

Я.Ф. Андрусик, В.П. Ляшенко
 Національний університет "Львівська політехніка",
 кафедра теоретичної механіки

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ СКЛАДНОГО ЦИКЛІЧНОГО ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ ПРИ КРУГОВІЙ ТРАЄКТОРІЇ НАВАНТАЖЕННЯ

© Андрусик Я.Ф., Ляшенко В.П., 2008

Вдосконалено синтезний варіант теорії пластичності за концепцією ковзання і плину. Сформульовано додаткове положення-гіпотезу, за яким узагальнено досліджувану модель пластичного стану до процесів складного циклічного деформування. Отримано замкнені аналітичні співвідношення з оцінювання пластичної поведінки матеріалів в умовах кругової траєкторії навантаження.

We derived improvement of plasticity theory of synthesis type based on the concept of sliding and flowing. Further we formed additional statement-hypothesis allowing generalizing plastic state model to the complex cyclic deformation processes. Also we derived closed analytic expressions for material plastic behaviour under cycle load path conditions.

Актуальність і постановка задачі. Під час технологічних процесів оброблення матеріалів тиском (кування, штампування, прокатки, прошивки, пресування, волочіння); порошкової металургії, зміцнення або холодного зварювання металів виникає необхідність визначення напружено-деформованого стану в робочій зоні пластично деформованих тіл. За сучасними методами інженерних розрахунків можна адекватно відобразити пружно-пластичну поведінку металів в умовах пропорційного навантаження, проте використання їх для складних, а тим більше циклічних траєкторій може спотворити результати. Фізичні теорії пластичності найбільш погоджено описують результати експериментальних досліджень для довільних траєкторій навантаження, але в деяких випадках і ці теорії потребують введення додаткових припущень і гіпотез для прогнозування пластичної поведінки металів.

Формулювання мети роботи. Метою роботи є узагальнення синтезного варіанта теорії пластичності, що ґрунтується на концепції ковзання і теорії плину, для циклічного пластичного деформування, а також формулювання певних додаткових положень, які доповнюють математичну теорію пластичності.

Передбачено перевірити введені положення на основі отриманих аналітичних співвідношень з оцінювання пластичної поведінки матеріалів в умовах кругової траєкторії навантаження.

Основний матеріал. Визначальні співвідношення синтезного варіанта теорії пластичності [1] записуються у вигляді формул

$$\varepsilon_k^p = \int \int \int_{\alpha \beta \gamma} N_k F(H_N) \sin \beta d\alpha d\beta d\lambda, \quad (k = \overline{1, 3}). \quad (1)$$

Тут ε_k^p – компоненти вектора пластичних деформацій; $F(H_N)$ – характеристична функція матеріалу; α, β, γ – кути, які задають орієнтацію нормалі \vec{N} до площин простору напружень R^5 ; N_k – напрямні косинуси нормалі \vec{N} .

Рівняння (1) інтегруються простіше, якщо $F(H_N)$ при $H_N \geq \sigma_s$, прийняти у вигляді [1]:

$$F(H_N) = a \left[\left(\frac{H_N}{\sigma_s} \right)^2 - 1 \right], \quad (2)$$

де a – стала матеріалу; H_N – відстань від початку координат до площини з нормаллю \vec{N} простору напружень R^5 ; σ_s – границя плинності під час одноосьового розтягу.

На основі співвідношень (1) проведемо дослідження пластичного деформування матеріалу під час кругового навантаження. Таке навантаження здійснюється шляхом розтягу за границю плинності до напруження σ_z^* з подальшим зсувом, коли кінець вектора напружень \vec{S}^* в просторі напружень рухається плоскою круговою траєкторією.

Для цього навантаження знайдемо вид траєкторії вектора пластичних деформацій. Під час аналітичного моделювання такого процесу до принципу трансформації поверхні навантаження, сформульованого як для фронтального, так і для тильного боку [2, 3], введемо таке додаткове припущення. Після кінематичного зміщення сферичної поверхні радіуса $2\sigma_s$ з центром на кінці вектора напружень, на тильному боці поверхні навантаження з протилежного боку вектора активних напружень змінюється характеристична функція матеріалу (2) і у випадку ідеального ефекту Баушингера вона подвоюється.

