

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І ВИЗНАЧЕННЯ ФАКТИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ ДОВГОМІРНИХ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ З ГНУЧКИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

© Гелетій В.М., 2008

Розглянуто комп'ютерне моделювання статичних і динамічних процесів довгомірних металоконструкцій з гнучкими елементами. Розрахунково-експериментальний метод визначення фактичних зусиль в елементах таких систем ґрунтується на аналізі чутливості статичних і динамічних характеристик системи. Наведено метод визначення параметрів демпфування дискретних моделей таких систем. Описано метод ефективності демпфування та раціонального розміщення демпферів.

The long-sized metal constructions with flexible filaments and computer simulation of its static and dynamical processes are considered. The paper concerns the static and dynamical sensitivity analysis this systems and calculation-experimental determination of loads metal constructions. In this work the method of determination of damping parameters of discrete mechanical systems has been presented. The described method is effective in determining of parameters and position of dampers.

Постановка проблеми. Довгомірні металоконструкції з гнучкими елементами, такі як вантові трубопровідні переходи та мости, канатні витяги, вантажопідіймальні машини і конвеєри є складними статично не визначеними системами з багаторічним терміном експлуатації. Визначення фактичних зусиль в елементах таких систем разом з визначенням їх фактичної несучої здатності є актуальним при проведенні модернізації та визначенні залишкового ресурсу цих об'єктів.

Аналіз відомих досліджень і публікацій. Розрахунку конструкцій з гнучкими елементами присвячена значна кількість робіт [1, 2]. Найчастіше розглядалася задача визначення форми гнучкого елемента під дією власної ваги і корисного навантаження. Обернена задача визначення фактичних навантажень за формою кривої гнучкого елемента ще не розв'язана. Недостатньо досліджені динамічні процеси довгомірних металоконструкцій з гнучкими елементами, а також питання демпфування коливань таких систем.

Основний матеріал. Демпфування пружних коливань таких механічних систем при перехідних режимах роботи істотно впливає на динамічні навантаження в елементах системи і тривалість їх дії. Особливо значним є вплив демпфування коливань на величину динамічних навантажень при багаторазовому збудженні, яке характерне для роботи вантажопідіймальних кранів або дії вітрових навантажень на будівельні вантові конструкції. Від тривалості дії динамічних навантажень, яка визначається загасанням коливань, залежить накопичення втомних пошкоджень в металоконструкціях, а також шкідлива дія коливань на оператора. В роботі розглянуті питання визначення дисипативних характеристик механічних систем методом математичного і комп'ютерного моделювання.

Природа сил опору, які викликають розсіяння енергії при коливаннях, досить складна. В основному це конструктивне демпфування, причому найбільше поглинають коливальну енергію канати і опорні елементи. Оцінку розсіяння енергії у цих елементах отримано експериментальним шляхом. Встановлено, що їхні поглинальні властивості практично не залежать від частоти коливань. Тому для кількісного оцінювання інтенсивності демпфування використовують коефіцієнт поглинання ψ або пов'язаний з ним логарифмічний декремент коливань δ . Досліджуючи нестационарні вимушені коливання систем з багатьма степенями вільності, найзручніше нелінійні дисипативні сили подати у вигляді в'язкого опору.

За наявності в'язкого опору рівняння власних коливань лінійної системи з багатьма степенями вільності мають вигляд

$$A \cdot \ddot{Y} + B \cdot \dot{Y} + C \cdot Y = 0, \quad (1)$$

де A і C – матриці інерційних і квазіпружних коефіцієнтів; B – матриця коефіцієнта в'язкого опору. Побудова пружнов'язкої моделі механічної системи полягає у визначенні коефіцієнтів матриці B . Вважається, що A і C визначені попередньо.

Коефіцієнти еквівалентного демпфування вибирають так, щоб вихідна і замінююча схеми мали однакову поглинальну властивість. Для моногармонічних коливань з частотою ω вигляду $y = a \cdot \cos(\omega t)$ коефіцієнт еквівалентного демпфування визначається порівнянням енергій розсіяння лінійного еквівалентного демпфера $\psi = \pi a^2 \omega b$ і вихідного дисипативного елемента, який має коефіцієнт поглинання Ψ , $\Psi = 1/2 \psi c a^2 p$. Порівнюючи ці величини, отримуємо еквівалентний коефіцієнт опору

$$b = \Psi c / (2\pi\omega). \quad (2)$$

Коефіцієнт поглинання і логарифмічний декремент коливань пов'язані залежністю $\Psi = 2\delta$.

Для полігармонічного пружного демпфування елементів механічної системи еквівалентний коефіцієнт в'язкого опору можна наближено визначити, вважаючи, що частоти коливань значно відрізняються і практично не залежать від дисипативних сил.

За аналогією з (2) еквівалентний коефіцієнт опору можна подати у вигляді

$$b = \Psi c / (2\pi\omega_1 k_1), \text{ де } k_1 = \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_j}{a_1} \right)^2 \times \left(\frac{\omega_j}{\omega_1} \right) : \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_j}{a_1} \right)^2 \times \left(\frac{\omega_j}{\omega_1} \right)^2. \quad (3)$$

Використовуючи допущення про слабе демпфування, співвідношення a_j / a_1 і ω_j / ω_1 можна взяти з результатів динамічного розрахунку без врахування демпфування.

