуре линеаризации и дискретизации и зависят от текущего состояния объекта.

В начальный момент времени точечная оценка Φ_0 выбирается как некоторая средняя точка априорного множества Ω_0. В случае если такое множество представляет собой гиперпараллелепипед (3), выберем точечную оценку как средние точки соответствующих интервалов. На основании этой оценки, найдем ВУМ M_0 как линейную обратную связь $M_0 = K_0 \cdot \Theta_0$, где K_0 – матрица размерности 6×6. Объект, описываемый уравнениями (1) и (2), под его воздействием переместится в фазовом пространстве из исходной точки $\Phi_0 \in \Omega_0$ в новое неизвестное положение $\Phi_1 \in \Omega_1$. Определим новую точечную оценку положения объекта $\Phi_1 \in \Omega_1$ и найдем ВУМ M_1 с матрицей коэффициентов K_1. То есть на каждом шаге будем реализовывать ВУМ как линейную обратную связь вида

➢ [1] Институт космических исследований НАН Украины и ГКА Украины, просп. Академика Глушкова, 40, к. 4/1, Киев, 03680, УКРАИНА, E-mail: vovan_16@ukr.net

$$M_n = K_n \cdot \Theta_n \ . \tag{9}$$

Это позволяет построить последовательность множеств Ω_n, таких что

$$\Phi_n \in \Omega_n \tag{10}$$

В начальный момент времени Ω_0 представляет собой множество, описываемое некоторой системой неравенств, в нашем случае неравенствами (3). На следующем шаге множество Ω_0 преобразовывается в множество $\tilde{\Omega}_0$, представляющее собой множество Ω_0, смещенное и повернутое относительно предыдущего согласно линейного соотношения (8), где угловые скорости измеряются точно в начальный момент времени (а также на каждой итерации) и могут быть в разностном уравнении заменены на свои значения. Для истинного значения вектора состояния справедливо соотношение $\Phi_1 \in \tilde{\Omega}_0$, то есть множество $\tilde{\Omega}_0$ является гарантированной оценкой вектора состояния на первом шаге. Также на первом шаге (n=0) измеряются две компоненты ВС объекта и согласно (4) и (5) получим две гиперполосы для оценки двух компонент вектора состояния $|y_1 - h\Phi_1| \le \Delta$. Пересечение полученных гиперполос с множеством $\tilde{\Omega}_0$ дает множественную оценку Ω_1 вектора состояния в виде многогранника на первом шаге $\Phi_1 \in \Omega_1 = \tilde{\Omega}_0 \cap \{\Phi_1 : |y_1 - h\Phi_1| \le \Delta\}$. Далее при (n=1), согласно (8), линейные неравенства, определяющие многогранник Ω_1, преобразовывается в многогранник $\tilde{\Omega}_1$. Измерение ВС добавляет еще две гиперполосы $|y_2 - h\Phi_2| \le \Delta$ и т.д.

Тогда на n-м шаге множественная оценка вектора состояния определяется согласно

$$\Omega_{n+1} = \tilde{\Omega}_n \cap \{\Phi_{n+1} : |y_{n+1} + h\Phi_{n+1}| \le \Delta\} \ . \tag{11}$$

Применение в вышеописанном алгоритме измерений, в которых произошел скачок помехи (6), приводит к потере оценивающим множеством истинного значения оценивающей величины

$$\Phi_{n+1} \notin \Omega_{n+1} \ . \tag{12}$$

Кроме того, на этом или последующих шагах их влияние приводит к сбою, состоящему в том, что оценивающее множество становится пустым: $\Omega_{n+1} = \varnothing$.

Определяющая его система неравенств становится противоречивой. Таким образом, для решения поставленной задачи множественного оценивания необходимо предварительно определить номер измерения, на котором произошел скачок, и исключить из обработки соответствующие ему данные. Решение данной задачи сводится к нахождению несовместимых между собой неравенств и детально изложено в [2].

III. Синтез управляющих моментов

Вектор управляющий моментов M_n будем искать таким образом чтобы он при любых начальных условиях минимизировал функционал качества

$$\hat{J} = \sum_{n=0}^{\infty} \underline{\omega}(\Theta_n, M_n)\,, \tag{13}$$

где $\underline{\omega}(\cdot) = \Theta_n^T Q_n \Theta_n + 2\Theta_n^T H_n M_n + M_n^T R_n M_n$.

Без потери общности можно принять, что

$$\lambda_j(A_n) < 1,\ j = 1,2,...6\,, \tag{14}$$

где $\lambda_j(A_n)$ - собственные числа матрицы A_n из (8).

Оптимальное управление в этом случае является линейным и имеет вид

$$M_n = M_n(\Theta_n) = -(R_n + B_n^T P_n B_n)^{-1}(B_n^T P_n A_n + H_n^T)\,\Theta_n \tag{15}$$

где матрица P_n удовлетворяет так называемому матричному дискретному алгебраическому уравнению Риккати для линейных дискретных систем.

IV. Заключение

При компьютерном моделировании интегрирование систем (1), (2), проводилось методом Рунге-Кутта для следующих начальных значений углов: γ_0 = 25°, ψ_0 = 15°, θ_0= 30°, и при $\omega_0 = 0$. Управляющие моменты находились согласно (14), (15). Выход объекта измерялся с погрешностью, которая была принята в виде «белого шума». Уровень помех измерений равнялся полградуса. При этом на 10, 30 и 50-м шагах моделировался скачок.

Сбой алгоритма множественного оценивания, соответственно, происходил на 17, 33 и 50-м шагах. Используя алгоритм выявления некорректных измерений [2], были зафиксированные такие группы, гарантированно содержащие некорректные измерения {9, 10, 14, 17},{19, 27, 30, 33},{31, 43, 49,50}. Исключив эти измерения из дальнейшего рассмотрения в алгоритме множественного оценивания, получим гарантированную множественную оценку вектора состояния.

Список ссылок

[1] Волосов В.В. Об управлении ориентацией космического аппарата в орбитальной системе координат с использованием эллипсоидальных оценок его вектора состояния // *Проблемы управления и информатики.* – 1998. – №5. – с. 31–41.

[2] Шевченко В.Н. Получение гарантированных множественных многогранных оценок параметров объектов управления при наличии выбросов в ограниченных возмущениях // *Проблемы управления и информатики.* – 2006. – № 5. – с. 42–51.