Загальну картину еволюції форми поверхні навантаження для кругової траєкторії показано у [2]. Тілесний кут Ω , який визначає області інтегрування в рівняннях (1), зручно подати у вигляді (рис. 1):

$$\Omega = \Omega_{\sigma_z^*} + \Omega_\gamma + \Omega_{S^*}, \quad (3)$$

де $\Omega_{\sigma_z^*}$, Ω_{S^*} – тілесні кути, всередині яких знаходяться нормалі до рухомих площин від дії векторів $\vec{\sigma}_z^*$ і \vec{S}^* . Ω_γ – тілесний кут, всередині якого знаходяться нормалі до рухомих площин при зміні орієнтації вектора \vec{S}^* , яка задається кутом γ між векторами $\vec{\sigma}_z^*$ і \vec{S}^* .

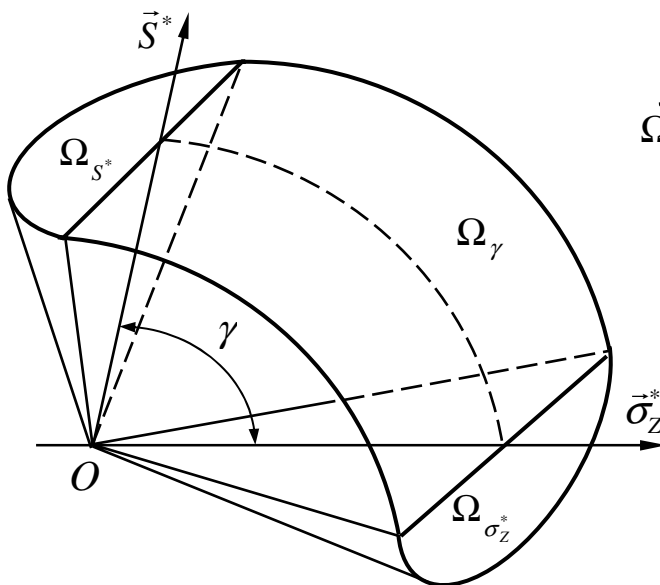


Рис. 1

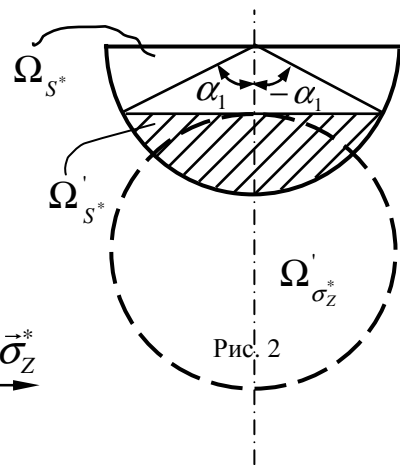


Рис. 2

Після введення додаткового припущення-гіпотези під час інтегрування (1) по областях (3) виникає необхідність інтегрування за тілесним кутом, де накладаються області від дії вектора \vec{S}^* і відновленого тильного боку поверхні навантаження від дії вектора $\vec{\sigma}_Z^*$. Проекція області тілесного кута Ω'_{S^*} , в якій відбувається накладання, на площину, перпендикулярну до вектора \vec{S}^* , зображено на рис. 2 заштрихованою. Відновлену область $\Omega'_{\sigma_Z^*}$ тильного боку поверхні навантаження обведено штриховою лінією, а область дії вектора \vec{S}^* показано суцільною лінією.

Оскільки основні ускладнення під час визначення компонент вектора пластичних деформацій виникають при інтегруванні співвідношень (1) за областю Ω'_{S^*} , перейдемо до підрахунку $\varepsilon_k^p(\Omega'_{S^*})$ при $k=3$.

Для знаходження складової компоненти $\varepsilon_3^p(\Omega'_{S^*})$ в області тілесного кута Ω'_{S^*} введемо сферичну систему координат (рис. 3), пов'язану з вектором \vec{S}^* .

