

Про невизначеність в задачах комбінаторної оптимізації та способи її вирішення

Н.К. Тимофієва¹

Abstract – The classification of the uncertainties in the problem of combinatorial optimization is present. Some methods of its decision are offered.

Ключові слова – Комбінаторна оптимізація, невизначеність в комбінаторній оптимізації, цільова функція, комбінаторна конфігурація, самоналагоджувальний алгоритм.

I. ВСТУП

В більшості задач комбінаторної оптимізації в тому чи іншому вигляді має місце невизначеність різної природи, тобто розв'язання задач з урахуванням різного її виду є загальним випадком, а прийняття рішень без їхнього урахування – частковим випадком. В літературі розглядають невизначеність, пов'язану з неповною вхідною та поточною інформацією, а також з нечіткими вхідними даними. Але невизначеність в цих задачах виникає і внаслідок особливої структури множини комбінаторних конфігурацій, які є аргументом цільової функції, та способу її моделювання. Розглянемо деякі з них детальніше.

II. КЛАСИФІКАЦІЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ В ЗАДАЧАХ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

В задачах комбінаторної оптимізації виділимо такі види невизначеності: I) невизначеність, пов'язана з неоднозначністю результату, одержаного за змодельованою цільовою функцією; II) ситуація невизначеності має місце при виборі способу оцінки точності роботи певного алгоритму; III) невизначеність виникає внаслідок особливої структури множини комбінаторних конфігурацій, що є аргументом цільової функції; IV) невизначеність, яка виникає внаслідок неповної вхідної та поточної інформації.

Невизначеність I виду. В задачах з нечіткими вхідними даними необхідно вводити міри подібності, які тут відіграють основну роль і від правильного вибору яких залежить сам результат. Одержаний за змодельованою певним способом цільовою функцією глобальний розв'язок у них не завжди збігається з метою дослідження. Виникає невизначеність внаслідок неоднозначного результату, одержаного за цією функцією.

Невизначеність II виду. Оцінку точності розв'язання задачі при відомому глобальному оптимумі можна обчислювати за виразом $(1 - \frac{F_{\min}}{F(w)}) \cdot 100\%$, де F_{\min} –

глобальний мінімальний розв'язок задачі, $F(w)$ – одержаний мінімальний розв'язок задачі певним алгоритмом, w – аргумент цільової функції (комбінаторна конфігурація). Експеримент показує, що

чим більша розмірність задачі, тим менша похибка (у відсотках) одержаного результату по відношенню до глобального оптимуму. Але задачі комбінаторної оптимізації – перебірні і на великих розмірностях визначення глобального оптимального розв'язку повним перебором – практично неможливе. Тому при оцінці існуючими підходами точності результату, одержаного певним алгоритмом, виникає ситуація невизначеності.

Невизначеність III виду. Закономірність зміни значень цільової функції в задачах комбінаторної оптимізації залежить від упорядкування комбінаторних конфігурацій (аргументу) $w \in W$. Розглянемо структуру їхньої множини W . Підмножину $W_\eta \subset W$ назвемо підмножиною ізоморфних комбінаторних конфігурацій, якщо її елементи – ізоморфні комбінаторні конфігурації (комбінаторні конфігурації, кількість елементів у яких однакова, називаються ізоморфними). Множина W складається з підмножин ізоморфних комбінаторних конфігурацій W_η . На підмножині W_η цільова функція змінюється так, як і на множині перестановок. Множини A і B , якими задається певна задача, назвемо базовими. Числове значення зв'язків між елементами цих множин назвемо вагами, які є вхідними даними. Упорядкуємо підмножини $W_\eta \subset W$ (крім перестановок) починаючи з $\eta = 1$ і закінчуючи $\eta = n$ (η – кількість елементів у w , n – кількість елементів у множинах A , B).

Теорема 1. Якщо в задачах комбінаторної оптимізації множина W складається з підмножин W_η , а оптимізація проводиться за сумарним або середнім значенням ваг між елементами базової множини, то цільова функція на заданому вище упорядкуванні W_η в W – дискретна кусково-монотонна функція (відповідно неспадна або незростаюча).

Як впливає з теореми 1, ситуація невизначеності, яка пов'язана із структурою комбінаторних конфігурацій, виникає внаслідок того, що їхня множина складається з підмножин і на певному їхньому впорядкуванні закономірність зміни значень змодельованої цільової функції однаково незалежно від вхідних даних, а результат розв'язку задачі – неоднозначний.

Невизначеність IV виду. Прикладні задачі комбінаторної оптимізації, як правило, складні за своєю природою і розділяються на підзадачі, для розв'язання яких розробляють незалежні алгоритми, за допомогою яких основна задача розв'язується послідовною роботою цих алгоритмів або вони працюють як вбудовані процедури в ітераційному режимі. В процесі роботи

¹ МННЗ з ITiC НАН та МОН України, пр. Ак. Глушкова, 40, Київ, 03680, МСП, УКРАЇНА, E-mail: Tymnad@gmail.com

такого алгоритму при переході від розв'язання однієї задачі до іншої при передачі інформації, яка є результатом розв'язку попередньої, на вхід іншого алгоритму з'являються нові, невизначені параметри, які необхідні для розв'язання наступної задачі і які неможливо задати у вхідних даних за умовою. Виникає проблема знаходження параметрів в умовах невизначеності.

