

ПОЛЕ ЛІНІЙНИХ ШВИДКОСТЕЙ ТА РУХИ ЗЕМНОЇ КОРИ У РЕГІОНІ ПІВДЕННО-СХІДНОЇ ЄВРОПИ

Координати і швидкості GPS станцій Південно-Східної Європи використано для побудови 2D-моделей поля лінійних швидкостей і поля горизонтальних швидкостей деформацій для цього регіону (території України, Болгарії, Румунії, Греції, Туреччини та Ірану). Першим етапом досліджень став розвиток методу скінченних елементів на основі бікубічної сплайн-функції на геосфері для інтерполяції нерівномірних GPS-даних на вузли регулярної сітки. Другий етап – інверсія швидкостей від даних GPS спостережень до тензора швидкостей деформацій. На завершення отриманий повний розв'язок на власні числа та власні вектори для тензора деформацій проаналізовано з погляду тектонічних процесів у досліджуваному регіоні.

Ключові слова: тензор швидкості деформації; тензор швидкості обертання; сучасні рухи земної кори; метод колокації.

Постановка проблеми

та аналіз останніх досліджень і публікацій

Деформації земної поверхні виникають внаслідок поступально-обертового руху планети у просторі та класифікуються як за змінами у часі, так і за розподілом на різноманітні просторові зміщення. Наші знання про рухи земної поверхні суттєво залежать від їх природи та періоду визначення деформацій, отриманих за даними відповідних вимірювань [Bird, 2003; Minster, Jordan, 1978; DeMets et al., 1990, 1994; England, Molnar, 1997; Kreemer, 2000]. Поява технологій космічної геодезії забезпечила можливість вивчення і моніторингу тривимірного поля деформацій на основі таких методів: VLBI – радіоінтерферометрії з наддовгою базою, SLR – лазерної локації супутників, DORIS – доплерівської орбітографії та GNSS – глобальних позиційних систем. Розвиток цих технологій та їх використання для вивчення деформацій земної поверхні неможливі без точної земної системи координат. Перелічені методи відіграють головну роль у створенні земних референціальних систем, що відображено, наприклад, в IERS Conventions [McCarthy, Petit, 2004]. Розвиток супутникових технологій відбувається з уточненням реалізації земної системи координат для вивчення деформацій земної поверхні. З перелічених методів саме GNSS-технології відіграють головну роль у вивченні деформацій земної поверхні за рахунок їх мобільності та точності. Найгустіша мережа GNSS-станцій у Північній Америці, Європі та Японії. У Східній Європі мережа GNSS-станцій порівняно нечисленна.

Проблема вивчення рухів земної кори належить до фундаментальних проблем сучасної геодинаміки і пов'язана з дослідженням просторово-часової зміни деформаційних полів і сучасних рухів земної кори та їхніх особливостей, зумовлених тектонічними причинами, за допомогою аналізу даних багаторічних GNSS-спостережень у різних регіонах світу. В результаті виконання таких робіт планується застосувати методику та алгоритм обчислення 2D-тензора швидкостей

деформацій, провести аналіз визначених деформацій, оцінити аномальні збурення в сучасних рухах і деформаціях земної кори. В роботі за даними GNSS-спостережень аналізуються деформаційні процеси в регіоні Південно-Східної Європи, зокрема на території України, Греції, Болгарії, Румунії, Туреччини та Ірану.

Визначення деформацій земної поверхні (щодо яких щорічно публікується дуже велика кількість наукових праць) традиційно ґрунтується на математичному апараті, пов'язаному з тензорним аналізом. Як показано нижче, для вивчення деформацій земної поверхні необхідною умовою є знаходження часткових похідних векторних функцій поля деформацій та швидкостей деформацій. В ідеальному випадку ці функції повинні бути заданими неперервно, що, однак, не забезпечують типові геодезичні вимірювання, які мають дискретну природу як у просторі, так і у часі. Оскільки сучасні рухи земної поверхні визначають зазвичай за геодезичними даними, то й отримувані дані мають дискретний характер. З цієї причини неперервна у просторі й часі необхідна інформація повинна оцінюватися апроксимацією невідомих функцій за відомим дискретним розподілом, що є складовою частиною прикладного аналізу, зокрема, методу скінченних елементів.

Постановка завдання

та основні етапи його розв'язання

Оскільки знаходження деформацій поверхні Землі базується на тензорному аналізі, то визначення тензора швидкостей цих деформацій потребує визначення перших похідних різних компонент векторних полів швидкостей руху земної поверхні. Такі похідні, як правило, невідомі, їх можна оцінити лише чисельно, що й забезпечує можливість використання бікубічного сплайна. Тому етапи розв'язування цієї задачі такі: вибір обґрунтованого набору вихідних даних у пунктах з відомими координатами та швидкостями; зведення просторових координат і швидкостей у єдину систему з трансформацією у топоцентричні

координати; використання методу прогнозу (наприклад, методу середньої квадратичної колокації) для згущення вихідної інформації у вигляді рівномірних сіток з метою застосування кубічних скінченних елементів; застосування дво-вимірного або тривимірного методу скінченних елементів для обчислення тензорів деформацій та обернення; знаходження інваріантів цих тензорів, їх власних чисел і власних векторів.

Вихідні дані

Як вихідні дані для обчислення тензора швидкостей деформацій використано компоненти лінійних швидкостей наступних розв'язків [Висотенко, 2010; Jiamor et al., 2010; Erdoğan et al., 2009; Rastbood, Voosoghi, 2011; Erdogan et al., 2008; Marleen Nystl, Wayne Thatcher, 2004], які побудовані за даними 749 лінійних швидкостей, визначених за GPS-даними.

На рис. 1 показано розподіл векторних полів швидкостей, обчислених на основі компонент лінійних швидкостей з рівномірної сітки, отриманих відносно Євразійської плити.

Основним результатом цього етапу вважаємо саме результати прогнозу вимірних лінійних швидкостей V_E і V_N з періодично діючих GPS-пунктів та перманентних GPS-станцій на рів-

номірну сітку відносно Євразійської плити на епоху 2005 р. Рис. 2 та рис. 3 демонструють відповідні поля східної та північної складових цих компонент відносно Євразійської плити. Побудовані на рівномірній сітці поля швидкостей і стали вихідною інформацією для визначення тензора швидкостей деформацій.