Коефіцієнт демпфування і частоти власних коливань системи, яка описана рівнянням (1), визначаються як корені характеристичного рівняння

$$\det(A \cdot \lambda^2 + B \cdot \lambda + C) = 0. \quad (4)$$

Система з n степенями вільності має $2n$ характеристичних показників $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{2n}$, які є або дійсними, або комплексно-спряженими. Дійсні складові є коефіцієнтами демпфування, а уявні за модулем відповідають власним частотам демпфованої системи. Перетворимо систему рівнянь (1) до нормальної форми

$$\dot{Z} = D \cdot Z, \text{ де } Z = \begin{bmatrix} \dot{Y} \\ Y \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -A^{-1}B & -A^{-1}C \\ E & O \end{bmatrix} \quad (5)$$

Задачу у вигляді (5) можна привести до стандартної алгебричної задачі на власні значення

$$\det(D + E \cdot \lambda + C) = 0. \quad (6)$$

Для розв'язування задачі визначення власних чисел матриці розроблено числові методи, орієнтовані на використання комп'ютера. У роботі використано метод, оснований на попередньому обчисленні коефіцієнтів характеристичного полінома і подальшому числовому розв'язанні алгебричного рівняння. Для задач про загасання механічних коливань характерна добра обумовленість відповідних поліномів, а оснований на них алгоритми виявились економічними і точними.

Досить ефективний наближений метод визначення коефіцієнтів демпфування може бути побудований на основі розкладання дисипативної матриці за формами власних коливань недисипативної системи.

Введемо нові координати рівняння (1), пов'язані з вихідним співвідношенням $Y = VQ$, де V – нормована матриця власних форм коливань недисипативної системи. У цьому випадку справедливі співвідношення

$$V^t \cdot B \cdot V = E, \quad V^t \cdot C \cdot V = \text{diag}(\omega_i^2), \quad V^t \cdot A \cdot V = D. \quad (7)$$

Матриця D у загальному випадку не діагональна, і перетворені рівняння руху виявляються пов'язаними

$$\dot{E}Q + D\dot{Q} + \text{diag}(\omega_i^2) = 0. \quad (8)$$

Нормальні координати для дисипативної системи, яка описується рівняннями (1), існують тільки при обмеженнях, які накладені на співвідношення між елементами матриць A , B , C . Однак, штучне приведення матриці демпфування до діагональної форми звичайно не має фізичної основи. В праці Хесельмана показано, що рівняння руху (1) можуть розглядатися як динамічно не пов'язані, навіть якщо дисипативна матриця у нормальних координатах не є діагональною за умови, що частоти достатньо відрізняються і відповідають умовам слабкого дисипативного зв'язку. Ці умови ґрунтовані на порівнянні діагональних і недіагональних елементів перетвореної комплексної динамічної матриці рівняння (1) і утворюють матрицю коефіцієнтів зв'язку форм коливань. Для різних числових значень поглинальних характеристик елементів на прикладі баштового крана побудовані матриці цих коефіцієнтів, які практично задовольняють умови слабкого дисипативного зв'язку. Відповідно в рівняннях (8) можна нехтувати недіагональними елементами матриці D і розглядати рівняння (8) як не пов'язані

$$\ddot{q}_i + d_{ii}\dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Коефіцієнти демпфування ε_i і власні частоти коливань ω_i дисипативної системи відповідно дорівнюють

$$\varepsilon_i = d_{ii} / 2, \quad \omega_i = (\omega_i^2 - \varepsilon_i^2)^{1/2} \quad (10)$$

Визначення коефіцієнтів демпфування вищевикладеними методами здійснювалося числово на комп'ютері. Розроблена система програм реалізує обчислювальні процедури точного і наближеного методів.

Проведені конкретні розрахунки показали, що значення отриманих обома методами коефіцієнтів демпфування з високою точністю (особливо для перших чотирьох частот) збігаються. Однак, в обчислювальному плані метод розкладання дисипативної матриці за власними формами виявляється значно ефективнішим порівняно з точним методом, що особливо важливо при проведенні багато-варіантних розрахунків і оптимізації параметрів. Крім того, розв'язок рівнянь (9) дає змогу використати метод головних координат для визначення пружних переміщень і зусиль в елементах розрахункової схеми за наявності демпфування і досліджувати можливості ефективного гасіння коливань.

Висновки. Розроблені автором математичні моделі довгомірних металоконструкцій дають змогу описувати балкові елементи зі змінними за довжиною параметрами, визначати частоти і форми їх власних коливань та амплітудно-частотний спектр динамічних навантажень, а також проводити їхні статичний розрахунок з врахуванням геометричної нелінійності, пов'язаної зі значними деформаціями елементів, та розрахунок на стійкість.

За розробленими моделями і алгоритмами можна ефективно проводити комп'ютерне моделювання статичного і динамічного навантаження таких систем і за допомогою методу чутливості вибирати з множини параметрів системи ті, експериментальні виміри яких є найінформативніші для визначення фактичних зусиль в елементах системи.

1. Тимошенко С.П. *Колебания в инженерном деле.* – М.: Наука, 1967. – 444 с. 2. Смирнов В.А. *Висячие мосты больших пролетов.* – М.: Высш. школа, 1975. – 368 с. 3. Гелетій В.М. *Дослідження демпфування коливань металоконструкцій з канатними елементами // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів і конструкцій.* – Львів, 1998. – Вип. 3. – С. 442–446. 4. Гелетій В.М. *Розрахунково-експериментальне визначення фактичних навантажень довгомірних металоконструкцій з канатними елементами // Тези доп. VIII Міжнародного симпозіуму українських інженерів-механіків у Львові.* – Львів, 2007. – С. 161.