

# Нестационарні коливання споруди з керованим демпфером в механізмі сейсмоамортизації при імпульсному інерційному навантаженні

М.П. Плахтійенко<sup>1</sup>, А.Т. Забуга<sup>1</sup>

*Annotation* – The influence of damper with control in acceleration on the vibrations of building in the mechanism of seismoabsorbing is considered.

*Key words* – rigid body, mechanism of seismic isolation, controlled by acceleration damper, impulsive loading.

## I. ВСТУП

Досліджується динаміка споруди у формі твердого тіла, що містить механізм сейсмоізоляції, облаштований електромагнітним керованим сейсмомодератором. Керований ефект досягається за рахунок сили притиску  $N(I)$  осердя електромагніта **ЕМ** до феромагнітної поверхні ковзання. Сила притиску  $N(I)$  залежить від величини знакопостійного струму  $I$  в обмотці якоря. Сигнал управління струмом доставляється акселерометром, встановленим на коливальному об'єкті.

## II. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОБ'ЄКТУ ТА ЇЇ АНАЛІЗ

З використанням якоря із магнітожорсткого матеріалу при знакопостійному струмі в котушці **ЕМ** залежність  $N(I)$  може бути наближено виражена лінійною функцією

$$N(I) = n_0 + n_1 I, \quad n_0 > 0, \quad n_1 > 0.$$

При цих умовах система диференціальних рівнянь, що описує динаміку розглядуваної системи, має вигляд

$$m\ddot{x} + f N(I) \text{sign} \dot{x} + cx = -m\ddot{\xi}(t), \quad (1)$$

$$T \frac{dI}{dt} + I = k \left| \frac{d^2 x}{dt^2} \right|, \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = v_0, \quad I(0) = I_0,$$

де  $m, f, c, T, k$  – додатні параметри;  $x, \xi(t)$  – горизонтальне відносне і переносне відхилення системи від положення рівноваги (в системі координат  $Oxy$  вісь  $Ox$  – горизонтальна, вісь  $Oy$  – вертикальна). При малих значеннях постійної часу  $T$  розглядувана система є сингулярно збуреною. При  $T=0$  маємо породжувальну систему другого порядку, яка набирає достатньо «екзотичного» вигляду

$$\ddot{x} [1 + \lambda_a \text{sign}(\dot{x} \cdot \ddot{x})] = -n_0 \text{sign} \dot{x} - \omega^2 x + e(t). \quad (2)$$

$$\omega^2 = c/m, \quad e(t) = -\ddot{\xi}(t), \quad \lambda_a = f k n_1 / m < 1.$$

Це диференціальне рівняння є нелінійним відносно старшої похідної і має розривні ліву і праву частини. Побудовано точний та наближений розв'язки рівняння (2) при  $e(t) = 0$ . Останній має вигляд

$$x(t) = Uq^{t/T_{\text{эф}}} \cos(\Omega_{\text{эф}} t + \alpha), \quad \Omega_{\text{эф}} = 2\pi/T_{\text{эф}},$$

$$T_{\text{эф}} = \frac{\pi}{\omega} (\sqrt{1 + \lambda_a} + \sqrt{1 - \lambda_a}), \quad q = (1 - \lambda_a)/(1 + \lambda_a),$$

$$U = a_0 \sqrt{V^2 + 1}, \quad \alpha = \arccos(1/\sqrt{V^2 + 1}), \quad a_0, v_0 - \text{const},$$

$$V = V(a_0, v_0, T_{\text{эф}}, q) = \left( \ln q - \frac{T_{\text{эф}} v_0}{a_0} \right) / (2\pi).$$