Обчислення компонент тензора швидкостей деформацій

Незважаючи на те, що варіації параметрів деформацій повинні вивчатися у тривимірному просторі, з певними допущеннями достатньо параметризувати поле швидкостей на поверхні геосфери [England, Molnar, 1997]. Для обчислення елементів тензора швидкості деформацій використовуємо такі формули [Кочин, 1951; Haines, Holt, 1993; Kreemer, 2000]:

$$S_v = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_N}{\partial \varphi} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_N}{\partial \lambda} + \frac{\partial V_E}{\partial \varphi} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_N}{\partial \lambda} + \frac{\partial V_E}{\partial \varphi} \right) & \frac{\partial V_E}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} & \dot{\epsilon}_{\varphi\lambda} \\ \dot{\epsilon}_{\varphi\lambda} & \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

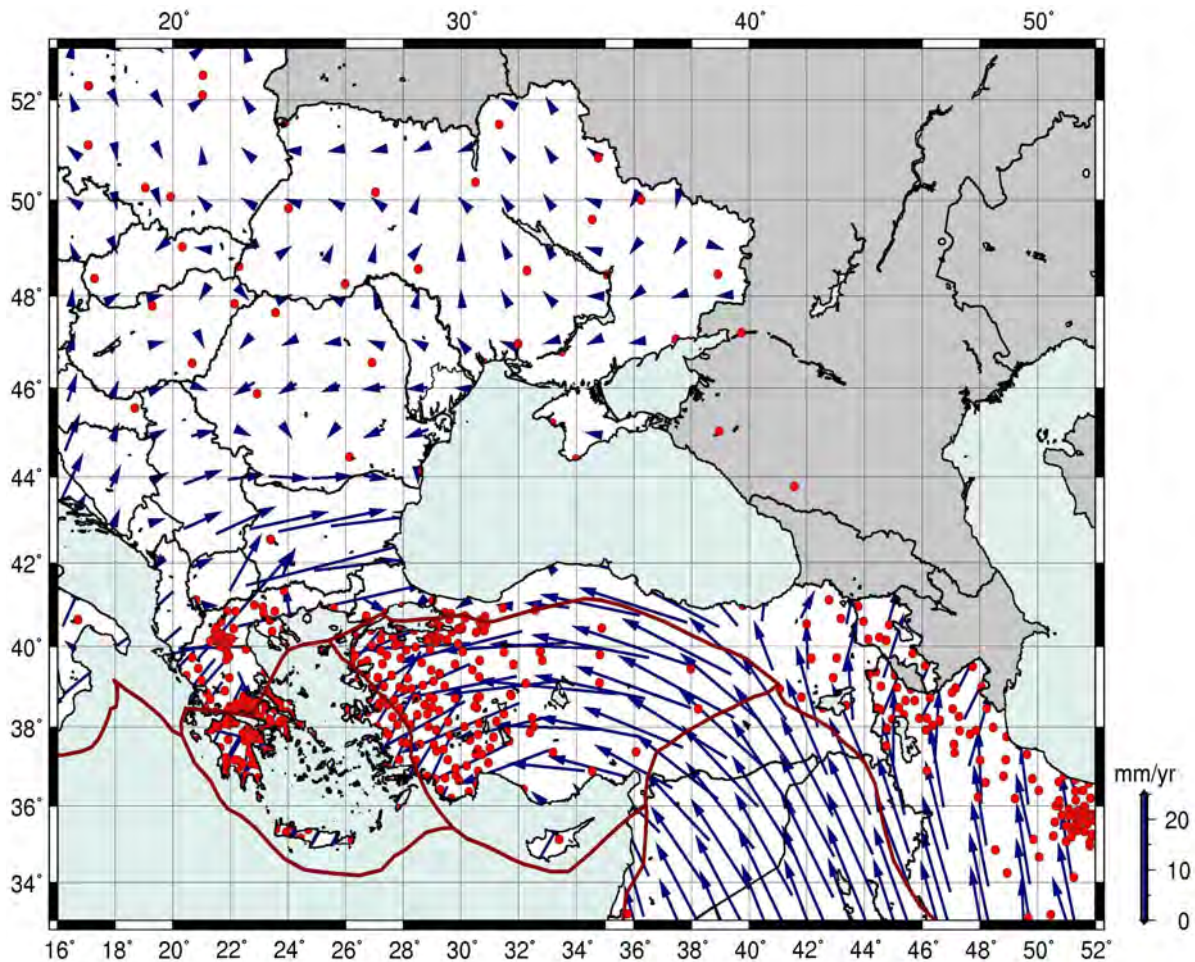


Рис. 1. Поле лінійних швидкостей відносно Євразійської плити [мм/рік]; (•) – основні GPS-станції; (—) – границі тектонічних плит

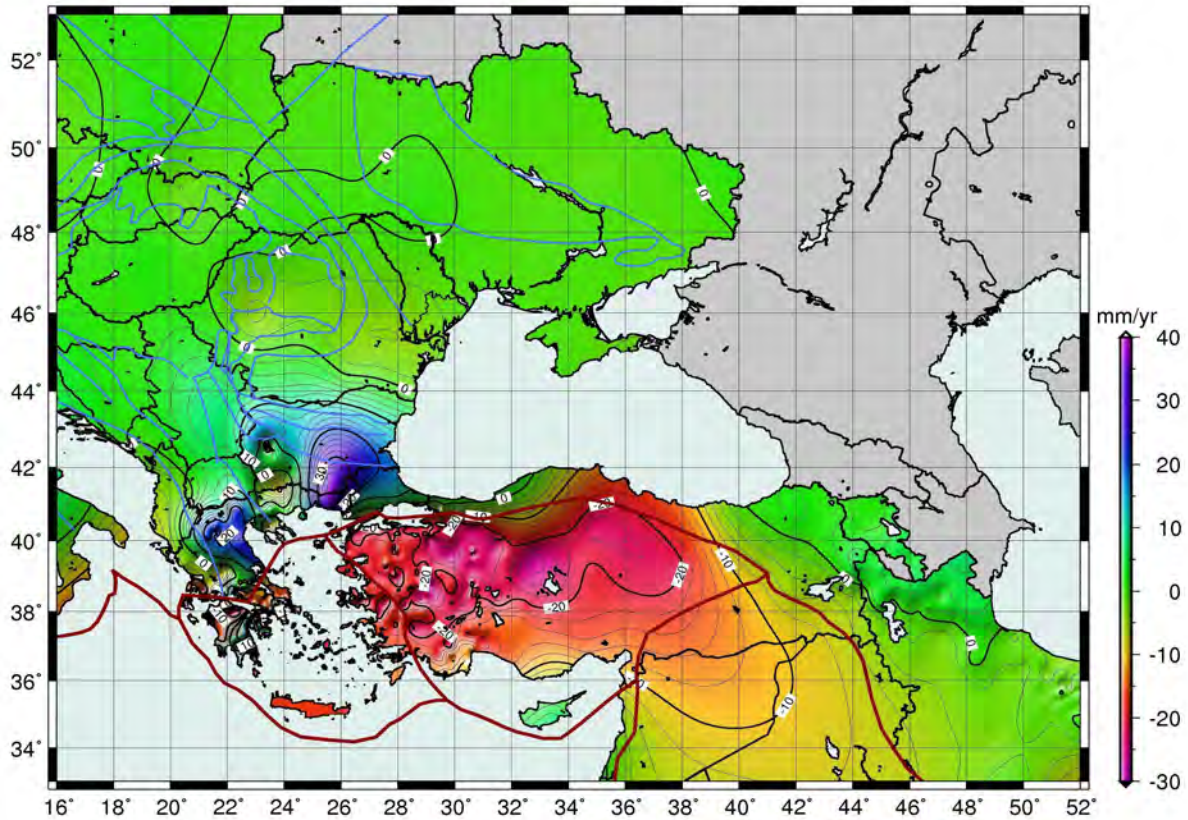


Рис. 2. Східна компонента V_E поля лінійних швидкостей відносно Євразійської плити [мм/рік];
 (—) – основні геологічні межі та структури; (—) – границі тектонічних плит