III. ПРО СПОСОБИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Одним із способів вирішення ситуації невизначеності є використання розв'язних задач, для яких відомий аналітичний спосіб знаходження глобального розв'язку. Вирішення невизначеності I виду покажемо на прикладі розпізнавання мовних сигналів. Сигнали, які відповідають одному і тому ж слову, промовленому багато разів одним і тим же диктором або різними дикторами, відрізняються між собою. Таких різних варіантів може бути нескінченна кількість тому, що складові слова – фонемі утворюються комбінацією елементів мовного тракту і утворюють комбінаторну конфігурацію – розміщення з повтореннями. Звідси має місце нечіткість вхідних даних. Якщо підмножини фонем утворені комбінацією різних елементів мовного тракту і вони не перетинаються, то для них існує міра подібності, яка дозволяє визначити глобальний розв'язок. Ця задача є розв'язною і невизначеність в ній зведена до мінімуму. Якщо підмножини фонем утворені комбінацією як однакових так і різних елементів мовного тракту і вони перетинаються, то для них за вибраною мірою подібності можна одержати неоднозначний результат.

Для вирішення невизначеності II виду використаємо розв'язний випадок, який задається двома системами перестановок (a), (b) і $\sum ab$. Якщо послідовність a упорядкована від меншого значення її елементів до більшого, то глобальний мінімум цільова функція набуває для перестановки b, елементи якої упорядковані від більшого їхнього значення до меншого, а глобальний максимум набуває для перестановки, елементи якої упорядковані від меншого значення до більшого.

Теорема 2. Значення цільової функції для задач комбінаторної оптимізації, аргументом якої є перестановка, знаходиться в межах:

$$\max_{\omega^* \in (b)} F(\omega^*) \geq F(\omega) \geq \min_{\omega^{**} \in (b)} F(\omega^{**}), \omega^*, \omega^{**} \in (b), \omega \in \Omega$$
 – розв'язок (перестановка) певної задачі, Ω – їхня множина.

У разі мінімізації значення цільової функції знаходиться в межах $\min_{\omega^* \in (b)} F(\omega^*) \leq F(\omega) < F^*$. У разі

максимізації – в межах $F^* < F(\omega) \leq \max_{\omega^{**} \in (b)} F(\omega^{**})$, де

$$F^* = \min_{\omega^* \in (b)} F(\omega^*) + \frac{\max_{\omega^* \in (b)} F(\omega^*) - \min_{\omega^{**} \in (b)} F(\omega^{**})}{v}, \quad v -$$

коефіцієнт зменшення області пошуку оптимального розв'язку, який уточнюється в процесі роботи алгоритму.

Для вирішення невизначеності III виду необхідно вводити кілька цільових функцій або оптимізацію проводити за кількома критеріями, які зводяться до зваженого критерію (лінійної згортки). Оптимізація проводиться самоналагоджувальним алгоритмом з урахуванням постійних і змінних критеріїв, які уводяться в процесі розв'язання задачі і впливають на прогнозування майбутніх результатів. Тобто, в процесі роботи алгоритму генерується додаткова поточна інформація (критерії якості) з урахуванням прогнозу майбутніх результатів.

Один із способів вирішення проблеми невизначеності IV виду є також розроблення самоналагоджувальних алгоритмів генерування параметрів, які необхідно задавати як вхідні дані для розв'язання чергової задачі і які неможливо задати на початку обчислювального процесу. Розглянемо цю ситуацію на прикладі розміщення різногабаритних модулів на платі.

Для автоматичної побудови моделі плати необхідно урахувати попередні результати розв'язання задачі на окремих етапах. Установочні позиції, які неможливо задати на вході, визначаються самоналагоджувальним алгоритмом розміщення різногабаритних модулів, у процесі роботи якого проводиться динамічна перебудова посадочних місць на платі. Суть цього алгоритму полягає у проведенні послідовних кроків, на кожному з яких задана множина об'єктів, що розміщуються, розбивається на блоки. На сформованому із найменших комірок координатної сітки регулярному полі позицій, розміщуються ці блоки. Цей процес проводиться до тих пір, поки не буде розміщено найменший за габаритами об'єкт. Обчислення координат посадочних місць для установки певного модуля проводиться згідно з виразами, у яких змінними параметрами є умовний тип модуля, тип його орієнтації, кількість виводів, відстань між виводами тощо. Модулі за типами класифікуються згідно з побудовою їхніх корпусів. Такий підхід дає можливість повністю автоматизувати розв'язання задачі розміщення різногабаритних модулів.

IV. ВИСНОВОК

Для вирішення ситуації невизначеності в задачах комбінаторної оптимізації, яка виникає внаслідок особливої структури множини комбінаторних конфігурацій, оцінка результату проводиться як за однією так і за кількома цільовими функціями, а також вирішується введенням в процесі розв'язання задачі змінних критеріїв. Також одним із способів прийняття рішень в умовах невизначеності є розроблення самоналагоджувальних алгоритмів. Завдяки цим алгоритмам генерується додаткова поточна інформація, яка впливає на прогнозування майбутніх результатів. Це дає можливість отримати оптимальний розв'язок, що збігається з метою дослідження.