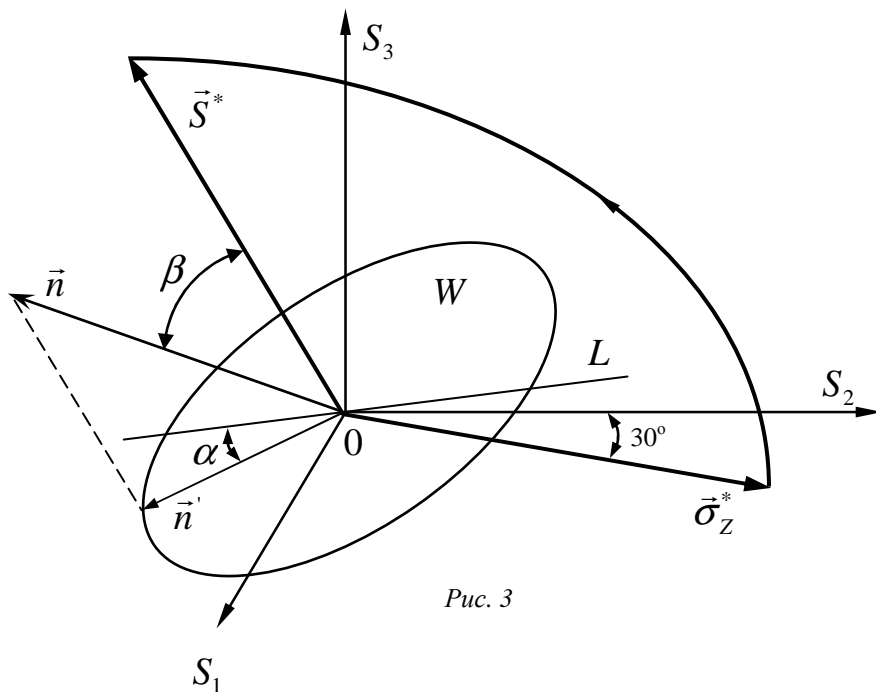


Рис. 3

Через початок координат проведемо площину W , перпендикулярну до вектора \vec{S}^* . Її за лінією L перетинає площина, утворена векторами σ_Z^* і \vec{S}^* . Нормаль до площин тривимірного простору \vec{n} утворює кут β з вектором \vec{S}^* .

Кут між її проекцією \vec{n}' на площину W і лінією L позначимо через α . Виходячи з рис. 3, напрямні косинуси нормалі \vec{n} визначаються на основі співвідношень

$$\begin{aligned} n_1 &= \cos \beta \cos \gamma \sin 30^\circ + \sin \beta \sin \alpha \cos 30^\circ - \sin \beta \cos \alpha \sin \gamma \sin 30^\circ, \\ n_2 &= \cos \beta \cos \gamma \cos 30^\circ - \sin \beta \sin \alpha \sin 30^\circ - \sin \beta \cos \alpha \sin \gamma \cos 30^\circ, \\ n_3 &= \cos \beta \sin \gamma + \sin \beta \cos \alpha \cos \gamma. \end{aligned} \quad (4)$$

Для визначення $\varepsilon_3^p(\Omega_{S^*}')$ на основі (4), з врахуванням того, що для H_N маємо $H_N = (\vec{S}, \vec{n}) \cos \lambda$ [1], знайдемо

$$H_N = S^* \cos \beta \cos \lambda, \quad N_3 = n_3 \cos \lambda. \quad (5)$$

Оскільки перекривання областей інтегрування відбувається тоді, коли кут γ змінюється в межах $\pi - 2\beta_1^{\sigma^*} < \gamma < \pi - \beta_1^{\sigma^*}$, де $\cos \beta_1^{\sigma^*} = \frac{\sigma_S}{\sigma_Z^*}$, то на основі (1) і (5) запишемо

$$\varepsilon_3^p(\Omega_{S^*}') = a \iiint_{\Omega_{S^*}'^0}^{\lambda_1} n_3 \left(\frac{\cos^2 \beta \cos^2 \lambda}{\cos^2 \beta_1^{\sigma^*}} - 1 \right) \cos \lambda \sin \beta d\alpha d\beta d\lambda. \quad (6)$$