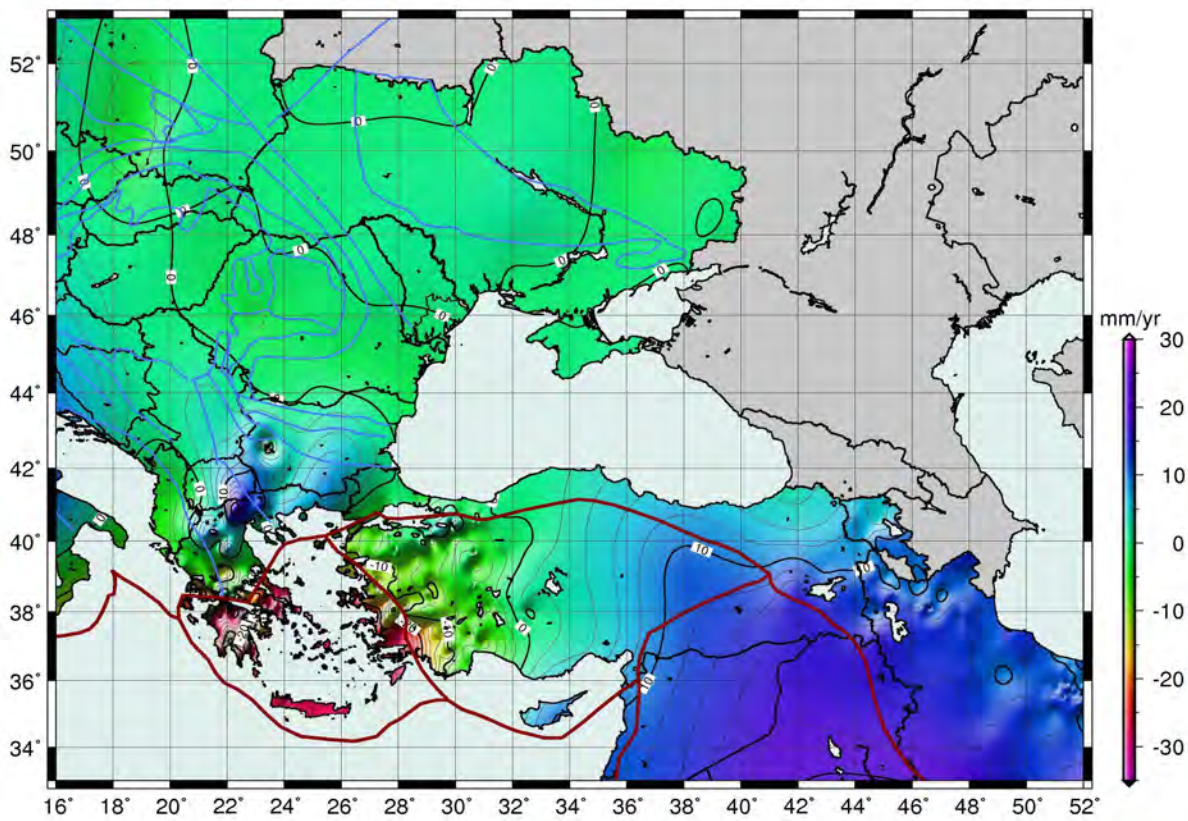


Рис. 3. Північна компонента V_N поля лінійних швидкостей відносно Євразійської плити [мм/рік];
 (—) – основні геологічні межі та структури; (—) – границі тектонічних плит

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda} &= \frac{\tilde{\mathbf{n}}}{\cos\varphi} \frac{\partial\Omega(\tilde{\mathbf{r}})}{\partial\lambda}, \\ \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} &= -\tilde{\mathbf{e}} \frac{\partial\Omega(\tilde{\mathbf{r}})}{\partial\varphi}, \\ \dot{\epsilon}_{\varphi\lambda} &= \frac{1}{2} \left(\tilde{\mathbf{n}} \frac{\partial\Omega(\tilde{\mathbf{r}})}{\partial\varphi} - \frac{\tilde{\mathbf{e}}}{\cos\varphi} \frac{\partial\Omega(\tilde{\mathbf{r}})}{\partial\lambda} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

нехтуючи в (2) вертикальною компонентою V_r зміни швидкості деформацій, оскільки V_r навіть у випадку її істотних змін досягає величини близько ~ 10 мм/рік, що становить $\sim 2\%$ від інших членів у (2). Антисиметричний тензор \mathbf{R}_V швидкостей обчислюється за формулою:

$$\mathbf{R}_V = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\omega} \\ -\dot{\omega} & 0 \end{bmatrix} = \dot{\omega} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $\dot{\omega}$ – швидкість обертання регіону, що розглядається як тверде тіло.

Застосовуючи як вихідну інформацію східну (рис. 2) та північну (рис. 3) компоненти лінійних швидкостей відносно Євразійської плити, формули (2) забезпечують визначення елементів тензора $\dot{\epsilon}_{\lambda\lambda}$, $\dot{\epsilon}_{\varphi\varphi}$ і $\dot{\epsilon}_{\varphi\lambda}$ деформацій та компоненти $\dot{\omega}$ тензора швидкості обертання (3), яка подана на рис. 4.

Обчислення власних чисел та власних векторів

Розглянемо задачу знаходження власних чисел і власних векторів симетричного тензора – градієнта \mathbf{S}_V , поданого виразом (1). За визначенням [Кочин, 1951] інваріанти матриці (1) можна просто обчислити за допомогою таких формул:

$$I_1 = \text{Trace}(\mathbf{S}_V) = \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} + \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda} = 2\dot{\chi}, \quad (4)$$

$$I_2 = \text{Det}(\mathbf{S}_V) = \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi}\dot{\epsilon}_{\lambda\lambda} - \dot{\epsilon}_{\varphi\lambda}^2, \quad (5)$$

і застосувати для розв’язання характеристичного рівняння

$$\Lambda^2 - I_1\Lambda + I_2 = 0. \quad (6)$$

Після знаходження інваріантів I_1 і I_2 власні значення матриці (1) або корені $\Lambda_1 > \Lambda_2$ відповідного квадратного рівняння (6) набудуть такого вигляду:

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= \frac{I_1 + \nu}{2} = \dot{\chi} + \nu/2 \\ \Lambda_2 &= \frac{I_1 - \nu}{2} = \dot{\chi} - \nu/2 \end{aligned}, \quad (7)$$

де $\nu = \Lambda_1 - \Lambda_2$ – різниця коренів рівняння (6), яка визначається на основі інваріантів (4) і (5) і

