

УДК 336.763.2

Прогнозування щільності розподілу цінних паперів за допомогою задачі Коші для диференціальних рівнянь в частинних похідних першого порядку

Швець М. В.,

Бердник М. Г., к.ф.-м.н., доц. каф. КТ

Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара
(вул. Карла Маркса, 35, м. Дніпропетровськ, 49000, Україна)

В роботі використовуючи теорію стохастичних диференціальних рівнянь, розроблено математичну модель та програмне забезпечення для розрахунку щільності розподілення акцій, за допомогою якого можливо було б робити прогнозування вартості цінних паперів на майбутні періоди.

Якщо припустити, що в початковий момент часу $t = 0$ акції розподілені на піввісі $0 < x < \infty$ та відома функція їх розподілу $\varphi(x)$, то можна визначити щільність акцій $u(x, t)$ з параболічного рівняння для щільності акцій в послідуючі моменти часу $t > 0$. Для цього необхідно розв'язати наступну змішану задачу для напівнескінченного простору $0 < x < \infty$ [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta x \frac{\partial u}{\partial x} + \gamma u \text{ у } D = (t > 0) \times (0 < x < \infty), \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad 0 \leq x < \infty, \quad (2)$$

$$u|_{x=0} = 0, \quad t \geq 0, \text{ де } \alpha = \frac{1}{2}b\sigma^2, \quad \beta = 2b\sigma^2 - c\sigma - \mu, \quad \gamma = b\sigma^2 - c\sigma - \mu.$$

Припустимо, що $b = c = 0$. Тоді диференціальне рівняння (1) можна переписати в наступному вигляді:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \beta x \frac{\partial u}{\partial x} + \gamma u \text{ у } D = (t > 0) \times (0 < x < \infty) \quad (3)$$

Виконуючи заміну $u(x, t) = e^{\gamma t} v(x, t)$, отримаємо:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \beta x \frac{\partial v}{\partial x}, \quad v|_{t=0} = \varphi(x), \quad v|_{x=0} = 0. \quad (4)$$

Таким чином, отримали задачу Коші (4) для лінійного однорідного рівняння в частинних похідних першого порядку. Розв'язав задачу Коші [2], отримали наступний розв'язок:

$$v(x, t) = \varphi(e^{\beta t}) = \varphi(e^{\beta t + \ln x})$$

Повертаючись до старих величин отримуємо такий розв'язок первинної задачі:

$$u(x, t) = e^{\gamma t} \varphi(e^{\beta t + \ln x})$$

При проведенні аналізу на фінансових ринках прийнято працювати не з послідовністю цін, а з послідовністю відносних змін. В роботі для розрахунку відносних змін використовувалась різниця поточної ціни та мінімальної. Для пошуку функції розподілу випадкової величини (відносної зміни вартості акції) було застосовано теорію регресивних моделей. Аналіз було проведено до реальних даних, а саме вибірки вартості акцій компанії

Microsoft на протязі 100 днів (з 23 серпня по 31 грудня 2011 р.) За отриманими результатами функція розподілу буде мати наступний вигляд:

$$\varphi(x) = 0,223245x - 0,004253x^2$$

Програмне забезпечення, написане на мові об'єктно-орієнтованого програмування C#, реалізоване у середовищі розробки Microsoft Visual Studio 2010 та функціонує на будь-якій операційній системі, на котрій встановлено Microsoft .NET Framework версії 4.0 або вище. В ході роботи було розроблено програмний засіб для моделювання динаміки вартості цінних паперів та отримано наступний результат.

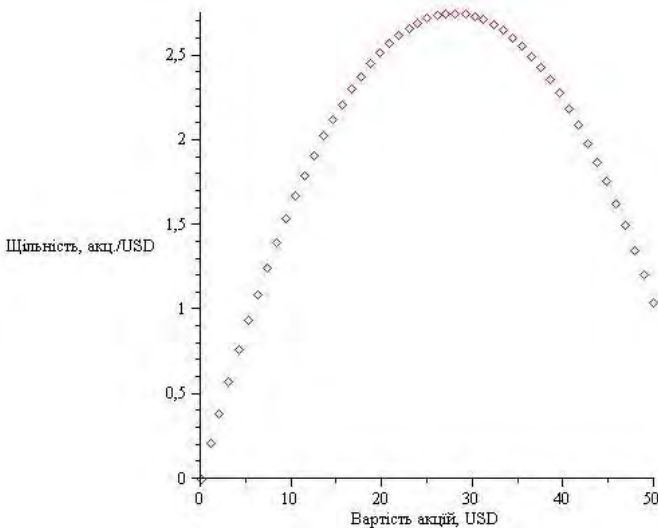


Рис. 1. Графік прогнозованої щільності.

Результати досліджень можуть бути корисними при плануванні операцій з цінними паперами, а також при аналізі процесів на ринку цінних паперів.

1. Ерофеенко В.Т., Козловская И.С. Уравнения с частными производными и математические модели в экономике. –М., 2004.
2. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. –М., 1959.