Після підстановки n_3 і інтегрування по λ , враховуючи, що $\cos \lambda_1 = \frac{\sigma_S}{\sigma_Z^* \cos \beta}$, отримаємо:

$$\begin{aligned} \varepsilon_3^p(\Omega_{S^*}') &= \frac{2a \sin \gamma}{3 \cos^2 \beta_1^{\sigma^*}} \iint_{\Omega_{S^*}'} \sin \beta \left(\cos^2 \beta - \cos^2 \beta_1^{\sigma^*} \right)^{3/2} d\alpha d\beta + \\ &+ \frac{2a \cos \gamma}{3 \cos^2 \beta_1^{\sigma^*}} \iint_{\Omega_{S^*}'} \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} \left(\cos^2 \beta - \cos^2 \beta_1^{\sigma^*} \right)^{3/2} \cos \alpha d\alpha d\beta. \end{aligned} \quad (7)$$

Для визначення області зміни α, β , яка визначається тілесним кутом Ω_{S^*}' , знайдемо рівняння площини, що проходить через початок координат, нормаль до якої знаходиться під кутом $\frac{\pi}{2} - \beta_1^{\sigma^*}$ до вектора $\vec{\sigma}_Z^*$ і лежить в площині, утвореній векторами \vec{S}^* і σ_Z^* .

Напрямні косинуси цієї нормалі будуть :

$$n_1' = \sin \beta_1^{\sigma^*} \sin 30^0, \quad n_2' = \sin \beta_1^{\sigma^*} \cos 30^0, \quad n_3' = \cos \beta_1^{\sigma^*}.$$

Тому рівняння шуканої площини має вигляд :

$$S_1 \sin \beta_1^{\sigma^*} \sin 30^0 + S_2 \sin \beta_1^{\sigma^*} \cos 30^0 + S_3 \cos \beta_1^{\sigma^*} = 0. \quad (8)$$

Підставляючи сюди замість S_k напрямні косинуси (4), після перетворень отримаємо:

$$\sin \beta = \frac{\sin(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha \cos^2(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})}}, \quad (9)$$

або

$$\cos \alpha = -ctg \beta tg(\gamma + \beta_1^{\sigma^*}). \quad (10)$$

На границі перетину області $\Omega_{\sigma_Z^*}'$ з площиною (8) маємо

$$\cos \alpha_1 = -ctg \beta_1^{\sigma^*} tg(\gamma + \beta_1^{\sigma^*}). \quad (11)$$

Підставляючи в рівняння (8) $\alpha = 0$ і $\beta = \beta_2^{\sigma^*}$, отримуємо

$$\beta_2^{\sigma^*} = \pi - (\gamma + \beta_1^{\sigma^*}). \quad (12)$$

Після інтегрування подвійних інтегралів (7); першого за β , а другого – за α , отримуємо:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_3^p(\Omega_{S^*}') &= \frac{a \sin \gamma}{6 \cos^2 \beta_1^{\sigma^*}} \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} \frac{\cos \alpha \left[\cos^2 \alpha \sin^2 \beta_1^{\sigma^*} - \cos^2 \beta_1^{\sigma^*} \operatorname{tg}^2(\gamma + \beta_1^{\sigma^*}) \right]^{\frac{3}{2}}}{\left[\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2(\gamma + \beta_1^{\sigma^*}) \right]^2} d\alpha - \\
&\quad - \frac{a \sin \gamma}{4} \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} \frac{\cos \alpha \sqrt{\cos^2 \alpha \sin^2 \beta_1^{\sigma^*} - \cos^2 \beta_1^{\sigma^*} \operatorname{tg}^2(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})}}{\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})} d\alpha + \quad (13) \\
&\quad + \frac{a}{4} \sin \gamma \cos^2 \beta_1^{\sigma^*} \int_{-\alpha_1}^{\alpha_1} \ln \left(\frac{\cos \alpha + \sqrt{\cos^2 \alpha \sin^2 \beta_1^{\sigma^*} - \cos^2 \beta_1^{\sigma^*} \operatorname{tg}^2(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})}}{\cos \beta_1^{\sigma^*} \sqrt{\cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})}} \right) d\alpha + \\
&\quad + \frac{4 a \cos \gamma}{3 \cos^2 \beta_1^{\sigma^*}} \int_{\beta_2^{\sigma^*}}^{\beta_1^{\sigma^*}} \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \left(\cos^2 \beta - \cos^2 \beta_1^{\sigma^*} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\sin^2 \beta - \cos^2 \beta \operatorname{tg}^2(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})} d\beta.
\end{aligned}$$