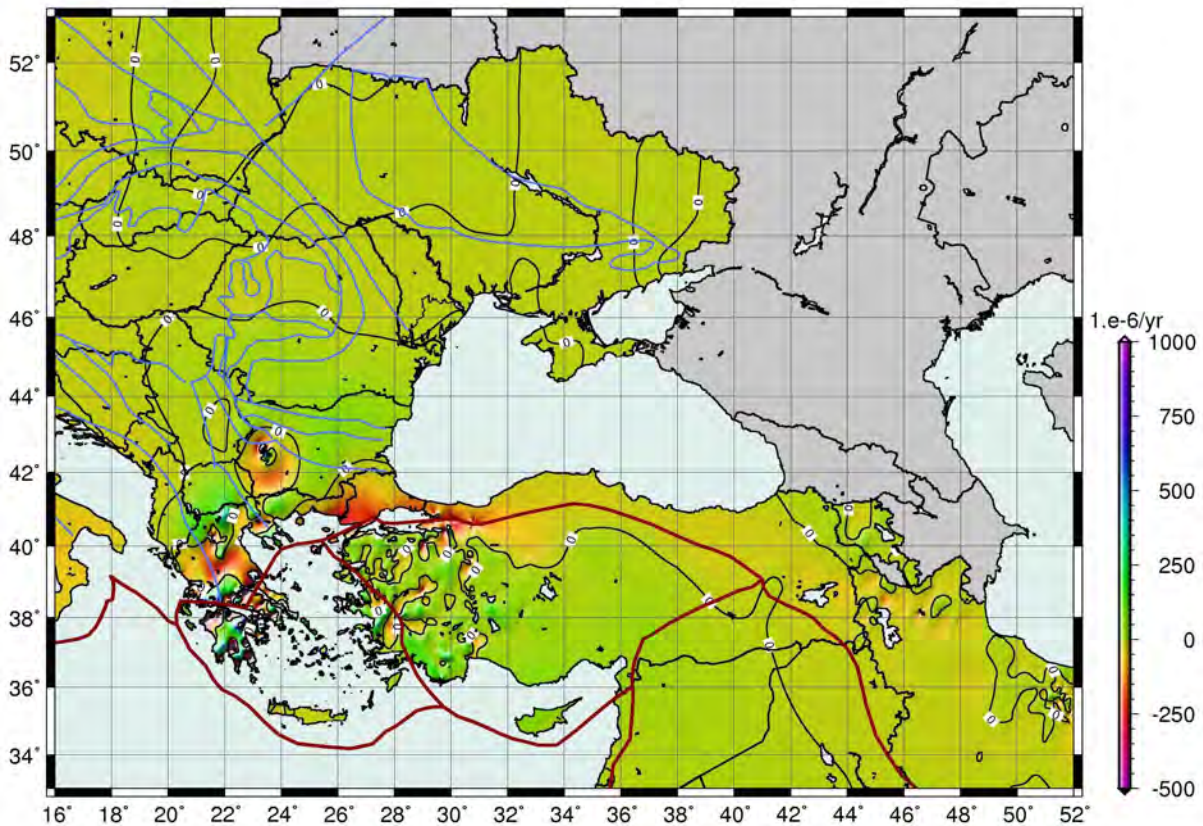


Рис. 4. Компонента $\dot{\omega}$ [10^{-6} /рік] тензора швидкості обертання відносно Євразійської плити; (—) – основні геологічні межі та структури; (—) – границі тектонічних плит

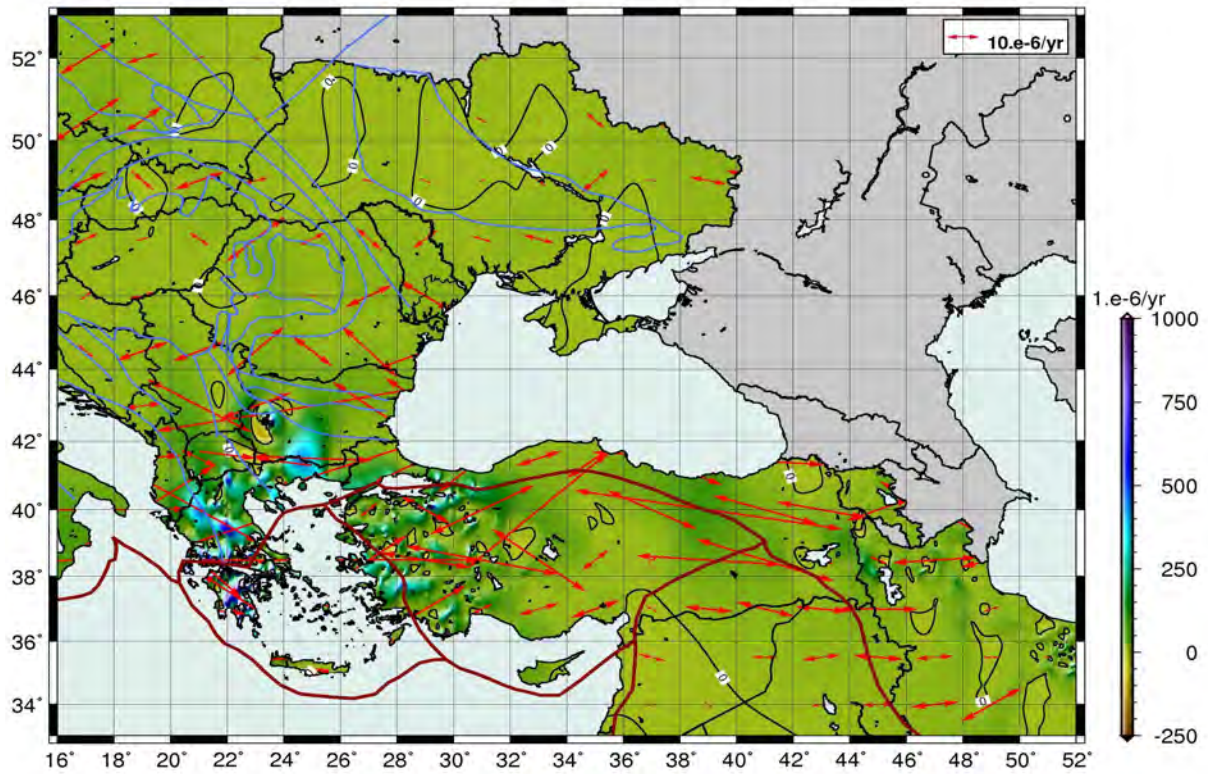


Рис. 5. Максимальне λ_1 власне число [$10^6/\text{рік}$] відносно Євразійської плити:

- (\leftrightarrow) – напрями власних векторів $\bar{\lambda}_1$, які характеризують розширення;
- (\rightarrow) – основні геологічні межі та структури; (\rightarrow) – границі тектонічних плит

