УДК 519.21+62

Великі відхилення для динамічних випадкових еволюцій у схемі асимптотично малої дифузії

Чабанюк Я. М., д.ф.-м.н., проф. каф. ПМ
Кійковська О. І.
Кінаш О. М.

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Динамічна випадкова еволюція у схемі асимптотично малої дифузії визначається розв'язком еволюційного рівняння [1]:

$$du^{\varepsilon}(t)=C(u^{\varepsilon}(t);x(\frac{t}{\varepsilon^3}))dt+\varepsilon^{-1}C_0(u^{\varepsilon}(t);x(\frac{t}{\varepsilon^3}))dt+\varepsilon^{1/2}\sigma(u^{\varepsilon}(t);x(\frac{t}{\varepsilon^3}))dw(t),$$

де $C(u,x)$, $u\in R$, – функція регресії, що залежить від рівномірно ергодичного марковського процесу $x(t)$, $t\geq 0$, у фазовому просторі станів $(X,\boldsymbol{X})$, u – випадкова еволюція, w – вінерівський процес, а ε – малий параметр серій [2]. Для генератора Q марковського процесу $x(t)$, $t\geq 0$, зі стаціонарним розподілом $\pi(B)$, $B\in X$, визначений потенціал R_0 [2].

Збурена швидкість $\boldsymbol{C}^{\varepsilon}(u;x)=C(u,x)+\varepsilon^{-1}C_0(u;x), u\in R^d, x\in X$

задовольняє умову балансу $\Pi C_0(u;x)=\int\limits_X \pi(dx)C_0(u;x)=0.$

Марковська випадкова еволюція вихідного процесу характеризується генератором двокомпонентного марковського процесу $u^{\varepsilon}(t), x_t^{\varepsilon}=x(\frac{t}{\varepsilon^3}), t\geq 0,$ [3]

$$\boldsymbol{L}^{\varepsilon}(x)\varphi(u;x)=\varepsilon^{-3}Q\varphi(u;x)+\varepsilon^{-1}\boldsymbol{Q_1}(x)\varphi(u;x)+\boldsymbol{Q_2}(x)\varphi(u;x),$$
$$\boldsymbol{Q_1}(x)\varphi(u;x)=C_0(u;x)\varphi'(u;x),$$
$$\boldsymbol{Q_2}(x)\varphi(u;x)=C(u;x)\varphi'(u;x)+{}^1\!/_2\,\varepsilon\sigma^2(u;x)\varphi''(u;x).$$

Теорема. При виконанні умови балансу та рівномірної ергодичності марковського процесу переключень $x(t), t\geq 0,$ має місце збіжність експоненційних генераторів [4]

$$H^{\varepsilon}\varphi^{\varepsilon}(u;x)\to H\varphi(u), \varphi^{\varepsilon}(u;x)\to\varphi(u), \varepsilon\to 0,$$

на збурених тест-функціях

$$\varphi^{\varepsilon}(u;x)=\varphi(u)+\varepsilon\ln[1+\varepsilon\varphi_1(u;x)+\varepsilon^2\varphi_2(u;x)].$$

Граничний експоненційний генератор задається рівністю:

$$H\varphi(u)=C(u)\varphi'(u)+{}^1\!/_2\,B^2(u)[\varphi'(u)]^2+{}^1\!/_2\,\varepsilon\sigma^2(u)\varphi''(u),$$

де $B^2(u)=2\Pi C_0(u;x)R_0C_0(u;x)+\sigma^2(u)$, $C(u)=\int_X \pi(dx)C(u,x)$, $\sigma^2(u)=\Pi\sigma^2(u;x)$.

1. Kiykovska O.I. Convergence of stochastic process with Markov switching./ Kiykovska O.I., Chabanyuk Ya. M. // Matematychni Studii. – 2012. – vol.32 no.2 – P. 203-208.
2. Korolyuk V. S. Stochastic Systems in Merging Phase Space/ Koroliuk V.S., Limnios N. -: World Scientific Publishing, - 2005. - 330 p.
3. Кійковська О.І. Збіжність випадкової еволюції в схемі усереднення./ Кійковська О.І., Чабанюк Я.М., Хімка У.Т // Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2012): праці міжн. конф. (Mukachevo, 23-27 квітня 2012). – Київ. – 2012. – С.126-127.
4. Королюк В.С. Проблема великих відхилень для марковських випадкових еволюцій з незалежними приростами у схемі асимптотично малої дифузії// Укр.мат.журн. – 2010, Т.62, №5, - С. 643- 650.