Підраховуючи інтеграли (13), знайдемо

$$\varepsilon_3^p(\Omega_{S^*}') = \frac{a \pi}{12} (W_1 \sin \gamma - W_2 \cos \gamma). \quad (14)$$

де

$$\begin{aligned}
W_1 &= \frac{\sin \beta_1^{\sigma^*} - \sin(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})}{\cos^2 \beta_1^{\sigma^*}} \left[2 - 5 \cos^2 \beta_1^{\sigma^*} - \sin(\gamma + \beta_1^{\sigma^*}) \left[\sin \beta_1^{\sigma^*} + \sin(\gamma + \beta_1^{\sigma^*}) \right] \right] + \\
&\quad + 3 \cos^2 \beta_1^{\sigma^*} \ln \frac{(1 + \sin \beta_1^{\sigma^*}) |\cos(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})|}{\cos \beta_1^{\sigma^*} [1 + \sin(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})]}, \quad (15) \\
W_2 &= \frac{\left[|\cos(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})| - \cos \beta_1^{\sigma^*} \right]^3}{\cos^2 \beta_1^{\sigma^*} |\cos(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})|} \left[|\cos(\gamma + \beta_1^{\sigma^*})| + 3 \cos \beta_1^{\sigma^*} \right].
\end{aligned}$$

Отже, для досліджуваних меж зміни кута γ , де перекриваються області інтегрування, компонента вектора пластичної деформації ε_3^p за аналогією з (3) набуває вигляду

$$\varepsilon_3^p = \varepsilon_3^p(\Omega_{\sigma_z^*}) + \varepsilon_3^p(\Omega_\gamma) + \varepsilon_3^p(\Omega_{S^*}) + \varepsilon_3^p(\Omega_{S^*}'), \quad (16)$$

де $\varepsilon_3^p(\Omega_{\sigma_z^*})$, $\varepsilon_3^p(\Omega_\gamma)$, $\varepsilon_3^p(\Omega_{S^*})$ – підраховані у [2] вирази для визначення складових компонент вектора пластичної деформації ε_3^p при інтегруванні (1) за тілесними кутами, відповідно Ω_{σ^*} , Ω_γ , Ω_{S^*} .

Враховуючи (14–16) і вирази для визначення складових компонент, отриманих у [2], коли γ лежить в межах $\pi - 2\beta_1^{\sigma^*} < \gamma < \pi - \beta_1^{\sigma^*}$, отримуємо:

$$\varepsilon_3^p = \frac{a \pi}{12} \left[W_3 \sin \gamma + W_4 (\cos \gamma - 1) + W_1 \sin \gamma + W_2 \cos \gamma + 3(1 - \cos \gamma) \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^2 \beta_1^{\sigma^*} \right]. \quad (17)$$

Тут W_3 і W_4 визначаються так:

$$W_3 = \sin \beta_1^{\sigma^*} (2 \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} - 3) + 3 \cos^2 \beta_1^{\sigma^*} \ln \frac{1 + \sin \beta_1^{\sigma^*}}{\cos \beta_1^{\sigma^*}}, \quad (18)$$

$$W_4 = \frac{(1 - \cos \beta_1^{\sigma^*})^3 (1 + 3 \cos \beta_1^{\sigma^*})}{\cos^2 \beta_1^{\sigma^*}}.$$

Для випадку, коли $\gamma \leq \pi - 2\beta_1^{\sigma^*}$, вираз для знаходження ε_3^p на основі [2] записується так:

$$\varepsilon_3^p = \frac{a\pi}{12} [W_3 \sin \gamma + W_4 (\cos \gamma - 1) + 3(1 - \cos \gamma) \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^2 \beta_1^{\sigma^*}], \quad (19)$$

На ділянці траєкторії навантаження, коли $\gamma \geq \pi - \beta_1^{\sigma^*}$, до області тілесного кута Ω_{γ^*} потрапляють рухомі площини з нормаллями, які повністю знаходяться на відновленій ділянці поверхні навантаження. Тому за доповненим принципом характеристична функція матеріалу має подвоюватися, що приведе до подвоєння складової компоненти вектора пластичних деформацій. Отже, для $\varepsilon_3^p(\Omega_{\gamma^*})$ необхідно записати

$$\varepsilon_3^p(\Omega_{\gamma^*}) = \frac{a\pi}{6} (W_3 \sin \gamma + W_4 \cos \gamma). \quad (20)$$