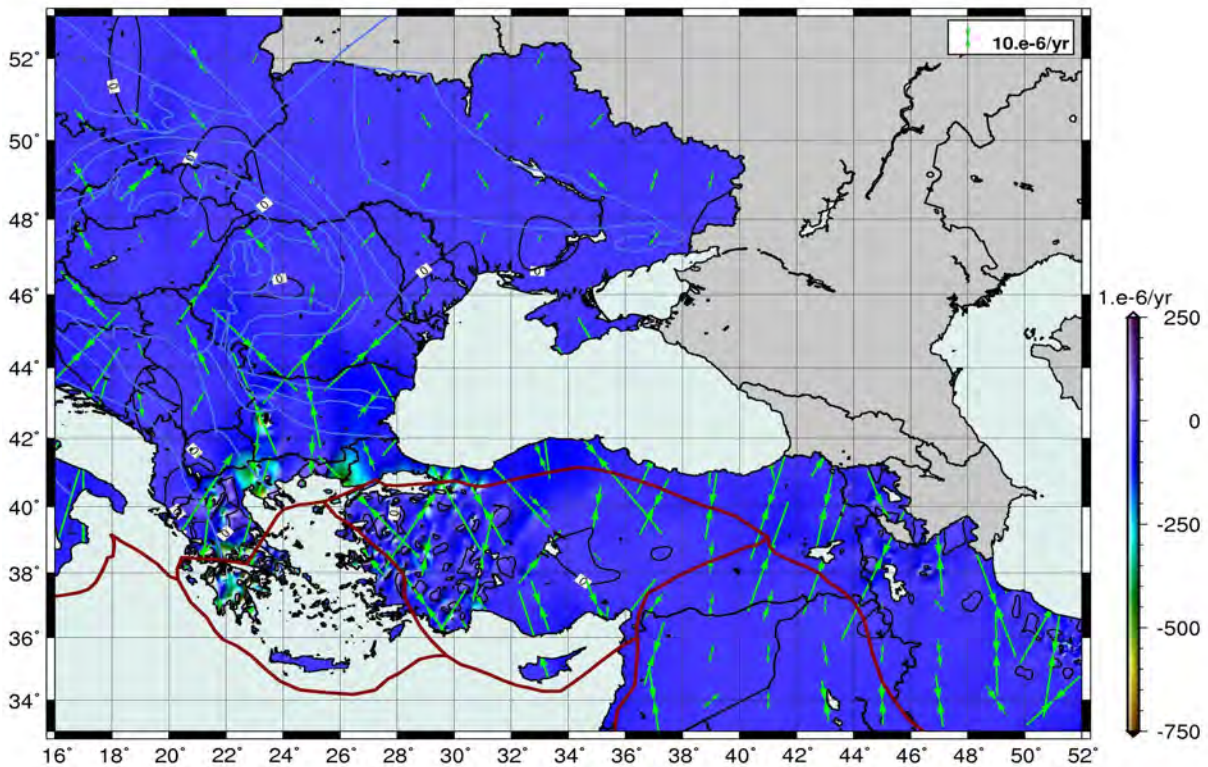


Рис. 6. Мінімальне λ_2 власне число [$10^6/\text{рік}$] відносно Євразійської плити:

- (\rightarrow) – напрями власних векторів $\bar{\lambda}_2$, які характеризують стиск;
- (\rightarrow) – основні геологічні межі та структури; (\rightarrow) – границі тектонічних плит

відповідних елементів тензора швидкості деформацій

$$v = \sqrt{I_1^2 - 4I_2} = \sqrt{(\dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} - \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda})^2 + 4\dot{\epsilon}_{\varphi\lambda}^2}. \quad (8)$$

Незважаючи на те, що головні осі є такими напрямками швидкостей деформацій, які характеризують максимальне і мінімальне розширення (стиск) та можуть бути знайдені на основі відомих значень A_1 і A_2 , зупинимось нижче на іншому підході. Покажемо, що власні числа (7), яким відповідають певні власні вектори, можна отримати продуктивнішим шляхом у замкненій формі.

Для цього згадаємо спочатку, що головні осі вихідного тензора (1) збігаються з головними напрямками відповідного тензора – девіатора, який характеризується не тільки симетричними властивостями, але й нульовим слідом. Для прикладу відзначимо ще кілька типів тензорів – девіаторів, які вже вивчались, з погляду виведення аналітичних розв'язків задачі на власні числа і власні вектори [Marchenko, 2003]: тензор гравітаційного градієнта та тензор сейсмічного моменту. Виконаємо тепер відповідне перетворення тензора (1) на основі теореми про девіатор \mathbf{D}_V , за допомогою якої легко отримати [Кочин, 1951]:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_V &= \mathbf{D}_V + \frac{\text{Trace}(\mathbf{S}_V)}{2}, \\ \mathbf{D}_V &= \mathbf{S}_V - \frac{\text{Trace}(\mathbf{S}_V)}{2} = \mathbf{S}_V - \dot{\chi} \end{aligned} \quad (9)$$

що забезпечує шукану матрицю \mathbf{D}_V :

$$\mathbf{D}_V = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} - \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda} & 2\dot{\epsilon}_{\varphi\lambda} \\ 2\dot{\epsilon}_{\varphi\lambda} & \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda} - \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Розв'язок задачі на власні числа і власні вектори для девіатора (10) дуже простий, оскільки інваріанти набувають значень:

$$\begin{aligned} i_1 &= \text{Trace}(\mathbf{D}_V) = 0 \\ i_2 &= \text{Det}(\mathbf{D}_V) = -[(\dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} - \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda})^2 / 4 + \dot{\epsilon}_{\varphi\lambda}^2], \end{aligned} \quad (11)$$

що дає змогу розв'язати відповідне квадратне рівняння і знайти як його корені, так і відновлені корені вихідного рівняння (6), які збігаються з розв'язком (7):

$$\begin{aligned} \lambda^2 + i_2 &= 0 \\ \left. \begin{matrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{matrix} \right\} &= \pm \sqrt{(\dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} - \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda})^2 / 4 + \dot{\epsilon}_{\varphi\lambda}^2} = \pm v / 2, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\left. \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \end{matrix} \right\} = \dot{\chi} + \left\{ \begin{matrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{matrix} \right\} = \dot{\chi} + \left\{ \begin{matrix} v/2 \\ -v/2 \end{matrix} \right\}. \quad (13)$$

Формули (9)–(13) мають найважливіше практичне значення після об'єднання всіх

наведених перетворень для подання тензора \mathbf{S}_V у такій формі:

$$\mathbf{S}_V = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\chi} - \dot{\gamma}_1 & \dot{\gamma}_2 \\ \dot{\gamma}_2 & \dot{\chi} + \dot{\gamma}_1 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

де прийнято такі позначення

$$\begin{aligned} \dot{\chi} &= (\dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} + \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda}) / 2 \\ \dot{\gamma}_1 &= \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda} - \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi}, \\ \dot{\gamma}_2 &= 2\dot{\epsilon}_{\varphi\lambda} \end{aligned} \quad (15)$$

для швидкості середнього розширення (стиску) поверхні регіону $\dot{\chi}$ або швидкості дилатації та компонент $\dot{\gamma}_1$ і $\dot{\gamma}_2$ загальної швидкості зсуву $\dot{\gamma}$ досліджуваного району. Зрозуміло, що швидкість $\dot{\gamma}$ досить просто визначити на основі компонент $\dot{\gamma}_1$ і $\dot{\gamma}_2$:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{\gamma}_1^2 + \dot{\gamma}_2^2}. \quad (16)$$

