УДК 519.86; 339.13.012.432

# Побудова узагальненої моделі олігополії Курно-Пу та дослідження стійкості її точки рівноваги

**Кавалець І. І.**, аспірант каф. ПМ

Національний університет «Львівська політехніка»
(вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна)

Олігополія (oligopoly) – структура ринку, при якій в одній галузі домінує невелика кількість конкуруючих фірм, при цьому хоча б одна або дві з них виробляють значну частку продукції даної галузі, а поява нових продавців ускладнена чи неможлива. Олігополія – переважаюча форма ринкової структури. До олігополістичних галузей належать автомобільна, сталеплавильна, нафтохімічна, електротехнічна та комп'ютерна індустрії. Продавці на олігополістичному ринку знають, що коли вони або їхні суперники змінять ціни чи обсяг продажів, наслідки вплинуть на прибутки усіх фірм на ринку. Продавці усвідомлюють свою взаємозалежність. Реакція, яку який-небудь продавець очікує від фірм, які конкурують з ним, у відповідь на зміни встановлених ним ціни, обсягу випуску чи зміни діяльності в області маркетингу, є основним чинником, що визначає його рішення. Реакція, яку окремі продавці чекають від своїх суперників, впливає на рівновагу на олігополістичних ринках.

Найбільш вивченою є модель дуополії, коли на ринку є лише дві фірми [1]. Значну увагу приділено саме дослідженню керування хаосом, який виникає в даній моделі. Деякі методи, такі як DFC-метод [2], OGY-метод контролю хаосу, метод розміщення полюса [3] були застосовані до моделі Курно. Але розгляд олігополістичного ринку на випадок лише дуополії є досить обмеженим, тому природнім постає питання побудови узагальненої моделі.

Позначимо фірми-олігополісти через $F_1$, $F_2$, … $F_n$, обсяги випуску кожної складають $q_1$, $q_2$, … $q_n$, відповідно. Введемо припущення Курно та Пу, щоб отримати вигляд функцій реакції.

*Припущення Курно (узагальнене).* Кожна $i$-та ($i$=1,2,…,$n$) фірма-виробник очікує від свого $j$-го конкурента ($j$=1,2,…,$n$ , $j \neq i$ ) пропозиції такого обсягу продажу в поточний період, як і в попередньому періоді.

*Припущення Пу 1 (узагальнене).* Приймається, що ринковий попит є ізоеластичним, тобто ціна $p$ відповідає повному попиту $q$, тобто $p=1/q$.

*Припущення Пу 2 (узагальнене).* Товари є взаємозамінними так, що попит рівний постачанню, тобто $q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n$.

*Припущення Пу 3 (узагальнене).* Конкуренти мають сталі, але різні граничні витрати. Позначимо їх через $c_i$, $i = 1,\ldots,n$.

Базуючись на цих припущеннях, функції реакції для фірм $F_1$, $F_2$, … $F_n$ мають вигляд

$$q_i(t+1) = \sqrt{\sum_{j=1, j\neq i}^{n} \frac{q_j(t)}{c_i}} - \sum_{j=1, j\neq i}^{n} q_j(t), \quad i = \overline{1,n}. \tag{1}$$

Система (1) має дві рівноважні точки: тривіальну $(\underbrace{0,0,\ldots,0}_{n})$ і нетривіальну $(q_1^*, q_2^*, \ldots, q_n^*)$. Нетривіальну точку називатимемо точкою рівноваги Курно, її значення можна записати у вигляді

$$q_i^* = (n-1)\frac{-(n-2)c_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{n} c_j}{\left(\sum_{j=1}^{n} c_j\right)^2}, \quad i = \overline{1,n}. \tag{2}$$

Дослідимо стійкість точки рівноваги $(q_1^*, q_2^*, \ldots, q_n^*)$. Для цього лінеаризуємо систему (1) в околі рівноважної точки. Введемо позначення $\delta q_i(t) = q_i(t) - q_i^*$, $i = 1,2,\ldots,n$ і перейдемо до системи рівнянь у відхиленнях. Лінеаризувавши отриману систему в околі рівноважної точки, отримаємо систему, яка в матричній формі має вигляд

$$\delta q(t+1) = P \cdot \delta q(t), \tag{3}$$

де $\delta q(t+1) = (\delta q_1(t+1), \delta q_2(t+1), \ldots, \delta q_n(t+1))^T$, $\delta q(t) = (\delta q_1(t), \delta q_2(t), \ldots, \delta q_n(t))^T$.

$P$ – матриця вигляду:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & p_1 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & p_1 \\ p_2 & 0 & p_2 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & p_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ p_i & \ldots & \ldots & p_i & \underbrace{0}_{i-та\, позиція} & p_i & \ldots & p_i \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ p_n & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & p_n & 0 \end{bmatrix},$$

елементи $p_i$ якої мають вигляд: $p_i = \dfrac{c_1 + c_2 + \ldots + (3-2n)c_i + \ldots + c_n}{2(n-1)c_i}, \quad i = \overline{1,n}.$

Стійкість системи (3) обумовлюється характеристичним рівнянням $\det(P - \lambda I) = 0$.

Точка рівноваги $(q_1^*, q_2^*, q_3^*, q_4^*, \ldots, q_n^*)$ є стійкою за умови $|\lambda| < 1$. Тобто, щоб отримати умови стійкості, потрібно знайти розв'язки даного рівняння та здійснити перевірку того, чи всі розв'язки цього характеристичного рівняння знаходитимуться всередині одиничного кола.


1. Puu T. Attractors, Bifurcations, and Chaos: Nonlinear Phenomena in Economics. Springer, New York, 2000.
2. Chen L., Chen G. Controlling chaos in an economic model // Physica A. – 2007. – No.374. – Pp. 349-358.
3. Matsumoto A. Controlling the Cournot–Nash chaos // Journal of Optimization Theory and Applications. – 2006. – No.128. – Pp.379-392.
4. Matsumoto A., Szidarovszky F. Stability, Bifurcation, and Chaos in N-Firm Nonlinear Cournot Games // Discrete Dynamics in Nature and Society. – 2011.