

УДК 519.2

Прогнозування грошових накопичень за допомогою диференціальних рівнянь в частинних похідних

Ковда Є. О., бакалавр, студент каф. КТ

Бердник М. Г., к.ф.-м.н., доц. каф. КТ

Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара
(вул. Карла Маркса, 35, м. Дніпропетровськ, 49000, Україна)

Прогнозування грошових накопичень сімей відіграє головну роль для будь-якої держави. На основі цих даних формується споживчий кошик, визначається купівельна спроможність населення, попит на певні групи товарів, яку собі можуть дозволити сім'ї в залежності від рівня їх прибутків та витрат, розраховується рівень мінімальної заробітної плати, щоб контролювати необхідний мінімальний рівень добробуту сімей тощо.

Економічне прогнозування грошових накопичень – це процес розробки економічних прогнозів, заснований на наукових методах пізнання економічних явищ і використанні всієї сукупності методів та засобів економічної прогностики.

Використовуючи відоме стохастичне параболічне рівняння грошових накопичень [1] для функції накопичення сімей $u(x, t)$, а також значення функції щільності розподілу накопичення сімей в початковий момент часу $\varphi(x)$, була сформульована задача Коші для диференційного рівняння з частинними похідними [3]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + F(x, t) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$u(x, 0) = \varphi(x) \quad (2)$$

$F(x, t)$ — швидкість грошових накопичень.

x — загальна сума грошей.

t — час.

$\varphi(x)$ — функція щільності розподілу сімей по накопиченням в початковий момент.

Використовуючи дані із Державного комітету статистики України [2] був побудований тренд за допомогою методу ковзаючого середнього для функції швидкості грошових накопичень сімей $F(x, t)$. $F(x, t)$ знаходиться за допомогою функції $z(x, t)$ (функціональна залежність грошових накопичень від часу і грошей). Так як $F(x, t)$ - відповідає за швидкість накопичень, то $F(x, t) = \frac{\partial z(x, t)}{\partial t}$.

Для побудови функції накопичень сімей використовувались дві таблиці [2], а саме: «Сукупні ресурси в середньому за місяць у розрахунку на одне домогосподарство» та «Сукупні витрати в середньому за місяць у розрахунку на одне домогосподарство». Накопичення утворюються, якщо від сукупних ресурсів (доходів) відняти сукупні витрати. Використовуючи дані на протязі 2008 - 2010 років, була побудована нелінійна регресія залежності грошових накопичень від часу $z(t)$:

$$z(t) = 343,6 \cdot t^2 - 70,7 \cdot t + 29,5 \quad (3)$$

Функція $z(t)$ представлена у вигляді полінома. Для перевірки наявності тренду використовувався критерій Фостера-Стюарта [4]. Були розраховані дві статистичні оцінки T_1 і T_2 :

$T_1 = 1,02$, $T_2 = 1,44$, які мають розподіл Стьюдента з кількістю ступенів вільності $n - 1$. При заданому рівні значимості $\alpha = 0,05$ та ступенем вільності $n - 1$ знаходимо за таблицею Стьюдента $t_{кр} = 0,76$. Отже, $|T_1| > t_{кр}$ та $|T_2| > t_{кр}$, це означає, що тренд існує.

Для побудови функції щільності розподілу сімей по накопиченням в початковий момент часу $u(x, 0)$ використовувались статистичні дані з таблиці [2] «Розподіл населення за рівнем середньодушових загальних доходів» за 2008 рік, в якості початкового моменту часу. $u(x, 0)$ знаходиться за допомогою функції $y(x)$ (функціональна залежність кількості сімей від грошей). Так як $u(x, 0)$ - це щільність, то $u(x, 0) = \frac{dy(x)}{dx}$.

Була побудована функція $y(x)$:

$$y(x) = 0,0000000287 \cdot x^3 - 0,0001174518 \cdot x^2 + 0,1382013151 \cdot x - 32,763734 \quad (4)$$

Функція $y(x)$ представлена у вигляді полінома. Для перевірки регресійної моделі на адекватність був використаний критерій Фішера [4].

За критерієм Фішера було розраховано статистичне значення $F = 7212,68$. За допомогою таблиці розподілу критичних точок Фішера було отримано $F_{кр} = 5,12$. Отже, $F > F_{кр}$, це означає, що модель адекватна спостережуваним даним.

Використовуючи відоме стохастичне параболічне рівняння грошових накопичень (1) при відомих тренду для функції накопичення сімей та функції розподілу накопичення сімей в початковий момент часу, була сформульована задача Коші для диференційного рівняння першого порядку з частинними похідними.

Використовуючи відомий метод розв'язку задачі Коші диференційного рівняння з частинними похідними, був одержаний її аналітичний розв'язок.

Цей аналітичний розв'язок дозволив знайти щільність розподілу сімей в залежності від часу та суми накопичень. Для автоматизації розрахунків знаходження $u(x, t)$ була розроблена програма на Java. За допомогою розробленої програми були проведені розрахунки щільності розподілу сімей України після 2008 року.

1. Ерофеенко В Т., Козловская И.С. «Уравнения с частными производными и математические модели в экономике». Изд.2 М.: Едиториал УРСС, 2004. 248 с
2. www.ukrstat.gov.ua
3. IX міжнародна науково-практична конференція MPZIS – 2011 Ковда С.О., Бердник М.Г. «Програмно-математичне забезпечення моделювання грошових і матеріальних накопичень за допомогою стохастичних рівнянь».
4. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. — М.: Физматлит, 2006. —816 с