УДК 519.21

Асимптотика генератора стрибкової оптимізації в марковському середовищі в схемі дифузійної апроксимації

Чабанюк Я. М., д.ф.-м.н., проф. каф. ПМ
Горун П. П., аспірант

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Стрибкова процедура стохастичної оптимізації (ПСО) з марковськими переключеннями в схемі дифузійної апроксимації задається співвідношенням

$$u^{\varepsilon}(t) = u + \sum_{k=0}^{\nu(t/\varepsilon^{1/\gamma})-1} a_k^{\varepsilon}\left(\nabla_b C(u_k^{\varepsilon}; x_k^{\varepsilon}) + \varepsilon^{-1} C_0(u_k^{\varepsilon}; x_k^{\varepsilon})\right),\ t \ge 0,\ u^{\varepsilon}(0) = u, \tag{1}$$

в позначеннях [1], $\nabla_b C(u,\cdot) = \{(C(u^+;\cdot) - C(u^-;\cdot))/2b(t)\}$, $u^{\pm} = u \pm b(t)$. Крім того, γ – показник нормування часу, $x_n = x(\tau_n), n \ge 0$ - вкладений ланцюг Маркова у рівномірно ергодичний марковський процес $x(t), t \ge 0$, у стандартному фазовому просторі станів $(X, \boldsymbol{X})$ з генератором Q [2] та потенціалом R_0. Функція регресії $C(u;x)$, $u \in R$, $x \in X$, задовольняє умову існування глобального розв'язку супроводжуючих систем $du_x(t)/dt = C'_u(u_x(t);x)$, $x \in X$, в припущенні єдиної точки екстремуму u^*. В (1) мають місце вкладеності $u_n^{\varepsilon} = u^{\varepsilon}(\tau_n^{\varepsilon})$, $x_n^{\varepsilon} = x(\tau_n^{\varepsilon})$, $a_n^{\varepsilon} = a/(\tau_n^{\varepsilon})^{\alpha}$, $\tau_n^{\varepsilon} = \tau_n/\varepsilon^{1/\gamma}$, $n \ge 0$, $\alpha \ge 1/2$.

Нормована ПСО (1) має вигляд: $v^{\varepsilon}(t) = t^{\gamma}\left(u^{\varepsilon}(t)/\varepsilon - C_0^{\varepsilon}(t)\right)$, де дифузійне збурення має вигляд $C_0^{\varepsilon}(t) = \varepsilon^{-2}\sum_{k=0}^{\nu(t/\varepsilon^{1/\gamma})-1} a_k^{\varepsilon} C_0(u_k^{\varepsilon}; x_k^{\varepsilon})$.

Далі розглянемо трьохкомпонентний марковський процес (МП)

$$v^{\varepsilon}(t),\ C_0^{\varepsilon}(t),\ x_t^{\varepsilon} := x(t/\varepsilon^{1/\gamma}),\ t \ge 0. \tag{2}$$

Лема. Генератор МП (2) на тест-функціях $\varphi(v;\cdot;\cdot) \in C^2(R)$ має представлення:

$$\mathbf{L}_t^{\varepsilon}\varphi(v;x) = \varepsilon^{-1/\gamma} Q\varphi(\cdot;\cdot;x) + \varepsilon^{-1/\gamma}\mathbf{L}_0^{\varepsilon}\varphi(v;w;x),$$

де

$$\mathbf{L}_0^{\varepsilon}\varphi(v;w;x) = q(x)\mathbf{P}\left[\begin{matrix} \varphi(v + \varepsilon^{\alpha/\gamma-1} t^{\gamma-\alpha} a \nabla_b C(\frac{\varepsilon}{t^{\gamma}} z; x); \\ w + \varepsilon^{\alpha/\gamma-2} t^{-\alpha} a C_0(\frac{\varepsilon}{t^{\gamma}} z; x); y) - \varphi(v;w;y) \end{matrix}\right] +$$

$$+ \varepsilon^{1/\gamma}\frac{\gamma}{t} v \varphi_v{}'(v;w;x),\quad \mathbf{P}\varphi(\cdot;\cdot;y) = \int_X P(y,dz)\varphi(\cdot;\cdot;z),\ z = v + t^{\gamma} w,$$

де w – стандартний вінерівський процес.

1. Горун П.П. Збіжність дискретної процедури стохастичної оптимізації в схемі дифузійної апроксимації. Горун П.П. Чабанюк Я.М., Семенюк С.А. //Тези доповідей V Міжнародної наукової конференції OPTIMA-2012: "Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації". Кам'янець-Подільський. – С.27-28.
2. Korolyuk V. Stochastic Systems in Merging Phase Space /Korolyuk V., Limnios N. – World Scientific Publishing, 2005. – 330 p.