УДК 519.62

Триточкові різницеві схеми для систем звичайних диференціальних рівнянь на півосі

Паздрій О. І., асист. каф. ПМ

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Точну триточкову різницеву схему (ТТРС) та її алгоритмічну реалізацію через триточкові різницеві схеми (ТРС) високого порядку точності для розв'язування крайової задачі для нелінійного звичайного диференціального рівняння на півосі побудовано в [1].

Розглянемо крайову задачу для системи нелінійних звичайних диференціальних рівнянь другого порядку на півосі

$$\frac{d^2\mathbf{u}}{dx^2} + \cdot\,\frac{d\mathbf{u}}{dx} = -\mathbf{f}(x,\mathbf{u}), \quad x\in(0,\infty), \quad \mathbf{u}(0)=\boldsymbol{\mu}_1, \quad \lim_{x\to\infty}\mathbf{u}(x)=0, \tag{1}$$

Для задачі (1) побудовано та обґрунтовано ТТРС з точною нелінійною краєвою умовою на правому граничному краї сітки. Для реалізації ТТРС для задачі (1) побудовано відсічену ТРС порядку точності $\bar{n} = 2[(n+1)/2]$ ([Ч] — ціла частина) вигляду

$$\hbar_j^{-1}\left(B_{j+1}\mathbf{y}_{x,j}^{(\bar n)} - A_j\mathbf{y}_{\bar x,j}^{(\bar n)}\right) = -\boldsymbol{\varphi}^{(\bar n)}(x_j,\mathbf{y}^{(\bar n)}), \quad j=1,2,...,N-1,$$
$$\mathbf{y}_0^{(\bar n)} = \boldsymbol{\mu}_1, \quad -A(x_N)\mathbf{y}_{\bar x,N}^{(\bar n)} = \mathrm{A}\mathbf{y}_N^{(\bar n)} - \boldsymbol{\mu}_2^{(\bar n)}(x_N,\mathbf{y}^{(\bar n)}),$$

$$A(x_j) = h_j\mathrm{A}(e^{\mathrm{A}h_j}-I)^{-1}, \quad B(x_j) = h_j\mathrm{A}(I-e^{-\mathrm{A}h_j})^{-1},$$
$$\boldsymbol{\varphi}^{(\bar n)}(x_j,\mathbf{u}) = \hbar_j^{-1}\Big[\mathbf{Z}_2^{(n)j}(x_j,\mathbf{u}) - \mathbf{Z}_1^{(n)j}(x_j,\mathbf{u}) + \mathrm{A}(e^{\mathrm{A}h_j}-I)^{-1}(\mathbf{Y}_1^{(\bar n)j}(x_j,\mathbf{u}) - \mathbf{u}_{j-1}) +$$
$$+\mathrm{A}(I-e^{-\mathrm{A}h_j})^{-1}(\mathbf{Y}_2^{(\bar n)j}(x_j,\mathbf{u}) - \mathbf{u}_{j+1})\Big],$$
$$\boldsymbol{\mu}_2^{(\bar n)}(x_N,\mathbf{u}) = \mathbf{Z}_2^{(\bar n-1)N}(x_N,\mathbf{u}) - \mathbf{Z}_1^{(n)N}(x_N,\mathbf{u}) + \mathrm{A}\mathbf{Y}_2^{(\bar n-1)N}(x_N,\mathbf{u}) + \mathrm{A}(e^{\mathrm{A}h_N}-I)^{-1}(\mathbf{Y}_1^{(\bar n)N}(x_N,\mathbf{u}) - \mathbf{u}_{N-1}),$$

де $\mathbf{Y}_\alpha^j(x_j,\mathbf{u})$, $\mathbf{Z}_\alpha^j(x_j,\mathbf{u})$, $j=2-\alpha,...,N+1-\alpha$, $\alpha=1,2$ — розв'язки допоміжних задач Коші

$$\frac{d\mathbf{Y}_\alpha^j(x,\mathbf{u})}{dx} = \mathbf{Z}_\alpha^j(x,\mathbf{u}), \quad \frac{d\mathbf{Z}_\alpha^j(x,\mathbf{u})}{dx} + \mathrm{A}\mathbf{Z}_\alpha^j(x,\mathbf{u}) = -\mathbf{f}\left(x,\mathbf{Y}_\alpha^j(x,\mathbf{u})\right), \quad x_{j-2+\alpha} < x < x_{j-1+\alpha},$$
$$\mathbf{Y}_\alpha^j(x_{j+(-1)^\alpha},\mathbf{u}) = \mathbf{u}_{j+(-1)^\alpha}, \quad \mathbf{Z}_\alpha^j(x_{j+(-1)^\alpha},\mathbf{u}) = \left.\frac{d\mathbf{u}}{dx}\right|_{x=x_{j+(-1)^\alpha}},$$

а $\mathbf{Y}_2^N(x,\mathbf{u})$, $\mathbf{Z}_2^N(x,\mathbf{u})$ — розв'язки допоміжної крайової задачі на інтервалі $[x_N,\infty)$

$$\frac{d\mathbf{Y}_2^N(x,\mathbf{u})}{dx} = \mathbf{Z}_2^N(x,\mathbf{u}), \quad \frac{d\mathbf{Z}_2^N(x,\mathbf{u})}{dx} + \mathrm{A}\mathbf{Z}_2^N(x,\mathbf{u}) = -\mathbf{f}\left(x,\mathbf{Y}_2^N(x,\mathbf{u})\right), \quad x > x_N,$$
$$\mathbf{Y}_2^N(x_N,\mathbf{u}) = \mathbf{u}(x_N), \quad \lim_{x\to\infty}\mathbf{Y}_2^N(x,\mathbf{u}) = 0.$$

1. Кутнів М. В. Триточкові різницеві схеми високого порядку точності для нелінійних звичайних диференціальних рівнянь другого порядку на півосі / Кутнів М. В., Паздрій О. І. // Вісник Львівського університету. Серія: прикладна математика та інформатика 2011. — Вип. 17. — С. 10–21.