Отже, серед співвідношень (1), (9) і (14) останнє представлення тензора (14) стає особливо важливим, оскільки дає змогу отримати розв'язок характеристичного рівняння (6) для тензора (14) у найзручнішій формі

$$\left. \begin{matrix} A_1 = (\dot{\chi} + \dot{\gamma}) / 2 \\ A_2 = (\dot{\chi} - \dot{\gamma}) / 2 \end{matrix} \right\}. \quad (17)$$

Для встановлення і уточнення границь тектонічних плит в окремих роботах застосовується іноді такий параметр [Kreemer et al., 2003]:

$$E_2 = \sqrt{\dot{\epsilon}_{\varphi\varphi}^2 + \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda}^2 + 2\dot{\epsilon}_{\varphi\lambda}^2}, \quad (18)$$

що являє собою звичайну евклідову норму матриці (1) і суттєво відрізняється від загальноприйнятого другого інваріанта (5).

Розглянемо знаходження положень власних векторів. Оскільки власні значення A_1 і A_2 тензора (1) або (14) відповідають власним векторам $\mathbf{\Lambda}_1$ і $\mathbf{\Lambda}_2$, то останні можна знайти як нетривіальний розв'язок однорідної (сингулярної) системи алгебраїчних рівнянь

$$(\mathbf{S}_V - A_j \mathbf{E}) \cdot \mathbf{\Lambda}_j = 0, \quad (19)$$

де \mathbf{E} – (2×2)-одична матриця. Розглянемо матрицю системи (19) у векторній формі

$$\mathbf{S}_V - A_j \mathbf{E} = [\mathbf{s}_1 - A_j \mathbf{e}_1, \mathbf{s}_2 - A_j \mathbf{e}_2], \quad (20)$$

де кожний допоміжний вектор \mathbf{s}_i представляє i -й стовпчик матриці \mathbf{S}_V :

$$\mathbf{s}_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\chi} - \dot{\gamma}_1 \\ \dot{\gamma}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}_2 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\gamma}_2 \\ \dot{\chi} + \dot{\gamma}_1 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

а \mathbf{e}_1 і \mathbf{e}_2 – одиничні вектори прийнятої горизонтальної локальної системи координат.

Отже, система лінійних рівнянь (19) забезпечує такі дві умови ортогональності:

$$(\mathbf{s}_i - \Lambda_j \mathbf{e}_i, \Lambda_j) = 0, \quad (i=1,2), j = \text{const}, \quad (22)$$

Отже, кожний власний вектор Λ_j буде нормальним до такої площини, в якій розміщені всі допоміжні вектори $\mathbf{s}_i - \Lambda_j \mathbf{e}_i$ для кожного фіксованого $j = \text{const}$. Трансформація матриці $\mathbf{S}_V - \Lambda_j \mathbf{E}$ в систему головних осей (Λ_1, Λ_2) приводить до співвідношення

$$\mathbf{S}_V - \Lambda_j \mathbf{E} \Rightarrow \begin{pmatrix} \Lambda_1 - \Lambda_j & 0 \\ 0 & \Lambda_2 - \Lambda_j \end{pmatrix} \quad (23)$$

і для кожного $j=1, 2$ ми отримуємо

$$\text{rank}(\mathbf{S}_V - \Lambda_j \mathbf{E}) = 1, \quad \text{якщо} \quad \Lambda_1 > \Lambda_2. \quad (24)$$

Результат (24) відображає той факт, що існує лише один лінійно незалежний вектор на множині $\mathbf{s}_i - \Lambda_j \mathbf{e}_i$ при кожному фіксованому $j=1, 2$. Отже, можна отримати власний вектор Λ_j як векторний добуток відповідних лінійно незалежних векторів $\mathbf{s}_i - \Lambda_j \mathbf{e}_i$. Найбільш ефективний і простий розв'язок можна сформулювати за аналогією з тривимірним випадком (Marchenko, 2003), обчисливши векторний добуток

$$\mathbf{Z}_j = (\mathbf{s}_1 - \Lambda_j \mathbf{e}_1) \times (\mathbf{s}_2 - \Lambda_j \mathbf{e}_2), \quad (25)$$

який після стандартної нормалізації кожного вектора \mathbf{Z}_j набере форми:

$$\Lambda_j = \mathbf{Z}_j / \sqrt{(\mathbf{Z}_j, \mathbf{Z}_j)}, \quad (26)$$

для визначення кожного власного вектора Λ_j при $j=1, 2$. Перетворення (25) дозволяє представити ненормований власний вектор у простому вигляді

$$\mathbf{Z}_j = \mathbf{P} + \Lambda_j \mathbf{s} + \Lambda_j^2 \mathbf{e}, \quad (27)$$

де прийнято такі позначення

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \mathbf{s}_1 \times \mathbf{s}_2, \mathbf{s} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2, \\ \mathbf{e} &= \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 = [1 \ 1]^T \end{aligned} \quad (28)$$

Хоча отримані рівняння (26)–(28) дають строгий розв'язок задачі, практичне використання такого підходу може вважатися обґрунтованим, мабуть, починаючи з тривимірного випадку визначення деформацій земної поверхні у 3D-просторі. Для тензора деформацій, що вивчається

на сфері у 2D-просторі, є набагато простіші залежності, які дають змогу провести повне оцінювання точності власних значень і положень головних осей на основі відомого тензора деформацій і його коваріаційної матриці.

Відзначимо тому, що власні значення Λ_1 і Λ_2 тензора (1) або (14) набувають змісту в цьому випадку швидкостей головних деформацій, які відповідають векторам швидкостей найбільшого Λ_1 і найменшого Λ_2 розширення (стиску) у двох головних напрямках. У цьому випадку головні вектори характерні тим, що саме ці напрями вільні від деформацій зсуву. Азимут α_1 першої головної осі Λ_1 просто обчислити за формулою (29), а азимут α_2 другого головного напрямку Λ_2 визначається з умови, що головні осі перпендикулярні одна одній

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\dot{\gamma}_2}{\dot{\gamma}_1} \right), \quad \alpha_2 = \alpha_1 + \pi/2, \quad (29)$$

$$\beta_{1,2} = \alpha_1 \pm \pi/4, \quad (30)$$

де $\beta_{1,2}$ – азимут найбільшого та найменшого зсуву. Напрямок найбільшого зсуву відповідає бісектрисі кута між векторами Λ_1 і Λ_2 .