Аналогічно для цієї ділянки траєкторії навантаження складові компоненти пластичної деформації $\varepsilon_3^p(\Omega_{\gamma})$ визначається як

$$\varepsilon_3^p(\Omega_{\gamma}) = \frac{a\pi}{2} (1 - \cos \gamma) \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^2 \beta_1^{\sigma^*}. \quad (21)$$

При визначенні компоненти вектора пластичної деформації ε_3^p для розглядуваної ділянки навантаження необхідно врахувати значення складової $\varepsilon_3^p(\Omega_{\gamma})$, яку знаходимо за формулою при $\gamma = \pi - \beta_1^{\sigma^*}$

$$\varepsilon_3^p(\Omega_{\gamma}) = \frac{a\pi}{4} W_5, \quad (22)$$

де

$$W_5 = (1 + \cos \beta_1^{\sigma^*}) \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^2 \beta_1^{\sigma^*}. \quad (23)$$

Отже, на основі (16) запишемо:

$$\varepsilon_3^p = \frac{a\pi}{12} \left[2(W_3 \sin \gamma + W_4 \cos \gamma) - W_4 - 3W_5 + 6(1 - \cos \gamma) \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^2 \beta_1^{\sigma^*} \right] \quad (24)$$

Враховуючи всі можливі варіанти значень для кута γ , використовуючи ступінчасті функції, запишемо однією загальною формулою вираз щодо визначення ε_3^p для довільного положення вектора напружень на круговій траєкторії навантаження

$$\varepsilon_3^p = \frac{a\pi}{12} \left\{ [W_3 \sin \gamma + W_4 \cos \gamma + 3(1 - \cos \gamma) \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^2 \beta_1^{\sigma^*}] [1 + U(\gamma)] + \right. \\ \left. + (W_1 \sin \gamma + W_2 \cos \gamma) \theta(\gamma) - W_4 - 3W_5 U(\gamma) \right\}, \quad (25)$$

$$\text{де } \theta(\gamma) = \begin{cases} 1 & \text{при } \pi - 2\beta_1^{\sigma^*} < \gamma < \pi - \beta_1^{\sigma^*} \\ 0 & \text{при } \gamma \leq \pi - 2\beta_1^{\sigma^*} \text{ і } \gamma \geq \pi - \beta_1^{\sigma^*}; \end{cases} \quad (26)$$

$$U(\gamma) = \begin{cases} 1 & \text{при } \gamma \geq \pi - \beta_1^{\sigma^*} \\ 0 & \text{при } \gamma < \pi - \beta_1^{\sigma^*} . \end{cases}$$

Визначаючи інтеграли (1) при $k=1$ і 2 , пропускаючи проміжні підрахунки і перетворення, запишемо кінцеві формули для знаходження компонент вектора пластичних деформацій ε_1^p і ε_2^p .

$$\varepsilon_1^p = \frac{a\pi \sin 30^\circ}{12} \left\{ \begin{aligned} & (W_3 \cos \gamma - W_4 \sin \gamma + 3 \sin \gamma \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^2 \beta_1^{\sigma^*}) [1 + U(\gamma)] + \\ & + (W_1 \cos \gamma - W_2 \sin \gamma) \theta(\gamma) + W_3 - 3 \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^3 \beta_1^{\sigma^*} U(\gamma) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$$\varepsilon_2^p = \frac{a\pi \cos 30^\circ}{12} \left\{ \begin{aligned} & (W_3 \cos \gamma - W_4 \sin \gamma + 3 \sin \gamma \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^2 \beta_1^{\sigma^*}) [1 + U(\gamma)] + \\ & + (W_1 \cos \gamma - W_2 \sin \gamma) \theta(\gamma) + W_3 - 3 \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^3 \beta_1^{\sigma^*} U(\gamma) \end{aligned} \right\}$$

Для суміщеного простору компонент вектора напружень і деформацій [1] визначимо складову вектора пластичних деформацій $\vec{\varepsilon}^p$ у напрямку дії вектора напружень одноосового розтягу $\vec{\sigma}_z^*$.