Рівняння (2) можна представити у формі Коші

$$\begin{cases} \dot{y} = -\frac{\omega^2 x + n_0 \text{sign} y - e(t)}{1 - \lambda_a \text{sign}(y(\omega^2 x + n_0 \text{sign} \dot{x} - e(t)))}, \\ \dot{x} = y. \end{cases} \quad (3)$$

$$x(0) = x_0, \quad y(0) = \dot{x}(0).$$

Тут повинно бути  $|\omega^2 x - e(t)| > n_0$  при  $y(t) = 0$ . Якщо  $|\omega^2 x - e(t)| < n_0$  та  $\dot{x} = y = 0$  для  $t \in [t_i, t_{i+1}]$ , коливальна система потрапляє в зону застою, тоді на відріжку часу  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$  замість останніх двох рівнянь будемо мати такі  $\dot{y} = 0, \dot{x} = 0$  з початковими умовами  $y(t_i) = 0, x(t_i) = \text{const}$ .

На основі системи (3) досліджено явище подвійного нестационарного фазочастотного резонансу (ПНФЧР) системи з акселеративно-фрикційним демпфером при імпульсно-трикутному інерційному збуренні [5].

Подібне явище при полігармонійному збуренні, що експоненціально затухає, для системи (3) було досліджено в роботі [2].

Для аналітичного вираження трикутних імпульсів використаємо апарат асимптотичних  $2^3$  – періодичних функцій  $f_c(\sigma)$  [3]. Вони є частинним випадком періодичних функцій, заданих на замкнених траєкторіях з групою симетрій  $L_4 4PC$  [4]. Ці траєкторії описуються

рівнянням  $|x|^p + |y|^p = 1, 0 < p < \infty$ . При  $p \rightarrow 0$  отримуємо функції  $f_c(\sigma), f_s(\sigma), f_c(\sigma) = f_c(-\sigma), f_s(\sigma) = -f_s(-\sigma), f_c(\sigma) = f_c(\sigma + 8), f_s(\sigma) = f_s(\sigma + 8)$ .

Функція  $f_c(\sigma)$  має таке аналітичне визначення

<sup>1</sup>Інститут механіки ім.С.П. Тимошенка НАН України, вул. П. Несторова, 3, Київ, Україна, E-mail: model@inmech.kiev.ua

$$f_c(\sigma) = f_c(\bar{\sigma}) = \begin{cases} 1 - |\bar{\sigma}| & |\bar{\sigma}| \in [0, 1], \\ 0 & |\bar{\sigma}| \in (1, 3], \\ 3 - |\bar{\sigma}| & |\bar{\sigma}| \in (3, 4], \\ -5 + |\bar{\sigma}| & |\bar{\sigma}| \in (4, 5], \\ 0 & |\bar{\sigma}| \in (5, 7], \\ -7 + |\bar{\sigma}| & |\bar{\sigma}| \in (7, 8]. \end{cases}$$

$$\bar{\sigma} = \sigma - E(\sigma/8) \cdot 8,$$

Тут  $E(\sigma)$  – ціла частина числа  $\sigma$ .

Отримано графічні зображення процесів  $F_M(t)$ , побудованих за формулою

$$F_M(t) = \sum_{n=1}^M a_n f_c(v_n t + \alpha_n) \cdot L(\lambda_n t), \quad (4)$$

де  $L(\lambda_n t) = (1 + \lambda_n t)^{-1}$  – множник, що відображає затухання доданків останньої суми.

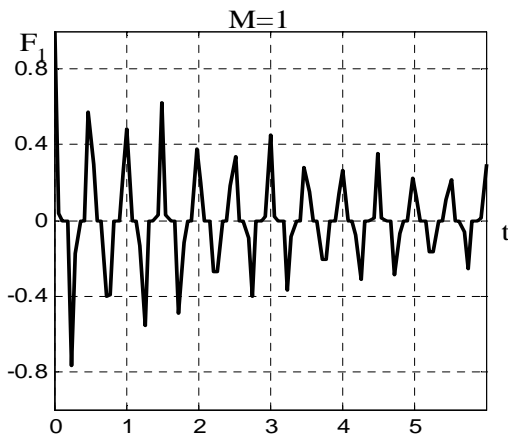


Рис. 1. Одночастотне імпульсно-трикутне збудження

При  $e(t) = -\ddot{\xi}(t)$  в рівнянні (3), обчислено динамічний коефіцієнт системи за прискоренням згідно формули

$$\mu = \mu(T_c) = \frac{\max_t |\ddot{x}(t) + \ddot{\xi}(t)|}{\max_t |\ddot{\xi}(t)|}, \quad T_c = 2\pi / \omega.$$