Іноді для вивчення поля деформацій використовують ще одну інваріантну характеристику або так званий максимальний зсув $\nu = \Lambda_1 - \Lambda_2$ [Vaníček et al., 2008]). Неважко отримати на основі (6), що $\nu = \dot{\gamma}$, і зауважити, що ці поняття ідентичні у випадку тензора деформацій, який розглядається у двовимірному просторі. Отже, після визначення максимального Λ_1 (рис. 5) і мінімального Λ_2 (рис. 6) власних чисел ми можемо знайти такі найважливіші інваріантні характеристики поля швидкості деформацій, які не залежать від лінійних перетворень вибраної системи координат (повороту та зсуву). По-перше – це швидкість середнього розширення (стиску) поверхні регіону $\dot{\gamma}$ (швидкість дилатації), яка подана на рис. 7. Рис. 8 ілюструє швидкість максимального $\nu = \Lambda_1 - \Lambda_2$ або загального зсуву $\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{\gamma}_1^2 + \dot{\gamma}_2^2}$ (оскільки $\nu = \dot{\gamma}$), яка обчислюється за наявності максимального Λ_1 і мінімального Λ_2 власних чисел.

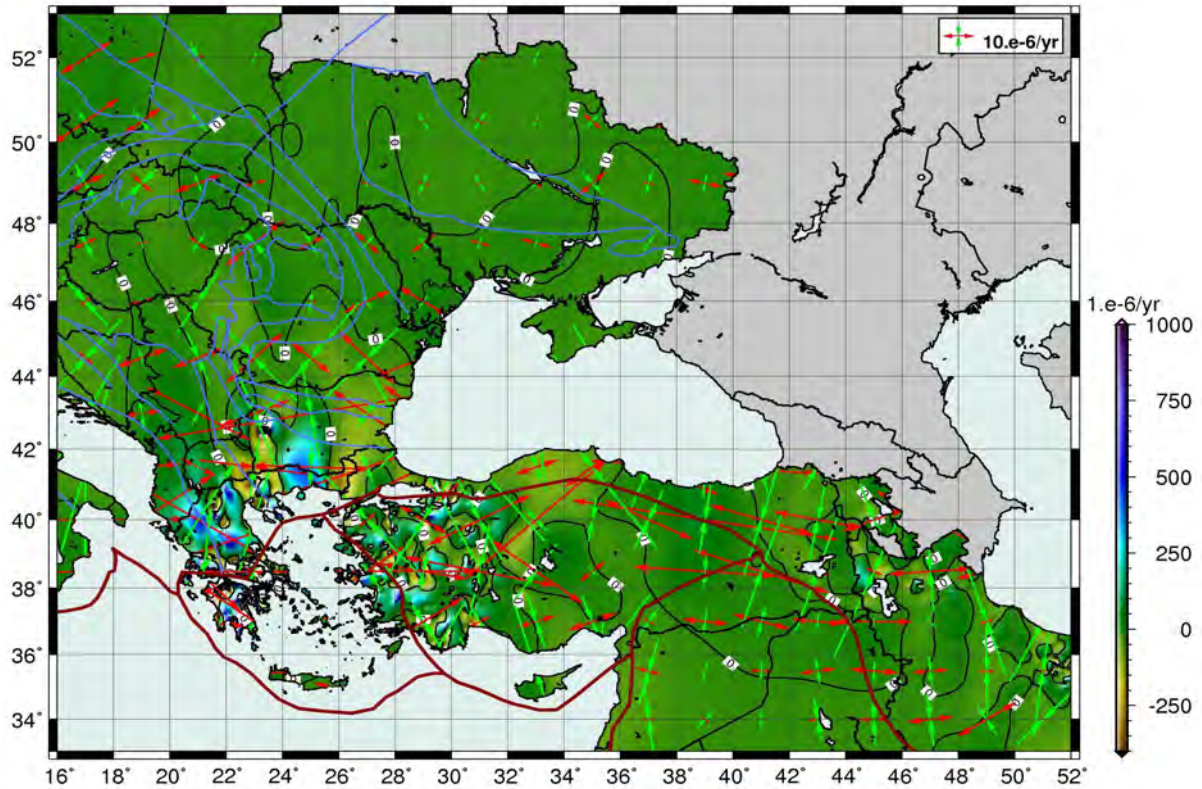


Рис. 7. Швидкість дилатації [10^{-6} /рік] відносно Євразійської плити;
 (2) – напрями α_1 , α_2 головних деформацій, які характеризують (\leftrightarrow) розширення і ($\rightarrow\leftarrow$) стиск регіону; (—) – геологічні межі та структури; (—) – границі тектонічних плит

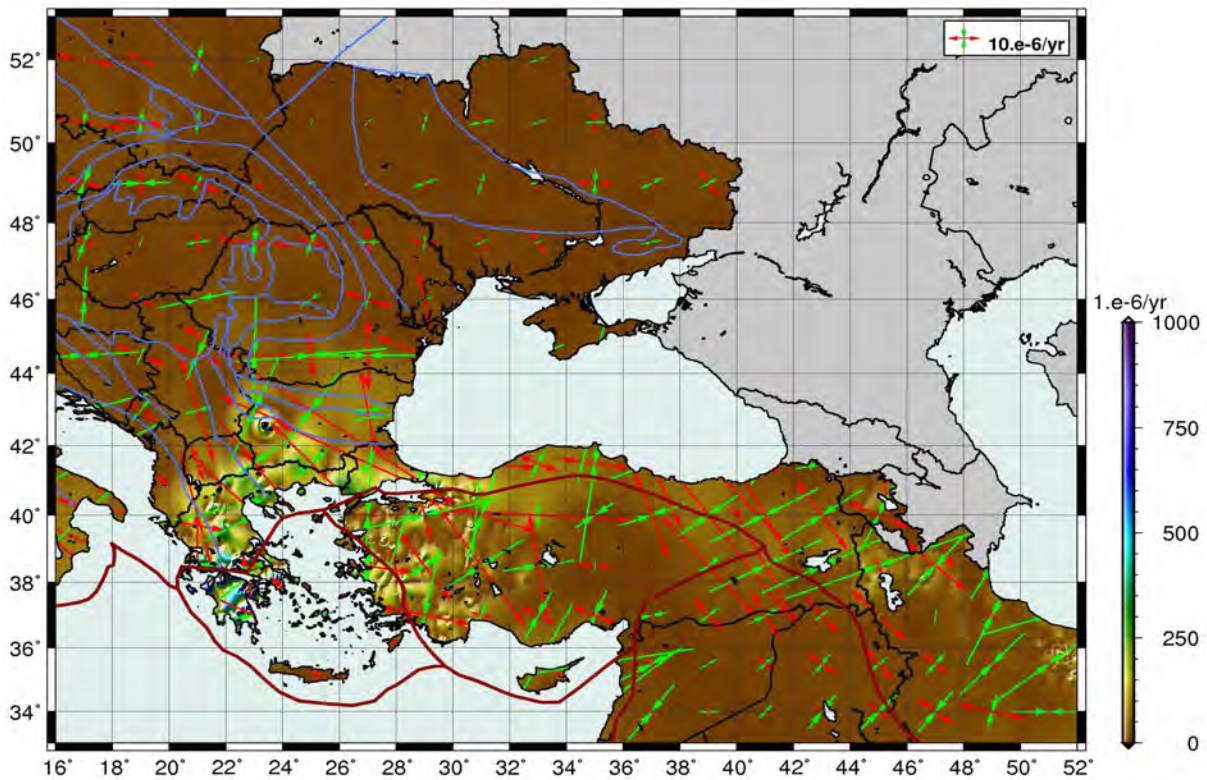


Рис. 8. Швидкість максимального зсуву [10^{-6} /рік] відносно Євразійської плити;
 (2) – азимуту β_1 найбільшого (\leftrightarrow) та β_2 найменшого ($\rightarrow\leftarrow$) зсуву;
 (—) – геологічні межі та структури; (—) – границі тектонічних плит

Висновки

1. Обчислено цифрову модель лінійних швидкостей горизонтальних рухів земної поверхні для регіону Південно-Східної Європи. Розвинуто теорію визначення 2D-компонент тензорів швидкостей деформацій на основі аналітичного розв'язку для знаходження власних чисел та власних векторів разом зі строгим оцінюванням їх точності. Побудовано модель тензора швидкості горизонтальних деформацій для регіону Південно-Східної Європи (території України, Греції, Болгарії, Румунії, Туреччини та Ірану).