Оскільки $\varepsilon_{\sigma^*}^p = \varepsilon_1^p / \sin 30^\circ$, то з врахуванням (27) маємо

$$\varepsilon_{\sigma^*}^p = \frac{a\pi}{12} \left\{ \begin{aligned} & (W_3 \cos \gamma - W_4 \sin \gamma + 3 \sin \gamma \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^2 \beta_1^{\sigma^*}) [1 + U(\gamma)] + \\ & + (W_1 \cos \gamma - W_2 \sin \gamma) \theta(\gamma) + W_3 - 3 \operatorname{tg}^2 \beta_1^{\sigma^*} \sin^3 \beta_1^{\sigma^*} U(\gamma) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Знайдемо еволюцію форми траєкторії вектора пластичних деформацій при круговій траєкторії навантаження. В площині координат $\varepsilon_{\sigma^*}^p$ і ε_3^p , побудована на основі співвідношень (25) і (28), траєкторія вектора пластичних деформацій має вигляд, показаний на рис.4.

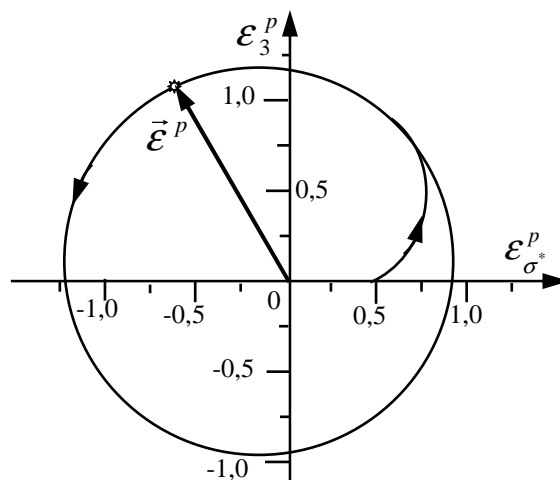


Рис. 4

Розрахунок проведено для таких значень сталих і параметрів траєкторії:

$$a = 1; \quad \cos \beta_1^{\sigma^*}; \quad \gamma \in [0, 3\pi].$$

На рис. 4 зірочкою вказано положення вектора пластичних деформацій, коли $\gamma = 3\pi$.

На цьому етапі моделювання складного циклічного пластичного деформування автори не мали на меті описати конкретні експерименти, а намагалися оцінити правильність введених припущень, які можуть описати експериментальні результати. З отриманого на основі проведених розрахунків рис. 4 видно, що узагальнена модель пластичного середовища загалом адекватно відтворює результати експериментальних досліджень складного циклічного пластичного деформування [4, 5].

Висновки. Сформульовано додаткове положення – гіпотезу в межах синтезного варіанта теорії пластичності, що ґрунтується на концепції ковзання і теорії плинину.

Отримано замкнені аналітичні співвідношення щодо оцінювання пластичної поведінки матеріалів в умовах кругової траєкторії навантаження.

Показано якісно правильне відтворення експериментальних даних на кругове навантаження на основі узагальненої моделі пластичного стану.

Результати проведеного аналітичного дослідження і узагальнена модель загалом можуть бути використані для оптимізації технологічних процесів оброблення матеріалів тиском, зміцнення або холодного зварювання металів в умовах складного циклічного навантаження.

1. Андрусик Я.Ф., Русинко К.Н. Пластическое деформирование упрочняющихся материалов при нагружении в трехмерном подпространстве пятимерного пространства девиаторов // Изв. АН МТТ. – 1993. – №2. – С. 92–101. 2. Андрусик Я.Ф., Русинко К.Н. Пластическое деформирование упрочняющихся материалов при циклических нагружениях в рамках синтезной теории пластичности // Изв. Рос. АН МТТ. – 1999. – №3. – С. 76–85. 3. Андрусик Я.Ф., Русинко К.Н. Деформация поверхности нагружения // Изв. АН СССР МТТ. – 1979. – №3. – С. 98–103. 4. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гаранников В.В. Экспериментальная пластичность. Книга 1. Процессы сложного деформирования. – Тверь:ТГТУ, 2003. – 172 с. 5. Зубчанинов В.Г., Охлопков Н.Л., Гаранников В.В. Экспериментальная пластичность. Книга 2. Процессы сложного нагружения. – Тверь: ТГТУ, 2004. – 194 с.