Для ілюстрації якісної відмінності поліімпульсного і полігармонійного збудження нелінійної системи (3) числовим інтегруванням системи були отримані графіки залежності  $\mu = \mu(T_c)$  для двох випадків реалізації збудження  $e(t)$ :

$$e(t) = -\sum_{n=1}^M a_n \exp(-\lambda_n t) \cos(v_n t + \alpha_n) = e_1(t)$$

$$e(t) = -F_M(t) = e_2(t).$$

Установлено, що при моногармонійному збудженні

реалізується тільки один пік залежності  $\mu(T_c)$  при  $T_c \approx T_1$ . В разі двоімпульсного збудження спостерігаємо три резонансні піки. Два пікових значення при  $T_c < T_1$  відповідають нелінійним резонансам демультіплікаційного виду.

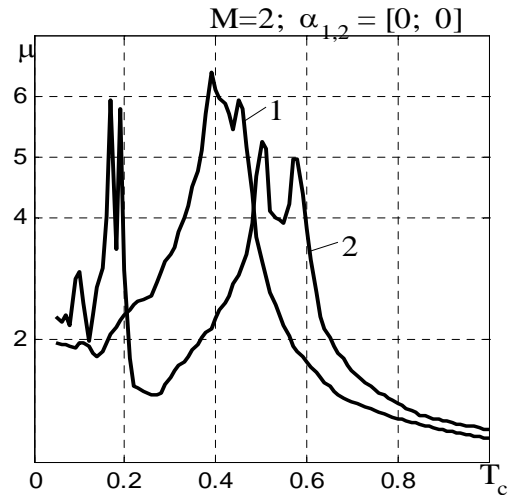


Рис. 2. Двочастотне гармонійне (1) та імпульсно-трикутне (2) збудження нелінійної системи (3).

### III. ВИСНОВОК

Досліджено явище подвійного нестационарного фазочастотного резонансу при імпульсно-трикутному інерційному збудженні та виявлені демультіплікаційні резонанси споруди з керуванням за прискоренням демпфером в механізмі сейсмоамортизації.

### СПИСОК ПОСИЛАНЬ

- [1]. Плахтиенко Н.П., Забуга А.Т. “Нелинейная динамика системы твердых тел с управляемыми электромагнитными демпферами в механизме сейсмоизоляции”, *Прикл. механика*, т. 46, № 9, сс.111 – 122, 2010.
- [2]. Плахтиенко Н.П. “Моделирование механической колебательной системы с управляемым по ускорению фрикционным электромагнитным демпфером”, *Прикл. механика*, т. 47, № 1, сс.119 – 130, 2011.
- [3]. Плахтиенко М.П. Асимптотичні періодичні функції на замкнених симетричних траєкторіях. Тринадцята Міжнародна наукова конференція ім. М. Кравчука 13–15 травня 2010 року, Київ. Матеріали конференції II. Тези доповідей, с. 216.
- [4]. Плахтиенко М.П. “Періодичні функції на замкнених траєкторіях з групою симетрій  $L_4$ 4PC”, *Доповіді Національної академії наук України*, № 4, сс.36 –43, 2008
- [5]. Plakhtienko N.P. “Double Transient Phase-Frequency Resonance in Vibratory System”, *Int. Appl. Mech*, vol. 38, N 1, pp.113 – 120, 2002.