2. Побудовано модель тензора швидкості обертань \mathbf{W} для регіону Чорного моря, яка дає можливість зробити певні висновки. Оскільки твердість тектонічної плити моделюється через просторові похідні від лінійної швидкості, які дорівнюють нулю для тих регіонів, що лежать на одній плиті (мають однакову швидкість), то будь-яка область, для якої умова $\mathbf{W} = 0$ виконується (лінійна швидкість=const), трактується як регіон, що не деформується. Для таких країн, як Греція, Болгарія, Румунія, Туреччина та Іран, ця умова не виконується $\mathbf{W} \neq 0$, тому зазначені території інтерпретуються як складні регіони, що сильно деформуються.

3. На основі моделі компонент горизонтальних деформацій визначено головні значення і напрями деформацій земної кори досліджуваного регіону. Зауважимо, що швидкість максимального зсуву має найбільші значення в районах, прилеглих до границь тектонічних плит, і в регіонах Греції, Болгарії та Туреччини. Швидкість дилатації як швидкість відносного розширення (стиску) має найбільші за модулем величини також у районах вздовж границь тектонічних плит і в регіонах Греції, Болгарії, Румунії, Туреччини, та Ірану. Однак якщо для Греції характерним є розширення, то для Болгарії, Румунії, Туреччини та Ірану спостерігаються "вкраплення" і зон розширення, і зон стиску. Отже, регіон Чорного моря, який фактично розміщений на границі Євразійської плити, відзначається дуже складним характером деформацій земної кори.

Література

Висотенко Р. Визначення швидкостей зміни координат постійно діючих станцій і періодично діючих пунктів УПІМ ГНСС за результатами супутникових геодезичних спо-

стережень 1995–2007 років // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 2010. – С. 35–40.

Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – М.: Наука, 1951. – 427 с.

Марченко О., Третяк К., Серант О. Оцінка точності компонент тензора деформації // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 2010. – С. 41–43.

Bird P. An updated digital model of plate boundaries // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. – 2003. – Vol. 4, No 3, art. no. 1027, doi:10.1029/2001GC000252, 1–52.

DeMets C., Gordon R.G., Argus D.F., Stein S. Current plate motions // *Geophysical Journal International*. – 1990. – Vol. 101. – P. 425–478.

DeMets C., Gordon R.G., Argus D.F., Stein S. Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal timescale on estimates of current plate motions // *Geophys. Res. Lett.* – 1994. – Vol. 21. – P. 2191–2194.

England Ph., Molnar P. The field of crustal velocity in Asia calculated from Quaternary rates of slip on faults // *Geophys. J.* – 1997. – Int. 130. – P. 551–582.

Haines A. J., Holt W. E. A procedure for obtaining the complete horizontal motions within zones of distributed deformation from the inversion of strain rate data // *J. Geophys. Res.* – 1993. – Vol. 98. – P. 12057–12082.

Julliette L., Altamimi Z., Olivier J. Interpolation of the European velocity field using least squares collocation method // Paper presented at the EUREF Symposium 2006. Riga, Latvia, 14-17 June, 2006.

Kreemer C., Haines J., Holt W. E., Blewitt G. and Lavallee D. On the determination of a global strain rate model // *Earth Planets Space*. – 2000. – Vol. 52. – P. 765–770.

Marchenko A.N. A note on the eigenvalue – eigenvector problem. – In: Kühnreiber N. (Ed.), *Festschrift dedicated to Helmut Moritz on the occasion of his 70th birthday*. Graz University of Technology. Graz, 2003. – P. 143–154.

McCarthy D., Petit G. IERS Conventions (2003), IERS Technical Note No.32. Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, 2004.

Minster J.B., Jordan T.H. Present-day plate motions // *J. Geophys. Res.* – 1978. – 83, – P. 5331–5354.

Vaniček P., Grafarend E.W., Berber M. SHORT NOTE: Strain invariants // *Journal of Geodesy*. – 2008. – Vol. 82. – P. 263–268.

ПОЛЕ ЛИНЕЙНЫХ СКОРОСТЕЙ И ДВИЖЕНИЯ ЗЕМНОЙ КОРЫ В РЕГИОНЕ ЮГО-ВОСТОЧНОЙ ЕВРОПЫ

А.Н. Марченко, К.Р. Третяк, Н.П. Ярема, Б.Б. Джуман, И.С. Сидоров

Координаты и скорости GPS станций Юго-Восточной Европы использованы для получения 2D-поля горизонтальных скоростей и поля скоростей деформаций для этого региона (территории Украины, Болгарии, Румынии, Греции, Турции и Ирана). Первым этапом исследований стало развитие метода

конечных элементов на основе бикубической сплайн-функции на геосфере для интерполяции неравномерных GPS-данных на узлы регулярной сети. Второй этап – инверсия скоростей от данных GPS наблюдений к тензору скоростей деформаций. В заключение полученное полное решение на собственные числа и собственные векторы для тензора деформаций проанализировано с точки зрения тектонических процессов в исследуемом регионе.

Ключевые слова: тензор скорости деформации; тензор скорости вращения; современные движения земной коры; метод коллокации.

THE FIELD OF LINEAR VELOCITIES AND MOVEMENTS OF THE EARTH CRUST IN THE SOUTH-EASTERN EUROPE REGION

A.M. Marchenko, K.R. Tretyak, N.P. Yarema, B.B. Dzhuman, I.C. Sidorov

Coordinates and velocities of GPS-points in the South-East Europe were used to derive the 2D model of velocities and horizontal strain rate fields of the region (the territory of Ukraine, Bulgaria, Romania, Greece, Turkey and Iran). The first step of studies consists of the development of the finite element approach based on the bicubic spline functions for the building of the regular grid data via scattered geodetic network. The second one represents the inversion of velocities from GPS observations data to the strain rate tensor. Finally the eigenvalue/eigenvector problem was considered in the South-East Europe area especially for possible improvements of the Aegean, Greek, Arabian and Eurasian tectonic plates.

Key words: strain rate tensor; rotation rate tensor; modern movements of the earth's crust; collocation method.